

**ՄԵԽԱՆԻԿԱ, ՄԵՔԵՆԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ,
ՄԵՔԵՆԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ, ՏՐԱՆՍՊՈՐՏ, ԴԻՉԱՅՆ**

ՄԵԽԱՆԻԿԱ ԵՎ ՄԵՔԵՆԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

ՀՏԴ 621.762, 620.10

Գ.Լ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Ն.Գ. ՀԱԿՈՔՅԱՆ

**ՀԱՐԹ ԴԵՖՈՐՄԱՑՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ
ՊԼԱՍՏԻԿՈՒԹՅԱՆ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ԵԶՐԱԳԾԻ ՀԱՇՎԱՌՄԱՆ
ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ**

Քննարկվել են հոծ նյութերի հարթ պլաստիկ դեֆորմացման տարբեր խնդիրների դեպքերում պլաստիկության սահմանային եզրագծի առանձնահատկությունները: Օգտագործվել են բարդ դեֆորմացման դեպքում հոծ պլաստիկ նյութերի Տրեսկա – Սեն-Վենանի և Հուբեր-Միզեսի, ինչպես նաև Հուբեր-Միզեսի պլաստիկության պայմանի (ՊՊ) հիման վրա ստեղծված ձգման ու սեղմման տարբեր դիմադրություն ունեցող հոծ և փոշենյութերի ընդհանրացված ՊՊ-ները:

Առանցքային բառեր. բարդ դեֆորմացում, հարթ խնդիրներ, հոծ և ծակոտկեն նյութեր, պլաստիկության պայման:

Նյութերի պլաստիկ դեֆորմացման խնդիրների լուծման դեպքերում սահմանային մակերևույթի և հարթ դեֆորմացման եզրագծի հետազոտմանը նվիրված են բազմաթիվ աշխատանքներ, որոնցում հիմնավորվում են գոյություն ունեցող Տրեսկա – Սեն-Վենանի և Հուբեր-Միզեսի հոծ և ձգման ու սեղմման միևնույն դիմադրությունն ունեցող նյութերի համար հիմնական պլաստիկության չափանիշները [1-3], ինչպես նաև Հուբեր-Միզեսի ՊՊ-ի հիման վրա նյութերի պլաստիկ դեֆորմացման իրական հատկությունների հաշվառման մասին ժամանակակից պատկերացումներով ստեղծված ընդհանրացված ՊՊ-ները [3-5]: Սակայն այդ հարցերը դեռևս քիչ են հետազոտված և կարիք ունեն հետազոտությանսիրման, ինչով և հիմնավորվում է այդ բնագավառում գիտական հետազոտությունների կատարման արդիականությունը:

Աշխատանքի նպատակն է հոծ պլաստիկ, ձգման ու սեղմման տարբեր դիմադրություն ունեցող հոծ և փոշենյութերից մեքենամասերի բարդ դեֆորմացման դեպքերում ՊՊ-ի վերլուծումը, ինչպես նաև հարթ խնդիրների դեպքերում լրացուցիչ տարբեր օրինակների դիտարկմամբ նյութերի առաձգական դեֆորմացումից պլաստիկին անցման սահմանային եզրագծերի կառուցման առանձնահատկությունների բացահայտումը:

1.Տրեսկա – Սեն-Վենանի (առավելագույն շոշափող լարումների) ՊՊ-ը լարվածային վիճակի ընդհանուր դեպքում, հաշվի առնելով σ_1, σ_2 և σ_3 , գլխավոր լարումների $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ անհավասարությունը կունենա հետևյալ տեսքը [1,2]՝

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_h, \quad (1)$$

որտեղ σ_h -ը հոսունության սահմանին լարումն է միառանցք լարվածային վիճակում:

σ_1, σ_2 և σ_3 կորորդինատային համակարգում (1) ՊՊ-ը ներկայացվում է վեցանիստ պրիզմայի տեսքով (նկ.1):

Հուբեր-Միզեսի ՊՊ-ն σ_1, σ_2 և σ_3 կորորդինատային համակարգում վեցանկյուն պրիզմային

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_h^2 \quad (2)$$

հավասարմամբ արտագծված կլոր գլանով փոխարինելն է (նկ.1) [1,2]:

(2)-ը հաճախ ստացվում է՝ դիտարկելով ձևափոխման դեֆորմացիայի պոտենցիալ էներգիան, այդ պատճառով այն երբեմն անվանվում է <<էներգետիկ>> ՊՊ [1,2]: Նշենք, որ (2)-ը ներկայացվում է նաև օգտագործելով

