

**ՄԵԽԱՆԻԿԱ, ՄԵՔԵՆԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ,
ՄԵՔԵՆԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ, ՏՐԱՆՍՊՈՐՏ, ԴԻՉԱՅՆ**

ՄԵԽԱՆԻԿԱ ԵՎ ՄԵՔԵՆԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

ՀՏԴ 621.762, 620.10

Գ.Լ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Ն.Գ. ՀԱԿՈՔՅԱՆ

**ԾՌՎԱԾ ԼԱՅՆ ՇԵՐՏԻ ԱԶԱՏ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՎՐԱ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ
ՈՐՈՇՄԱՆ ՊԱՐԶԵՑՎԱԾ ՄԵԹՈԴ**

Դիտարկված է եռակալված նյութից փոքր դեֆորմացիաների և փոքր ծակոտկենության դեպքում լայն շերտերի մաքուր ծռումը հարթ դեֆորմացիայի պայմանում: Օգտագործվում են չամրացվող ծակոտկեն նյութերի պլաստիկության դեֆորմացիոն տեսության հավասարումները և հոսունության սահմանով ու շառավղային լարումով արտահայտված շրջանային լարման որոշման ընդհանուր բանաձևը: Խնդիրը լուծվում է շերտի վերևի և ներքևի մակերևույթներում լարումների որոշման պարզեցված մեթոդով: Օգտագործելով լոգարիթմական դեֆորմացիայի բանաձևերը՝ հաշվարկվում են շերտի ներքին և արտաքին շառավիղները, ինչպես նաև հաստույթի ներքևի և վերևի կետերում դեֆորմացիաների ու նյութի ծակոտկենության մեծությունները:

Առանցքային բառեր. պլաստիկ մաքուր ծռում, եռակալված շերտ, ծակոտկենություն, հարթ դեֆորմացիա, շրջանային լարումներ, լոգարիթմական դեֆորմացիա:

[1] – ում օգտագործվել են բարդ դեֆորմացման դեպքում հոծ նյութերի Տրեսկա – Սեն-Վենանի և Հուբեր-Միզեսի, ինչպես նաև եռակալված նյութերի՝ Հուբեր-Միզեսի պլաստիկության պայմանի (ՊՊ) հիման վրա ստեղծված ծակոտկեն նյութերի ՊՊ-ները: Կատարվել է հարթ պլաստիկ դեֆորմացման խնդիրների դեպքում ծակոտկեն նյութերի ՊՊ-ի մշակում: Նյութի տարբեր ծակոտկենությունների դեպքերում կառուցվել են ՊՊ-ների գրաֆիկները, և արդյունքները վերլուծվել են:

[2] – ում դիտարկվել է եռակալված չամրացվող նյութից լայն շերտի մաքուր ծռումը հարթ դեֆորմացիայի պայմաններում: Ծակոտկեն նյութերի պլաստիկության դեֆորմացիոն տեսության հավասարումներից համարժեքային լարման բանաձևի հիման վրա ստացվում է շառավղային լարումով արտահայտված շրջանային լարումների որոշման բանաձևը: Ըստ շերտի հաստության՝ ծակոտկենության բացակայության և առկայության դեպքերում կառուցվում են լարումների բաղադրիչների էպյուրները, և կատարվել է դրանց վերլուծություն:

Այդ խնդիրների լուծումները, բավական նոր լինելուց բացի, կապված են նաև մեծ դժվարությունների հետ՝ ծակոտկենության հաշվառման պատճառով: Հետևաբար, այդ ուղղությամբ կատարվող աշխատանքները բավականին արդիական են:

Աշխատանքի նպատակն է փոքր ծակոտկենության և դեֆորմացիաների դեպքում եռակալված շերտի ազատ մակերևույթների վրա լարումների որոշման պարզեցված մեթոդի մշակումը:

