

М.А. АДАМЯН

К МЕТОДАМ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ КОНЕЧНЫХ УРАВНЕНИЙ

Проведен обзор ряда методов решения линейных однопараметрических систем конечных уравнений (ЛОСКУ), основанных на дифференциальных преобразованиях. Приведены основные вычислительные характеристики рассмотренных методов.

Ключевые слова: дифференциальные преобразования, методы решения ЛОСКУ, вычислительные характеристики методов.

Рассматриваются линейные однопараметрические системы конечных уравнений

$$A(t) \cdot X(t) = a(t), \quad (1)$$

где $A(t) = (a_{ij}(t))$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$ и $a(t) = (a_1(t), \dots, a_n(t))^T$ – соответственно матрица системы и вектор правых частей, обладающие элементами с достаточной гладкостью; $X(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T$ – вектор искомых переменных.

Таким образом, имея дифференциальные преобразования [1]

$$A(t) \approx A(k) = \frac{H^k}{K!} \cdot \frac{\partial^k A(t)}{\partial t^k} \Big|_{t=t_y}, \quad (2)$$

$$a(t) \approx a(k) = \frac{H^k}{K!} \cdot \frac{\partial^k a(t)}{\partial t^k} \Big|_{t=t_y}, \quad (3)$$

$$X(t) \approx X(k) = \frac{H^k}{K!} \cdot \frac{\partial^k X(t)}{\partial t^k} \Big|_{t=t_y}, \quad (4)$$

где t_y – центр аппроксимации, а H – масштабный коэффициент, выравнивающий размерности оригиналов $x_j(t)$, $j = \overline{1, n}$ и их изображений $X_j(k)$, $j = \overline{1, n}$, в работах [2-8] предложены различные методы решения корректных и некорректных систем вида (1).

Кратко остановимся на основных характеристиках этих методов. Итак:

- в работе [2] предложен эффективный способ решения ЛОСКУ на основе дифференциально-тейлоровских преобразований и матрично-векторных представлений на их основе. Рассмотрен ряд модельных примеров всевозможных подклассов и обобщены полученные результаты;

- в работе [3] проведен сравнительный анализ ряда методов решения ЛОСКУ – метода замороженных коэффициентов (МЗК), метода приравнива-

ния коэффициентов (МПК), дифференциально-тейлоровской спектральной модели (ДТ-СМ), дифференциально-тейлоровской матрично-векторной модели (ДТ-МВМ). Показано, что эти методы обладают рядом вычислительных затруднений, которые сравнительно легко преодолеваются применением дифференциально-падеевских преобразований;

- из-за важности полученных в [2] научно-прикладных результатов они были перепечатаны в журнале Engineering Simulation [4];

- в работе [5] предложены конструктивные декомпозиционные аналитические матрично-блочные методы определения решений некорректных ЛОСКУ с комплексными матрицами. При первом методе оперируем матрично-блочно-столбцевым представлением, а при втором - матрично-блочно-строчным представлением. По существу, решение некорректных ЛОСКУ с комплексными матрицами в общем случае сводится к решению эквивалентных корректных задач. Предложенные методы применимы и к корректным задачам, являющимся частными случаями некорректных задач;

- в работе [6] предложены два численно-аналитических декомпозиционных метода решения некорректных ЛОСКУ с комплексными матрицами на основе совместного использования предложенных в [5] матрично-блочно-столбцевого эквивалента и дифференциальных преобразований, а также матрично-блочно-строчного эквивалента и дифференциальных преобразований. В обоих случаях получены матричные рекуррентные цепочки определения компонентов-матричных дискретов обобщённых обратных матриц, фигурирующих в решениях исходных задач. Дальнейшие вычислительные процедуры сводятся к умножению найденных обобщённых обратных матриц на вектор свободных правых частей соответствующих исходных ЛОСКУ с комплексными матрицами;

- разработке конструктивных декомпозиционных аналитических и численно-аналитических матрично - векторных методов решения ЛОСКУ с комплексными матрицами посвящена работа [7]. При первом аналитическом методе получено точное выражение для векторных компонентов решения исходной задачи, а при втором методе - приближённое, наилучшее в смысле наименьшей евклидовой нормы вектора компонентов решение. При численно-аналитическом методе получена рекуррентная цепочка определения векторных дискретов для решения исходной задачи. Рассмотрен модельный пример, который решён как известным параллельным методом [2,4], так и предложенным численно-аналитическим методом;

