

S.H. SIMONYAN, G.V. ADAMYAN, M.A. ADAMYAN, A.A. AYVAZYAN

**CREATING AN APPLIED PACKAGE FOR AN AUTOMATIZED  
SOLUTION OF A ONE-PARAMETRIC GENERALIZED PROBLEM OF  
SELF-VALUE-FUNCTIONS AND SELF-VECTOR-FUNCTIONS**

One-parametric generalized problem of self value-functions and self vector-functions are examined. The solution methods are based on differential transformations. These methods, as well as modern tools of information technologies are used for the development of the applied program package.

*Keywords:* one-parametric generalized problem of self value-functions and self vector-functions, information technologies, applied program package, automatized solution.

УДК 621.52+511.52

С.О. СИМОНЯН, А.А. АЙВАЗЯН

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЯДА МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ  
ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА  
СИЛЬВЕСТРА  $A(t)X(t)+X(t)B(t)=C(t)$**

Анализируются сравнительные характеристики методов решения однопараметрических матричных непрерывных уравнений типа Сильвестра, а именно- метода замороженных коэффициентов (с использованием метода интерполяции Ньютона), а также последовательного и параллельного численно-аналитических методов, основанных на дифференциальных преобразованиях. Анализ проведен по трем основным параметрам - времени работы метода, использованию памяти и количеству запросов функций.

*Ключевые слова:* сравнительный анализ, однопараметрическое матричное непрерывное уравнение типа Сильвестра, метод замороженных коэффициентов, интерполяция Ньютона, дифференциальные преобразования, последовательный и параллельный численно-аналитические методы.

**Введение.** В последние годы методам решения однопараметрических матричных уравнений на основе дифференциальных преобразований [1] посвящено много исследований, в частности [2,3]. Однако сравнительный анализ характеристик этих методов до сих пор не осуществлён. Настоящая работа преследует цель некоторого заполнения этого пробела.

Итак, пусть имеется матричное уравнение

$$A(t) \cdot X(t) + X(t) \cdot B(t) = C(t),$$

где  $A(t)$ ,  $B(t)$  и  $C(t)$  - квадратные однопараметрические матрицы, а  $X(t)$  – неизвестная матрица, подлежащая определению.

Метод замороженных коэффициентов (ЗК) [4-6] определяет решения рассматриваемой задачи в фиксированных точках параметра  $t$ , а затем интерполяцию полученных результатов на данном интервале параметра  $t$ . В качестве метода для интерполяции была выбрана интерполяция Ньютона [7], как наиболее быстрый и удобный метод, причём были использованы 200 значений параметра  $t$  и 4-й порядок многочлена интерполяции. Для решения числовых матричных уравнений типа Сильвестра были использованы формы Хессенберга и Шура [8].

Методы, основанные на дифференциальных преобразованиях, имеют общую отличительную черту: они возвращают конечный однопараметрический результат. Кроме того, они не требуют много памяти для их работы, так как основываются на использовании рекуррентных формул для нахождения соответствующих решений. Заметим также, что при анализе было использовано значение  $K_{max}=3$  целочисленного аргумента  $K \in \overline{0, \infty}$ .

Программная реализация для сравнительного анализа методов была проведена в среде математического программирования MATLAB [9,10] и дала возможность проверить их работоспособность на 100 различных уравнениях 2-го, 3-го и 4-го порядков.

**Результаты.** По итогам анализа можно утверждать, что метод ЗК находится на последнем месте по использованию компьютерной памяти. Последовательный метод был самым эффективным в этом плане, а параллельный метод почти не уступил последовательному. Этот порядок методов сохранился для матриц до трёх порядков включительно (рис. 1).

