ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Brezinski C.** Biorthogonality and its applications to numerical analysis. - Marcel Dekker, Inc, 1992.
2. **Gevorgyan L.** An alternative to Gram-Schmidt orthogonalization// Math. Sci.Res. J. - 2006. **10**, no. 1.-P. 1—6, **MR 2208658**

Л.З. ГЕВОРГЯН

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА БИОРТОГОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ СВЯЗАННЫХ С МАТРИЦЕЙ ГРАМА

Изучается отклонение биортогональной по отношению к линейно независимой системе, а также промежуточной ортогональной системы от первоначальной.

Ключевые слова: матрица и детерминант Грама, биортогональная система, наименьшее среднеквадратическое отклонение.

L.Z. GEVORGYAN

SOME PROPERTIES OF BIORTHOGONAL SYSTEMS CONNECTED WITH THE GRAM MATRIX

The discrepancy of biorthogonal with respect to linearly independent systems as well that of intermediate orthonormal system from initial system is investigated.

Keywords: Gram matrix and determinant, biothogonal system, least mean square discrepancy.

УДК 517. 948

С.А. ЕПИСКОПОСЯН, Т.М. САГАТЕЛЯН

О СУЩЕСТВОВАНИИ УНИВЕРСАЛЬНЫХ РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ КРИСТЕНСОНА-ЛЕВИ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ $L^p_\mu[0,1],\ p \geq 1$

Рассматривается вопрос существования универсальных рядов по системе Кристенсена-Леви в весовых пространствах $L^p_\mu[0,1],\ p \geq 1$ относительно перестановок и знак-ов.

Ключевые слова: система Кристенсона-Леви, универсальный ряд, весовое пространство.

Напомним определение системы Кристенсона-Леви (см. [1]). Пусть $a \geq 2$ - фиксированное целое число и $\omega_a = e^{\frac{2\pi}{a}i}$.

Как и в классическом случае, сначала определим обобщенную систему Радемахера.

Определение 1. *Возьмем*

$$\varphi_0(x) = \omega_a^k,\ x \in \left[\frac{k}{a}, \frac{k+1}{a}\right),\ k = 0,1,\ldots,a-1$$

и для $n \geq 0$ *положим*

$$\varphi_n(x+1) = \varphi_n(x) = \varphi_0(a^n x).$$

Тогда система Кристенсона-Леви порядка a определяется следующим образом.

Определение 2. *Положим* $\psi_0(x) = 1$. *Если*

$$n = \alpha_1 a^{n_1} + \ldots + \alpha_s a^{n_s},\ n_1 > n_2 > \ldots > n_s,\ s = 1,2,\ldots,,$$

$$\text{где } 0 \leq \alpha_j < a,\ j = 1,2,\ldots,s, \text{ то}$$

$$\psi_n(x) = \varphi_{n_1}^{\alpha_1}(x) \cdot \ldots \cdot \varphi_{n_s}^{\alpha_s}(x).$$

Система Ψ_a есть система Кристенсона-Леви порядка a. Отметим, что Ψ_2 является классической системой Уолша, а система Ψ_a - частным случаем системы Виленкина.

Замечание. Система Кристенсона-Леви Ψ_a, $a \geq 2$ является полной ортонормированной системой в $L^2[0,1)$ (см. [1]).

Основные свойства системы Ψ_a получены Г. Кристенсоном, Р. Пели, Ж. Файном, К. Ватари, Н. Виленкиным и другими математиками (см. [1]- [5]).

Определение 3. *Пусть* X *- некоторое банахово пространство. Ряд*

$$\sum_{k=1}^{\infty} f_k,\ f_k \in X \tag{1}$$

называется универсальным в X *относительно перестановок, если для любого* $f \in X$ *члены ряда (1) можно переставить так, что вновь полученный ряд* $\sum_{k=1}^{\infty} f_{\sigma(k)}$ *сходится к функции* f *по норме* X.

Определение 4. *Ряд* (1) *называется универсальным в* X *относительно знаков, если для любого* $f \in X$ *можно найти набор знаков* $\varepsilon_k = \pm 1$ *так, что ряд* $\sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_k f_k$ *сходится к* $f(x)$ *по норме* X.

Отметим, что вопросам существования рядов (одномерных и двумерных), универсальных в обычном смысле и относительно перестановок, подрядов, знаков в смысле сходимости почти всюду, по мере, в весовом пространстве $L^p_\mu[0,2\pi]$, $1 \le p < \infty$ посвящено много работ (см. [6]- [8]).

В [9] доказан следующий результат.