Շերտի ծռման դեպքում արտաքին մակերևույթների վրա շառավղային լարումները բացակայում են՝ $\sigma_r = 0$: Դիտարկվում է հարթ դեֆորմացիայի դեպքը՝ շերտի լայնությամբ դեֆորմացիան՝ $\varepsilon_z = 0$, ինչը հնարավորություն է տալիս, օգտագործելով ծակոտկեն նյութերի պլաստիկության դեֆորմացիոն տեսության (ԾՆՊԴՏ) հավասարումները, z առանցքի ուղղությամբ առաջացող σ_z լարումն արտահայտել σ_θ շրջանային լարումով [2]

$$\sigma_z = \frac{1-2\alpha_0^m}{2(1+\alpha_0^m)} \sigma_\theta \quad (1)$$

Այդ դեպքում ԾՆՊԴՏ հիման վրա նյութի ամրացման բացակայության դեպքում (երբ նյութի հատկությունները բնորոշվում են միայն σ_{h0} - հոսունության սահմանի լարումով) ՊՊ - ը՝

$$2\sigma_{h0}^2 \beta^{2n+1} = [(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2] + 2\alpha_0^m (\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\theta)^2 \quad (2)$$

նախ կընդունի հետևյալ տեսքը, որտեղ m -ը և n -ը ծակոտկենության պարամետրերն են՝

$$2\sigma_{h0}^2 \beta^{2n+1} = [\sigma_\theta^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + \sigma_z^2] + 2\alpha_0^m (\sigma_\theta + \sigma_z)^2, \quad (3)$$

իսկ այնուհետև, այն ձևափոխելու համար, որոշվել են $\sigma_\theta - \sigma_z$ և $\sigma_\theta + \sigma_z$ մեծությունները.

$$\sigma_\theta - \sigma_z = \sigma_\theta - \frac{1-2\alpha_0^m}{2(1+2\alpha_0^m)} \sigma_\theta = \sigma_\theta \frac{2+2\alpha_0^m-1+2\alpha_0^m}{2(1+\alpha_0^m)} = \sigma_\theta \frac{1+4\alpha_0^m}{2(1+\alpha_0^m)},$$

$$\sigma_\theta + \sigma_z = \sigma_\theta + \frac{1-2\alpha_0^m}{2(1+2\alpha_0^m)} \sigma_\theta = \sigma_\theta \frac{2+2\alpha_0^m+1-2\alpha_0^m}{2(1+\alpha_0^m)} = \frac{3\sigma_\theta}{2(1+\alpha_0^m)}.$$

Նշենք, որ (3)-ում մասնակցում են առաջին՝ իրական ծակոտկենության α ֆունկցիայի սկզբնական արժեքը (α_0) և β ծակոտկենության երկրորդ ֆունկցիան (տարբեր ծակոտկենությամբ նյութերի հատկությունների փոխակերպումը հիմնանյութի հատկությունների):

Ծակոտկեն նյութերի (3) ՊՊ-ն աստիճանաբար ձևափոխելով, նախ կստանանք՝

$$2\sigma_{h_0}^2 \beta^{2n+1} = \left[\sigma_\theta^2 + \left(\sigma_\theta \frac{1+4\alpha_0^m}{2(1+\alpha_0^m)} \right)^2 + \sigma_z^2 \right] + 2\alpha_0^m \left(\frac{3\sigma_\theta}{2(1+\alpha_0^m)} \right)^2,$$

որը այնուհետև բերվում է հետևյալ տեսքի՝

$$2\sigma_{h_0}^2 \beta^{2n+1} = \sigma_\theta^2 \left(\frac{3+12\alpha_0^{2m}+15\alpha_0^m}{2(1+\alpha_0^m)^2} \right): \quad (4)$$

(4)-ից ստացվում է շրջանային σ_θ լարման որոշման համար հետևյալ քառակուսային հավասարումը՝

$$\sigma_\theta^2 = \frac{4\sigma_{h_0}^2 \beta^{2n+1} (1+\alpha_0^m)^2}{3(1+4\alpha_0^{2m}+5\alpha_0^m)},$$