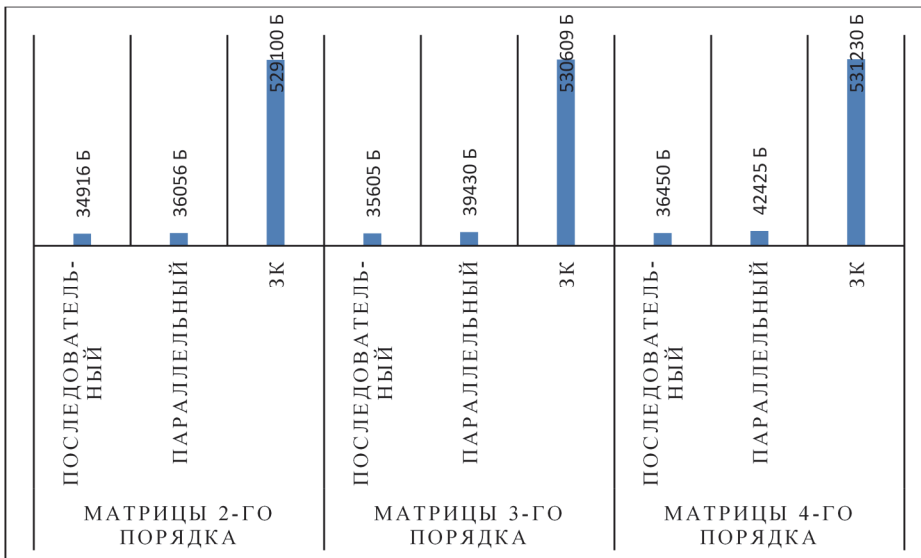


Рис. 1. Память

Время, которое потратили методы, существенно помогает выявить их характеристики (рис. 2).

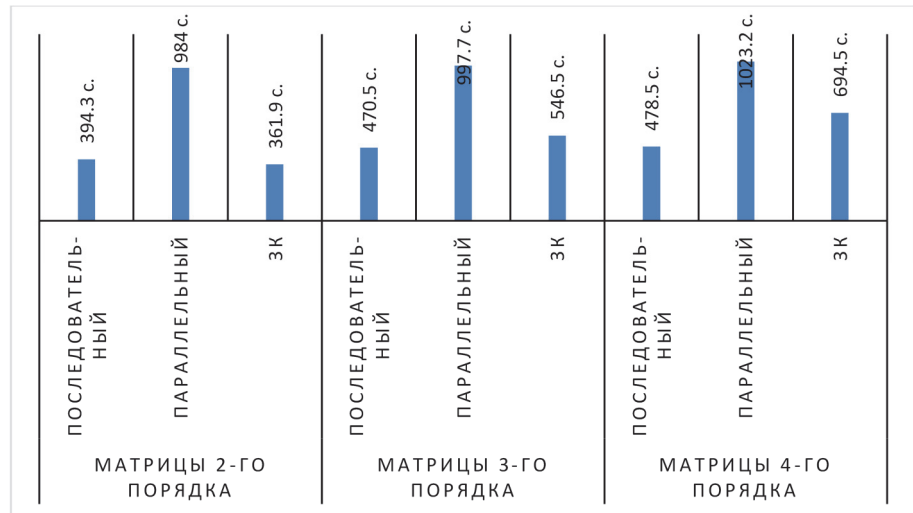


Рис. 2. Среднее время

Так, метод ЗК для матриц второго порядка оказался самым быстрым из трёх методов, а параллельный метод уступил последовательному в несколько раз. Когда размеры матриц увеличиваются, то метод ЗК начинает отставать во времени из-за увеличения объема вычислительных операций при интерполяции.

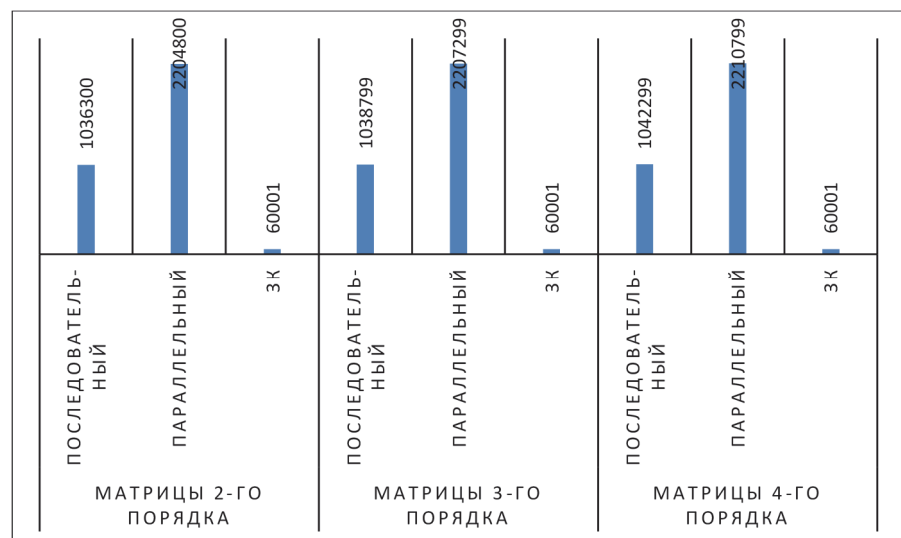


Рис. 3. Число запросов

Кроме того, при работе параллельного численно-аналитического метода в этом плане не замечается большой разницы (в отличие от последовательного метода) в зависимости от размеров матриц, причем сравнительно большое время работы параллельного метода связывается с символьными операциями.