Теорема. *Существует ряд по системе Кристенсона-Леви вида*

$$\sum_{k=0}^{\infty} C_k \psi_k(x) \text{ с } \sum_{k=0}^{\infty} |C_k|^q < \infty,\ \forall q > 2$$

со свойством: для любого $\varepsilon > 0$ *существует измеримая функция*

$$\mu(x),\ 0 < \mu(x) \le 1,\ \left|\{x \in [0,1) : \mu(x) \ne 1\}\right| < \varepsilon$$

такая, что ряд является универсальным в $L^1_\mu[0,1)$ *относительно перестановок и подрядов.*

В данной работе рассматриваются аналогичные вопросы для пространств $L^p_\mu[0,1)]$, $p \ge 1$. В частности, получены следующие результаты.

Теорема. *Для любого* $\varepsilon > 0$ *существует измеримая функция*

$$\mu(x),\ 0 < \mu(x) \le 1,\ \left|\{x \in [0,1) : \mu(x) \ne 1\}\right| < \varepsilon$$

и ряд по системе Кристенсона-Леви вида

$$\sum_{k=0}^{\infty} C_k \psi_k(x) \text{ с } \sum_{k=0}^{\infty} |C_k|^q < \infty,\ \forall q > 2,$$

который является универсальным в $L^p_\mu[0,1)$, $p \ge 1$ *относительно знаков (перестановок и подрядов) , и все ненулевые члены в последовательности* $\{|C_k|\}$ *расположены в убывающем порядк.*

Замечание. *Отметим, что эти результаты невозможно усилить в том смысле , что в нем невозможно заменить* $L^p_\mu[0,1)$ *на* $L^p[0,1)$*при* $p \ge 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Chrestenson H.E.** A class of generalized Walsh functions// Pacific Journal Mathematics. - 1955.- 45.- P. 17-31.
2. **Pely R**. A remarkable systems of orthogonal functions// Proc. London Math. Soc. – 1932.-34.- P. 241-279.
3. **Fine J.** The generalized Walsh-functions// Trans. AMS. – 1950.-69.- P. 66-67.

4. **Watari C.** On generalized Walsh-Fourier series// Tohoku Math. J.- 1958.-10.- P. 211-241.
5. **Виленкин Н.Я.** Об одном классе полных ортогональных систем// Известия АН СССР. Сер. мат.- 1947.- Т. 11.- С. 363 - 400.
6. **Меньшов Д.Е.** О частичных суммах тригонометрических рядов // Мат. Сборник.-
7. 1947.- Т.20.- Н. 2.- С. 197- 238.
8. **Козлов В.Я.,** О полных системах ортогональных функций// Мат. сборник.- 1950.- Т.26, Н.3.- С. 351- 364.
9. **Талалян А.А.** О рядах универсальных относительно перестановок// Известия Акад. наук АрмССР.- Сер. Мат.- 1960.- Т. 24.- С. 567- 604.
10. **Episkoposian S.A.** On the existence of universal series by generalized Walsh system// Banach J. Math. Anal.- 2016.-V. 10, N.- 2.- P.-415-429.

Ս.Ա. ԵՊԻՍԿՈՊՈՍՅԱՆ, Տ.Մ. ՍԱՂԱԹԵԼՅԱՆ

$L_{\mu}^{p}[0,1],\ p \geq 1$ ԿՇՌԱՅԻՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՒՄ ԿՐԻՍՏԵՆՍՈՆ - ԼԵՎԻԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՎ ՈՒՆԻՎԵՐՍԱԼ ՇԱՐՔԵՐԻ ԳՈՅՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Դիտարկվում են $L_{\mu}^{p}[0,1],\ p \geq 1$ կշռային տարածություններ և այդ տարածություններում Կրիստենսոն - Լևիի համակարգով նշանների և տեղափոխությունների նկատմամբ ունիվեռսալ շարքերի գոյության հարցերը:

Առանցքային բառեր. Կրիստենսոն - Լևիի համակարգ, ունիվերսալ շարք, կշռային տարածություն:

S.A. EPISKOPOSIAN, T.M. SAGHATELYAN

THE EXISTENCE OF UNIVERSAL SERIES BY THE CHRESTENSON - LEVY SYSTEM IN WEIGHTED $L_{\mu}^{p}[0,1],\ p \geq 1$ SPACES

Issues concerning weighted $L_{\mu}^{p}[0,1],\ p \geq 1$ spaces and the existence of universal series by the Chrestenson - Levy system are considered.

Keywords**:** Chrestenson – Levy system, universal series, weighted space.