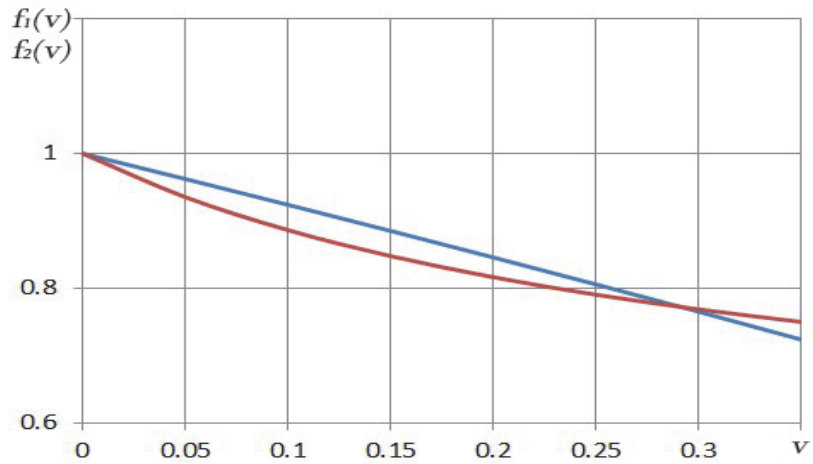
որի լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\sigma_\theta = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{h_0} \beta^{n+0.5} \sqrt{\frac{1+\alpha_0^{2m}+2\alpha_0^m}{1+4\alpha_0^{2m}+5\alpha_0^m}}: \quad (5)$$

(5)-ից երևում է, որ շրջանային լարումների արժեքների վրա նյութի ծակեկոնության (v) ազդեցությունն իրականացվում է հետևյալ ֆունկցիաներով.

$$f_1(v) = \beta^{n+0.5} \text{ և } f_2(v) = \sqrt{\frac{1+\alpha_0^{2m}+2\alpha_0^m}{1+4\alpha_0^{2m}+5\alpha_0^m}}: \quad (6)$$

Կատարվել է $f_1(v)$ և $f_2(v)$ ֆունկցիաների հաշվարկ ծակոտկենության $0 \div 0.35$ արժեքների համար (դրա 0.05 քայլով), և $m=1.0$ $n=0.25$, $\beta = 1 - v$, $\alpha_0 = v_0 - v$ - ի դեպքում կառուցվել են դրանց փոփոխման գրաֆիկները (նկ.1), որտեղ v_0 -ն նյութի սկզբնական ծակոտկենությունն է:



Նկ. 1. f_1 և f_2 ֆունկցիաների v -ից փոփոխման գրաֆիկները

Ինչպես տեսնում ենք, նյութի ծակոտկենության բացակայության դեպքում դրանց արժեքները հավասար են մեկի: Ծակոտկենության մեծացմամբ դրանք փոքրանում են՝ մեկը մյուսից քիչ տարբերությամբ և նույնիսկ $v = 0.3$ -ի դեպքում հատվում են: Այսպիսով, կարելի է ընդունել, որ $f_1(v)$ և $f_2(v)$ ֆունկցիաների ազդեցությունը մոտավորապես միատեսակ է:

Նշենք, որ շրջանային լարումների որոշման վրա մեծ ազդեցություն ունի նաև նյութի ամրացումը, ինչի գնահատման, ինչպես նաև նյութի ծակոտկենության որոշման համար անհրաժեշտ է ուսումնասիրել շերտի դեֆորմացիաները: Հետազոտությունները ցույց են տալիս [3], որ փոքր ծակոտկենությունների ու դեֆորմացիաների դեպքում խնդիրը բավականին մեծ ճշտությամբ կլուծվի, եթե օգտագործենք [4]-ում կատարված հետազոտությունը, ըստ որի շերտի ներքին մակերևույթի կետերում շրջանային դեֆորմացիան որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\varepsilon_{\theta 1} = \frac{R_{\tilde{t}}\varphi - l_0}{l_0} = \frac{R_{\tilde{t}}\varphi}{l_0} - 1,$$

ինչը այնուհետև բերվում է հետևյալ տեսքի՝

$$\varepsilon_{\theta 1} = \frac{1}{1 + \frac{h_0}{2R_{\tilde{t}}}} - 1, \quad (7)$$

որտեղ φ -ն ծոված կոր շերտի կենտրոնական անկյունն է, l_0 -ն՝ շերտի լայնությունը մինչև ծռումը, $R_{\tilde{t}}$ - ը՝ շերտի ներքին շառավիղը, իսկ h_0 -ն՝ շերտի հաստությունը (նկ.2):

Աշենք, որ ծոման ժամանակ շերտի հաստությունը չի փոխվում և

$$R_w - R_{\dot{u}} = h_0, \quad (8)$$

որտեղ R_w - ը շերտի արտաքին շառավիղն է:

Շերտի ներքին մակերևույթի կետերում շրջանային լոգարիթմական դեֆորմացիայի բանաձևը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\bar{\varepsilon}_{\theta_1} = \ln(1 + \varepsilon_{\theta_1}) = \ln \frac{1}{1 + \frac{h_0}{2R_{\dot{u}}}}, \quad (9)$$

որից ստացվում է

$$R_{\dot{u}} = \frac{h_0}{2} \cdot \frac{\exp \bar{\varepsilon}_{\theta_1}}{1 - \exp \bar{\varepsilon}_{\theta_1}}. \quad (10)$$

Այսին ձևով որոշվում է հատույթի վերևի կետի դեֆորմացիան.

$$\varepsilon_{\theta_2} = \frac{R_w \varphi - l_0}{l_0} = \frac{R_w \varphi}{l_0} - 1 = \frac{R_w \varphi \cdot 2}{(R_{\dot{u}} + R_w)} \varphi - 1,$$

որտեղից

$$\varepsilon_{\theta_2} + 1 = \frac{1}{1 - \frac{h_0}{2R_w}}. \quad (11)$$

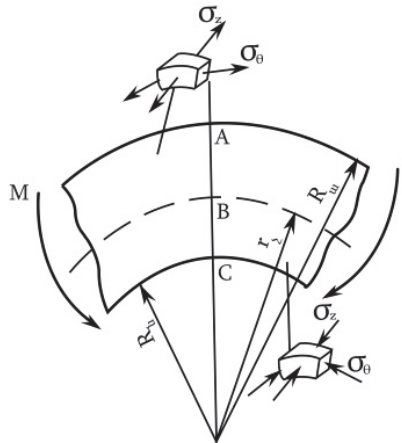
Հետևաբար՝

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{\theta_2} &= \ln(\varepsilon_{\theta_2} + 1) = \ln \frac{1}{1 - \frac{h_0}{2R_w}} = \ln \frac{2R_w}{2R_w - h_0} = \ln \frac{R_w}{R_w - \frac{h_0}{2}} = \ln \frac{R_{\dot{u}} + h_0}{R_{\dot{u}} + h_0 - \frac{h_0}{2}} = \ln \frac{R_{\dot{u}} + h_0}{R_{\dot{u}} + \frac{h_0}{2}} = \\ &= \ln \frac{1 + \frac{h_0}{R_{\dot{u}}}}{1 + \frac{h_0}{2R_{\dot{u}}}} = \ln \left(\frac{1}{1 + \frac{h_0}{2R_{\dot{u}}}} \right) \left(1 + \frac{h_0}{R_{\dot{u}}} \right) = \ln \frac{1}{1 + \frac{h_0}{2R_{\dot{u}}}} + \ln \left(1 + \frac{h_0}{R_{\dot{u}}} \right): \end{aligned} \quad (12)$$

Դա հնարավորություն է տալիս ստանալ

$$\bar{\varepsilon}_{\theta_2} = \bar{\varepsilon}_{\theta_1} + \ln \frac{R_w}{R_{\dot{u}}} = \bar{\varepsilon}_{\theta_1} + \ln R_w - \ln R_{\dot{u}}: \text{ Եթե}$$

$$R_w = 2R_{\dot{u}}, \bar{\varepsilon}_{\theta_2} = \bar{\varepsilon}_{\theta_1} + \ln 2R_{\dot{u}} - \ln R_{\dot{u}} = \bar{\varepsilon}_{\theta_1} + \ln 2 + \ln R_{\dot{u}} - \ln R_{\dot{u}} = (\bar{\varepsilon}_{\theta_1} + \ln 2):$$



Նկ. 2. Մաքուր ծոման ենթարկված լայն շերտի սխեման

Տալով լրգարիթմական դեֆորմացիայի մեծությունը ($\bar{\varepsilon}_{\theta_1} = -0.1$) և շերտի հաստությունը ($h_0 = 40$ մմ) ներքին մակերևույթի կետերում (10) բանաձևով՝ որոշվում է շերտի ներքին շառավիղը՝ R_w , իսկ արտաքին շառավիղը որոշվում է (8)-ի օգտագործմամբ.