Самое большое число запросов к функциям работы с символьными переменными наблюдается у параллельного метода (рис. 3), что и является основной причиной медленной работы метода. Количество запросов для ЗК не зависит от размеров матриц.

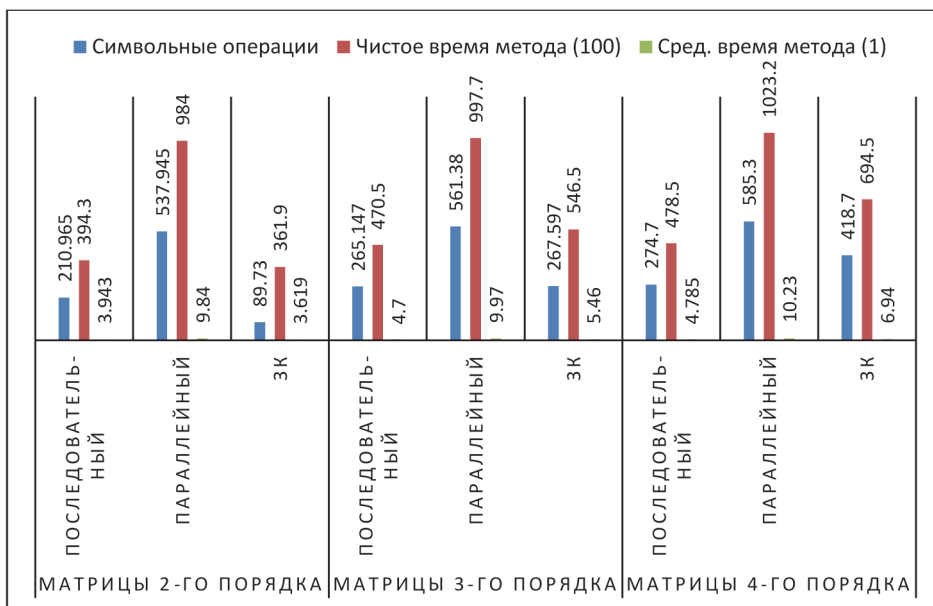


Рис. 4. Общий анализ времени

**Выводы.** Таким образом, на основе проведенного анализа можно утверждать, что при больших размерах матриц параллельный метод будет опережать по времени два остальных метода, а метод ЗК потеряет все преимущества, имеющие место при небольших размерах рассматриваемых матриц. Очевидно также, что целесообразно использование численно-аналитических методов, если есть ограничения на использование компьютерной памяти (рис. 4), и метода ЗК, если нужно обеспечить быстродействие получаемых результатов при малых размерах матриц. Целесообразно также использование метода ЗК, если нужно уменьшить количество запросов в стеке компьютера.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений.- Киев: Наукова думка, 1984.- 420с.
2. **Симонян С.О.** Методы решения однопараметрических матричных непрерывных уравнений типа Сильвестра  $A(t) \cdot X(t)+X(t) \cdot B(t)=C(t)$  // Известия НАН РА и НПУА. Сер. ТН.-2015.- Т.LXVIII, №3.-С.370-380.
3. **Симонян С.О.** Декомпозиционные методы решения однопараметрических матричных непрерывных уравнений типа Сильвестра  $A(t) \cdot X(t)+X(t) \cdot B(t)=C(t)$  // Известия НАН РА и НПУА. Сер.ТН.-2015.-Т.LXVIII, №4.-С.497-510.
4. **Гантмахер Ф.П.** Теория матриц.- М.: Наука, 2010.-560с.
5. **Мамонов С.С.** Решение матричных уравнений //Вестник Ряз. гос. ун-та им. С.А. Есенина.- Рязань, 2009.- Вып.21, №1.- С.115-136.
6. **Чуйко С.М.** О решении матричного уравнения Сильвестра // Вестник Одесского национального университета. Сер.: Математика и механика.- 2014.- Т.19:1, № 21.- С. 49-57.
7. **Մինոնյան Մ.Հ.** Հաշվողական մեթոդների կիրառական տեսություն.- Երևան: Ճարտարագետ, 2009.- 204 էջ:
8. **Golub G.H., Nash S., C. Van Loan.** A Hessenberg-Schur method for the problem  $AX+XB=C$  // IEEE Transactions on automatic control. -1979.- Vol. AC-24, No 6. -P. 909-913.
9. **Дьяконов В.П.** MATLAB и SIMULINK для радиоинженеров.-М.: ДМК Пресс, 2016.- 976 с.
10. **Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.** Параллельные вычисления.-СПб.: “БХВ-Петербург”, 2004.-608с.

