Վ.Ա. ՄԻՐԶՈՅԱՆ, Գ.Ս. ՄԱՉԿԱԼՅԱՆ, Գ.Ա. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆ

ՌԻՉՉԻ-ԿԻՍԱՍԻՄԵՏՐԻԿ ԵՆԹԱԲԱԶՄԱՁԵՎՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՌԵԳՈՒԼՅԱՐՈՒԹՅԱՆ ՄԻԱՎՈՐ ԻՆԴԵՔՍՈՎ ԵՎ ՍԻՆԳՈՒԼՅԱՐՈՒԹՅԱՆ ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ԻՆԴԵՔՍՈՎ

Էվկլիդեսյան տարածություններում հետազոտվում է նորմալ հարթ կիսաէյնշտեյն-յան ենթաբազմաձևությունների լոկալ կառուցվածքը ռեգուլյարության միավոր ինդեքսի և մեկ ռեգուլյար կորության գլխավոր վեկտորի դեպքում:

Առանցքային բառեր. Ռիչչի–կիսասիմետրիկ ենթաբազմաձևություններ, կիսա-էյնշտեյնյան ենթաբազմաձևություններ, ուղիղ արտադրյալներ, կոներ:

V.A. MIRZOYAN, G.S. MACHKALYAN, G. A. NALBANDYAN

RICCI-SEMI-SYMMETRIC SUBMANIFOLDS WITH A UNITY INDEX OF REGULARITY AND AN ARBITRARY INDEX OF SINGULARITY

The local structure of normally flat semi-Einstein submanifods with a unity index of regularity and one regular principal curvature vector are studied in Euclidean spaces.

Keywords: Ricci-semi-symmetric submanifolds, semi-Einstein submanifolds, direct products, cones.

УДК 517. 948

С.А. ЕПИСКОПОСЯН, Т.М. САГАТЕЛЯН

О СХОДИМОСТИ ДВОЙНЫХ РЯДОВ КРИСТЕНСОНА - ЛЕВИ ПО НОРМЕ $L^{\infty}[0,1)^2$

Рассматриваются вопросы сходимости двойных рядов Фурье системы Кристенсона-Леви Ψ_a по норме $L^{\infty}[0,1)^2$ после исправления значений функции на множестве малой меры.

Ключевые слова: система Кристенсона-Леви, равномерная сходимость, норма.

Определение 1. Примем, что все ненулевые члены в последовательности $\{\mathcal{D}_{k,s}\}_{k,s=0}^{\infty}$ расположены в убывающем порядке по всем направлениям, если из $k_2 \geq k_1, s_2 \geq s_1, k_2 + s_2 > k_1 + s_1, \mathcal{D}_{k_2,s_2} \neq 0, \mathcal{D}_{k_1,s_1} \neq 0$ следует, что $\mathcal{D}_{k_2,s_2} < \mathcal{D}_{k_1,s_1}$. Пусть $\{w_k(x)\}_{k=0}^{\infty}, x \in [0,1)$ - ортонормированная система функций. Коэффициенты Фурье функции $f(t,\tau) \in L^1[0,1)^2$ по двойной ортонормированной системе $\{w_k(x)w_s(y)\}_{k,s=0}^{\infty}$ обозначим через

$$C_{k,s}(f) = \int_0^1 \int_0^1 f(t,\tau) w_k(t) w_s(\tau) dt d\tau.$$

Прямоугольные и сферические частичные суммы двойного ряда Фурье по двойной системе $\{w_k(x)w_s(y)\}_{k,s=0}^{\infty}$ определяются соответственно следующим образом:

$$S_{N,M}(x,y,f) = \sum_{k=0}^{N} \sum_{s=0}^{M} C_{k,s}(f)\, w_k(x) w_s(y),$$

$$S_R(x,y,f) = \sum_{k^2+s^2 \le R^2} C_{k,s}(f)\, w_k(x) w_s(y).$$

Теперь напомним определение системы Кристенсона-Леви [1,2]. Пусть $a \ge 2$ - фиксированное целое число и $\omega_a = e^{\frac{2\pi}{a}i}$.

Определение 2. Возьмем

$$\varphi_0^{(a)}(x) = \omega_a^k, x \in \left[\frac{k}{a}, \frac{k+1}{a}\right), k = 0,1, \dots, a-1$$

и для $n \ge 0$ положим

$$\varphi_n^{(a)}(x+1) = \varphi_n^{(a)}(x) = \varphi_0^{(a)}(a^n x).$$

Тогда обобщенная система Кристенсона-Леви порядка a, Ψ_a, определяется следующим образом.

Определение 3. Положим $\psi_0^{(a)}(x) = 1$. Если

$$n = \alpha_1 a^{n_1} + \ldots + \alpha_s a^{n_s}, n_1 > n_2 > \ldots > n_s, s = 1,2 \ldots,$$

где $0 \le \alpha_j < a$, $j = 1,2, \dots, s$, то

$$\psi_n^{(a)}(x) = \left(\varphi_{n_1}^{(a)}(x)\right)^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot \left(\varphi_{n_s}^{(a)}(x)\right)^{\alpha_s}.$$

Отметим, что Ψ_2 является классической системой Уолша, а система Ψ_a - частным случаем системы Виленкина.

Замечание. Система Кристенсона-Леви Ψ_a, $a \ge 2$ является полной ортонормированной системой $L^2[0,1)$ (см.[1]).