- работа [8] посвящена разработке конструктивных спектрального, декомпозиционных, аналитического и численно-аналитического методов

решения ЛОСКУ. Предложенные методы основаны на известном методе наименьших квадратов. При спектральном и численно-аналитическом методах решение исходной непрерывной задачи сводится к решению рекуррентной цепочки некоторых численных задач с матричными вычислениями. Такая трансформация вычислительных процедур позволяет широко применять возможности современных информационных технологий для эффективного решения рассматриваемого класса задач. Рассмотрен модельный пример;

- в работе [9] рассмотрен специальный класс задач (1) – однопараметрическая обобщенная проблема собственных значений-функций и собственных векторов-функций;

- наконец, в работе [10] представлен пакет прикладных программ для решения ЛОСКУ, основанный на разработанных в [5-8] аналитических и численно-аналитических методах, выгодно отличающихся от известного метода замороженных коэффициентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений.- Киев: Наукова думка, 1984. – 420с.
2. **Симонян С.О., Аветисян А.Г.** Способ решения систем линейных неавтономных уравнений на базе дифференциально-тейлоровских преобразований // Электрон. моделирование.- 1997.-Т.19, №4.- С. 19-25.
3. **Симонян С.О., Аветисян А.Г., Аслабян Л.М.** Дифференциально-падеевская матрично-векторная модель решения систем линейных неавтономных уравнений // Моделирование, оптимизация, управление: Сб. научн. тр. ГИУА. – Ереван, 1998. – Вып. 1. – С. 65 – 71.
4. **Симонян С.О., Аветисян А.Г.** The method Linear Non – Autonomus Finite Equation Set Solution on the Basis of Differential Taylor Transforms // Engineering Simulation. - 1998. – Vol. 15, N2. – P. 407 – 421.
5. **Симонян С.О., Адамян М.А.** Аналитические декомпозиционные методы решения линейных однопараметрических некорректных систем конечных уравнений с комплексными матрицами (I) // Вестник ГИУА. Серия “Информационные технологии, электроника, радиотехника”. – 2014. – Вып. 17, №2.- С. 9 – 14.
6. **Симонян С.О., Адамян М.А.** Численно – аналитические декомпозиционные методы решения линейных однопараметрических некорректных систем конечных уравнений с комплексными матрицами (II) // Вестник ГИУА. Серия “Информационные технологии, электроника, радиотехника”.– 2014. - Вып. 17, №2.- С. 15 – 21.
7. **Симонян С.О., Адамян М.А.** Декомпозиционные методы решения линейных однопараметрических корректных систем конечных уравнений с комплексными матрицами // Известия НАН РА и ГИУА. Серия ТН. – 2015. – Т. LXVIII, №1.- С.61 – 72.

8. **Симонян С.О., Адамян М.А.** К некоторым методам решения линейных однопараметрических систем конечных уравнений // Известия НАН РА и НПУА. Серия ТН. – 2015. – Т. LXVIII, №2.- С. 225 – 237.
9. **Симонян С.О., Адамян Г.В, Адамян М.А.** Последовательные и параллельные численно – аналитические методы решения однопараметрической обобщённой проблемы собственных значений – функций и собственных векторов – функций // Вестник ИАА.- 2015. – Т.12, №3.- С. 533 – 538.
10. **Адамян М.А., Симонян С.О., Адамян Г.В.** К построению пакета прикладных программ для решения линейных однопараметрических систем конечных уравнений // Вестник НПУА: Сборник научных статей. -Ч. 1. -2016. -С. 174 -178.

Մ.Ա. ԱԴԱՄՅԱՆ

ԳԾԱՅԻՆ ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՎԵՐՋԱՎՈՐ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ներկայացված է գծային միապարամետրական վերջավոր հավասարումների համակարգերի (ԳՄՎՀՀ) լուծման մի շարք մեթոդների վերաբերյալ ակնարկ, որոնք հիմնված են դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա: Բերված են դիտարկված մեթոդների հիմնական հաշվողական բնութագրերը:

Առանցքային բաներ. դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, ԳՄՎՀՀ-ի լուծման մեթոդներ, մեթոդների հաշվողական բնութագրեր:

M.A. ADAMYAN

A METHOD FOR SOLVING ONE-PARAMETRIC SETS OF FINITE EQUATIONS

A number of linear one-parametric sets of finite equations (LOPSFE) solutions are summarized based on differential transformations. The main computational characteristics of the considered methods are given.

Keywords: differential transformations, methods for LOPSFE resolution, computational characteristics of methods.