## Ս.Հ. ՄԻՄՈՆՅԱՆ, Ա.Ա. ԱՅՎԱԶՅԱՆ

### ՍԻԼՎԵՍՏՐԻ ՏԻՊԻ $A(t)X(t)+X(t)B(t)=C(t)$ ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՄԱՐԻՑԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԻ ՇԱՐՔ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ուսումնասիրվում են Սիլվեստրի տիպի անընդհատ միապարամետրական մատրիցային հավասարումների լուծման մեթոդների՝ սառեցված գործակիցների մեթոդի (ՍԳ՝ օգտագործելով Նյուտոնի մոտարկման մեթոդը) և հաջորդական ու զուգահեռ թվա-անալիտիկ մեթոդների համեմատական բնութագրերը, որոնք հիմնված են դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա: Վերլուծությունը կատարվել է երեք հիմնական պարամետրերի վերաբերյալ՝ մեթոդի աշխատանքի ժամանակի, օգտագործած հիշողության և ֆունկցիաների հարցումների քանակի:

**Առանցքային բաներ.** համեմատական վերլուծություն, Սիլվեստրի տիպի միապարամետրական անընդհատ մատրիցային հավասարումներ, սառեցված գործակիցների մեթոդ, Նյուտոնի մոտարկում, դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, հաջորդական և զուգահեռ թվա-անալիտիկ մեթոդներ:

S.H. SIMONYAN, A.A. AYVAZYAN

**COMPARATIVE ANALYSIS OF THE METHODS FOR SOLVING SYLVESTER TYPE  $A(t)X(t)+X(t)B(t)=C(t)$  ONE-PARAMETRIC MATRIX EQUATIONS**

The comparative characteristics of the methods for solving continuous one-parameter Sylvester-type matrix equations are analyzed: The method of frozen coefficients (FC using Newton interpolation), as well as the parallel and serial numerical-analytical methods based on the differential transformations. The analysis is carried out by three main parameters- the working time of the methods, the memory usage and the number of function calls.

**Keywords:** comparative analysis, one parametric Sylvester type matrix continuous equation, frozen coefficient method, Newton's interpolation, differential transformations, sequential and parallel numerical- analytical methods.

ՀՏԴ 681.5.09

**Հ.Գ. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ, Լ.Մ. ԲՈՒՆԻԱԹՅԱՆ**

**ՓՈՔՐ ԱՆՕԴԱԶՈՒԹՈՂՈՂ ՍԱՐՔԵՐԻ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԽԱՓԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՏԵՍԱԿՆԵՐԸ, ԴՐԱՆՑ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ ԵՎ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿՆԵՐԸ**

Ուսումնասիրել են փոքր անօդաչու թռչող սարքերի խափանակայուն կառավարման համակարգերը (ԽԿՀ) և խափանումների հայտնաբերումն ու ախտորոշումը: Ներկայացվում են տարբեր տիպի խափանումների և ձախողումների տեսակները, որոնք կարող են առաջանալ համակարգի շարժիչների և տվիչների վրա:

**Առանցքային բառեր.** անօդաչու թռչող սարք, խափանում, ձախողում, խափանումների հայտնաբերում և ախտորոշում, խափանակայունության կառավարում:

**Ներածություն:** Երբ համակարգի մեջ առաջանում են խափանումներ, համակարգի հիմնական խնդիրն է դառնում հնարավորինս շուտ տեղեկացնել, հստակորեն ախտորոշել և որոշել, թե ինչպես կարելի է հաղթահարել առաջացած խափանումները: Խափանման հայտնաբերումը, աղբյուրը գտնելը և հետագա համապատասխան գործողությունները ԽԿՀ-ի կառավարման հիմքն են:

**Խափանումներ և ձախողումներ:** Խափանումը կարելի է սահմանել որպես որևէ բնութագրիչ հատկության կամ համակարգի առանձին պարամետրի անթույլատրելի շեղում իր ստանդարտ վիճակից: Ձախողումը համակարգին առաջադրված գործառնության համաձայն սահմանված աշխատանքային պայմանների, կատարման ունակության մշտական ընդհատումն է: Այսպիսի անսարքություններ կարող են առաջանալ կառավարման օբյեկտների, տվիչների, շարժիչների