$$\bar{\varepsilon}_{\theta_1} = -0.1; h_0 = 40 \text{ մմ}; \exp(-0.1) = 0.905,$$

$$R_{\bar{u}} = \frac{40}{2} \cdot \frac{0.905}{1-0.905} = 190.5 \text{ մմ}, R_w = h_0 + R_{\bar{u}} = 230.5 \text{ մմ},$$

$$\bar{\varepsilon}_{\theta_2} = \bar{\varepsilon}_{\theta_1} + \ln \frac{R_w}{R_{\bar{u}}} = -0.1 + \ln \frac{230.5}{190.5} = -0.1 + \ln 1.21 = 0.091 = 9.1\%:$$

$\varepsilon_z = 0$ և $\varepsilon_r = -\varepsilon_{\theta} = -0.1$ -ի դեպքում շերտի հաստության ներքևի կետում օգտագործելով ε_i բանաձևը կստանանք՝

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_r - \varepsilon_{\theta})^2 + (\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\varepsilon_{\theta}|:$$

$$\text{Հետևաբար՝ } (\varepsilon_i)_{\bar{u}} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\varepsilon_{\theta}| = \frac{2}{\sqrt{3}} (0.1) = 0.1156:$$

Նույն ձևով հաստության վերևի կետում, երբ $\bar{\varepsilon}_{\theta_2} = 0.091$, կստանանք՝

$$(\varepsilon_i)_{\bar{u}} = \frac{2}{\sqrt{3}} (0.091) = 0.1052:$$

Այժմ որոշենք այդ կետերում նյութի ν ընթացիկ ծակոտկենությունը, երբ դրա սկզբնական արժեքը $\nu_0 = 0.05$ -ի: Դրա համար օգտագործում ենք հետևյալ բանաձևը [5]՝

$$v = 1 - (1 - v_0) \exp\left(\frac{-9v_0^m \sigma_0 \varepsilon_{eq}}{(1-v_0)^{3n} \sigma_{eq}}\right), \quad (13)$$

որտեղ $\varepsilon_{eq} = \varepsilon_i$; $\sigma_{eq} = \sigma_{h0} = 200 \text{ ՄՊա}$ և $\sigma_0 = (\sigma_\theta + \sigma_z + \sigma_r)/3$ - միջին լարումն է:

Այդ դեպքում, հաշվի առնելով նաև վերը բերված մյուս տվյալները, սկզբում կորոշենք լարումների մեծությունները, իսկ այնուհետև՝(13)-ով նյութի ընթացիկ ծակոտկենությունը՝

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{T0} \beta^{n+0.5} \sqrt{\frac{1+\alpha_0^{2m}+2\alpha_0^m}{1+4\alpha_0^{2m}+5\alpha_0^m}} = \frac{2}{\sqrt{3}} 200 \cdot 0.95^{0.75} \sqrt{\frac{1+0.0025+2 \cdot 0.05}{1+4 \cdot 0.0025+5 \cdot 0.05}} = 210 \text{ ՄՊա},$$

$$\sigma_z = \frac{1-2\alpha_0^m}{2(1+\alpha_0^m)} \sigma_\theta = \frac{1-2 \cdot 0.05}{2(1+0.05)} \cdot 210 = 90 \text{ ՄՊա}, \quad \sigma_0 = \frac{\sigma_\theta + \sigma_z}{3} = \frac{210+90}{3} = 100 \text{ ՄՊա}:$$

Շերտի վերևի մակերևույթում նյութի ծակոտկենության համար կունենանք՝

$$v_{\bar{u}} = 1 - 0.95 \exp\left(\frac{-9 \cdot 0.05 \cdot 100 \cdot 0.1156}{0.9622 \cdot 200}\right) = 0.077, \text{ այսինքն՝ } 7.7\%:$$

Շերտի ներքևի մակերևույթում՝

$$v_{\bar{u}} = 1 - 0.95 \exp\left(\frac{-9 \cdot 0.05 \cdot (-100) \cdot 0.1052}{0.9622 \cdot 200}\right) = 0.026, \text{ այսինքն՝ } 2.6\%:$$

Այսպիսով, մշակվել է փոքր ծակոտկենության և փոքր դեֆորմացիաների դեպքում եռակալված շերտի ազատ մակերևույթների վրա լարումների որոշման պարզեցված մեթոդ: Ստացվել են լարվածադեֆորմացիոն վիճակի բոլոր բաղադրիչները, և կատարվել է թվային հաշվարկ:

Ինդրի լուծման պարզեցումն այն է, որ չի օգտագործվում բավականին դժվարություններ ստեղծող հավասարակշռության դիֆերենցիալ հավասարումը, քանի որ դրանով սկզբում որոշվում է փոքր ազդեցություն ունեցող շառավղային լարումը, իսկ այնուհետև՝ մյուսները, այդ թվում՝ հիմնական դեր խաղացող շրջանայինը: Ի դեպ, շերտի ազատ մակերևույթների վրա շառավղային լարումը զրո է, իսկ շրջանային լարումները ստանում են մեծագույն արժեքներ և որոշվում են ծակոտկեն նյութերի ՊՊ-ի օգտագործմամբ: Շրջանային լարումները շերտի ձգված մակերևույթում պատճառ են դառնում նյութի սկզբնական ծակոտկենության մեծացման, իսկ սեղմվածում՝ նյութի խտացման: Թվային հաշվարկները ցույց են տալիս, որ շերտի 5% սկզբնական ծակոտկենության դեպքում, երբ սեղմված շերտի մակերևույթում շրջանային դեֆորմացիան 10% է, դրանում ծակոտկենությունը փոքրացել է՝ դառնալով 2.6%, իսկ ձգված մակերևույթում այն մեծացել է՝ 7.7%:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Պետրոսյան Գ.Լ., Հակոբյան Ն.Գ.** Հարթ դեֆորմացման խնդիրների լուծման դեպքում պլաստիկության սահմանային եզրագծի հաշվառման առանձնահատկությունները // ՀԱՊՀ Լրաբեր: Գիտական հոդվածների ժողովածու.-Եր.: Ճարտարագետ,-2017.- Մաս 2.-Էջ 513-520:
2. **Петросян Г.Л., Акопян Н.Г., Левонян Г.Л.** Исследование напряженного состояния изогнутой спеченной широкой полосы // Вестник НПУА: Механика, Машиноведение, Машиностроение.-Ереван, 2018.- N2.-С. 9-17.
3. **Петросян Г.Л., Петросян А.Г. Левонян Г.Л.** Усовершенствование инженерного метода использования формулы для определения пористости спеченных материалов // Материалы секции “Наука и технологии будущего” Международного конгресса, посвященного 160-летию со дня рождения выдающегося русского инженера В.Г. Шухова, 17-18 апреля 2014 года. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015.- С. 211-217.
4. **Малинин Н.Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести.-М.: Машиностроение, 1975.-395 с.
5. **Петросян Г.Л.** Пластическое деформирование порошковых материалов. – М.: Металлургия, 1988. –152с.

Գ.Լ.ՍԵՏՐՕՅԱՆ, Ն.Գ.ԱԿՕՅԱՆ

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ НА СВОБОДНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ИЗОГНУТОЙ ШИРОКОЙ ПОЛОСЫ

Рассмотрен чистый изгиб широких полос из спеченного материала при малых деформациях и пористости в условиях плоской деформации. Используются уравнения деформационной теории пластичности пористых неупрочненных материалов и общая формула определения окружного напряжения, выраженная в радиальном напряжении и с пределом текучести.

Задача решается с помощью упрощенного метода определения напряжений в верхнем и нижнем слоях полосы. С использованием формул логарифмической деформации вычисляются величины внутреннего и наружного радиусов полосы, а также величины деформации и пористости нижней и верхней точек поперечного сечения.

Ключевые слова: пластический чистый изгиб, спеченная полоса, пористость, плоская деформация, окружные напряжения, логарифмическая деформация.

G.L. PETROSYAN, N.G. HAKOBYAN

**A SIMPLIFIED METHOD FOR DETERMINING THE STRESSES ON
FREE SURFACES OF A CURVED WIDE STRIP**

The pure bending of wide strips of sintered material at small deformations and porosity under the conditions of plane deformation are examined. The equations of the deformation theory of plasticity of porous nonhardened materials and the general formula for determining the circumferential stress, expressed in radial stress and yield strength are used.

The problem is solved using a simplified method for determining the stresses in the upper and lower layers of the strip. By using the formulae of logarithmic strain, the values of the inner and outer radii of the strip are calculated, as well as the values of the deformation and porosity of the lower and upper points of the cross section.

Keywords: plastic pure bending, sintered strip, porosity, plane strain, circumferential stresses, logarithmic strain.