Основные свойства системы Ψ_a получены в работах Г. Кристенсона, П. Леви, Р. Пэли, Ж. Файна, К. Ватари, Н. Виленкина, В. Юнга (см. [1-7]).

Работа посвящена изучению сходимости двойных рядов Фурье по системе Ψ_a после исправления функции по норме $L^\infty[0,1)^2$.

В работе [8] С. Епископосяном для одномерной системы Кристенсона-Леви получен следующий результат.

Теорема. Для любых чисел $0 < \varepsilon < 1$, $P \in \mathbb{N}$ и функции $f(x) \in L^p[0,1)$ существует функция $g(x) \in L^\infty[0,1)$ с mes$\{x \in [0,1]: f(x) \neq g(x)\} < \varepsilon$ такая, что ее ряд Фурье по системе Кристенсона-Леви сходится к $g(x)$ равномерно на [0,1), а последовательность коэффициентов $\{|C_k(g)|, k \in spec(g) = \{k, C_k(g) \neq 0, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}\}$ убывает.

Естественно, возникает следующий вопрос: существует ли измеримое множество E сколь угодно малой меры такое, что после изменения значений любой функции из класса $L^p[0,1)^2$, $p \geq 1$ на E :

1) двойной ряд Фурье измененной функции по системе Ψ_a по сферам (прямоугольникам, квадратам) сходился бы к ней равномерно;

2) все ненулевые члены в последовательности коэффициентов Фурье вновь полученной функции по двойной системе Ψ_a по модулю были бы расположены в убывающем порядке по всем направлениям;

3) исправленная функция имела бы заданные модули коэффициентов Фурье по системе Ψ_a;

4) зависит ли исключительное множество E, на котором проис- ходит изменение от исправленной функции $f(x)$, или оно универсально – обслуживает целый функциональный класс?

Имеет место следующая теорема.

Теорема. Существует ряд по двойной системе Ψ_a вида

$$\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{s=0}^{\infty} \mathcal{D}_{k,s}\psi_k^{(a)}(x)\psi_s^{(a)}(y) \text{ с } \sum_{k,s}^{\infty}\left|\mathcal{D}_{k,s}\right|^{2+\delta} < \infty, \forall\, \delta > 0$$

со свойством:

1) все ненулевые члены в последовательности $\{|\mathcal{D}_{k,s}|\}$ расположены в убывающем порядке по всем направлениям;

2) для любого $\varepsilon > 0$ и для каждой функции $f \in L^0[0,1)^2$ можно найти функцию $\tilde{f} \in L^\infty[0,1)^2$, mes$\{f \neq \tilde{f}\} < \varepsilon$ такую, что ее ряд Фурье по двойной системе Кристенсона-Леви как по сферам, так и по прямоугольникам сходится к ней равномерно на $[0,1)^2$ и $C_{k,s}(\tilde{f}) = \mathcal{D}_{k,s}, \forall\, (k,s) \in spec(f) = \{(k,s), C_{k,s}(f) \neq\neq 0, k,s \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Chrestenson H.E.** A class of generalized Walsh functions// Pacific Journal Mathematics. - 1955.- 45. - P. 17 – 31.
2. **Levy P.** Sur une generalisation des fonotions orthogonales de Rademacher// Comment. math. helv. - 1944.- 16.- P. 146-152.
3. **Paley R.** A remarkable system of orthogonal functions// Proc. London Math. Soc. - 1932. - 34. - P. 241-279.
4. **Fine J.** The generalized Walsh-functions// Trans. AMS. - 1950.- 69.- P. 66 – 67.
5. **Watari C.** On generalized Walsh-Fourier series// Toh. Math. J. - 1958.-10.- P.211–241.
6. **Виленкин Н.Я.** Об одном классе полных ортогональных систем// Известия АН СССР. Сер. мат.- 1947.- 11.- С. 363 – 400.
7. **Young W.** Mean convergence of generalized Walsh-Fourier series// Trans.Amer. Math. Soc.- 1976. - 218.- P. 311-320.
8. **Episkoposian S.A.** Uniformly convergence of greedy algorithm by generalized Walsh system// Siberian Mathematical Journal.- 2013.- 54(5).- P. 810-816.

Ս.Ա. ԵՊԻՍԿՈՊՈՍՅԱՆ, Տ.Մ. ՍԱՂԱԹԵԼՅԱՆ

$L^{\infty}[0,1)^2$ ՆՈՐՄՈՎ ԿՐԻՍՏԵՆՍՈՆ – ԼԵՎԻԻ ԿՐԿՆԱԿԻ ՇԱՐՔԵՐԻ ԶՈՒԳԱՄԻՏՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Դիտարկվում են $L^{\infty}[0,1)^2$ նորմով Կրիստենսոն - Լևիի համակարգով շարքերի զուգամիության հարցերը:

Առանցքային բառեր. Կրիստենսոն-Լևիի համակարգ, հավասարաչափ զուգամիտություն, նորմ:

S.A. EPISKOPOSIAN, T. M. SAGHATELYAN

CONVERGENCE OF DOUBLE CHRESTENSON - LEVY'S SERIES BY $L^{\infty}[0,1)^2$ NORMS

Issues concerning a uniform convergence by the $L^{\infty}[0,1)^2$ norm of double Fourier series by the Chrestenson-Levy system after the correction of the function values on the sets of a small size are considered.

***Keywords*:** Chrestenson-Levy system, uniform convergence, norm.