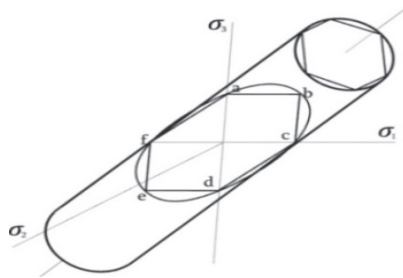
$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

լարումների ինտենսիվության բանաձևը [1]՝

$$\sigma_i = \sigma_h, \quad (3)$$

այսինքն՝ պլաստիկ դեֆորմացումներն առաջանում են այն դեպքում, երբ լարումների ինտենսիվությունը հասնում է ձգման դեպքում նյութի հոսունության սահմանի մեծությանը:

Եթե գլխավոր նորմալ լարումները նյութի որևէ տարրում այնպիսին են, որ որոշում են գլանի մակերևույթի վրա գտնվող կետը, ապա այդ տարրը կլինի պլաստիկ վիճակում: Այսպիսով, (2) արտահայտության համաձայն՝ այդ գլանի մակերևույթը պլաստիկ դեֆորմացման սահմանային մակերևույթն է Միզեսի ՊՊ-ով [1]:



Նկ. 1. Տրեսկա – Սեն-Վենանի և Հուբեր-Միզեսի պլաստիկության սահմանային մակերևույթները

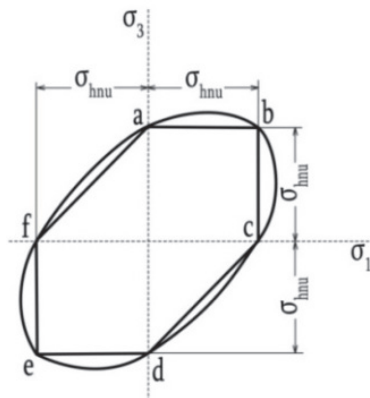
[1,2] – ում քննարկվել են Տրեսկա – Սեն-Վենանի և Հուբեր-Միզեսի ՊՊ-ները հարթ լարվածային վիճակի մասնավոր դեպքի համար՝ ընդունելով գլխավոր լարումներից մեկը հավասար զրոյի, մասնավոր դեպքում՝ $\sigma_2 = 0$: Այդ դեպքում Տրեսկա – Սեն-Վենանի ՊՊ-ն [1]-ում ներկայացվում է հետևյալ տեսքերով՝

$$\text{երբ } \sigma_1 \sigma_3 > 0 \text{ և } |\sigma_1| > |\sigma_3| \text{ } |\sigma_1| = \sigma_h ,$$

$$\text{երբ } \sigma_1 \sigma_3 > 0 \text{ և } |\sigma_3| > |\sigma_1| \text{ } |\sigma_3| = \sigma_h , \quad (4)$$

$$\text{երբ } \sigma_1 \sigma_3 < 0 \text{ } |\sigma_1 - \sigma_3| = \sigma_h :$$

Այս արտահայտությունները σ_1, σ_3 կոորդինատային համակարգում վեց ուղիղ գծերի՝ ab, bc, cd, de, ef, fa հավասարումներն են, որոնք կտրում են կոորդինատային առանցքներից հատվածներ՝ հավասար σ_h հոսունության սահմանին, և արդյունքում ձևավորում է abcdef վեցանկյունը (նկ.2):



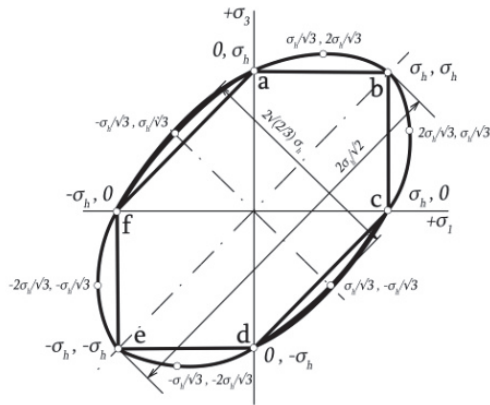
Նկ. 2. Տրեսկա – Սեն-Վենանի և Հուբեր-Միզեսի ՊՊ-ների գրաֆիկները հարթ լարվածային վիճակի դեպքում [1,2]

Ինչ վերաբերում է Հուբեր-Միզեսի ՊՊ-ին հարթ լարվածային վիճակի դեպքում, երբ $\sigma_2 = 0$, ապա (2) – ից հետևում է՝

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2 = \sigma_h^2, \quad (5)$$

ինչը abcdef վեցանկյան շուրջ արտագծած (նկ. 1 և 2) էլիպսաձև սահմանային կորն է:

Նկ. 3-ում ցույց են տրված էլիպսի կիսաառանցքների մեծությունները և բնութագրիչ կետերի կոորդինատները [2], որոնք լրացված են համապատասխան օրինակներով և դրանց իրականացման սխեմաներով:

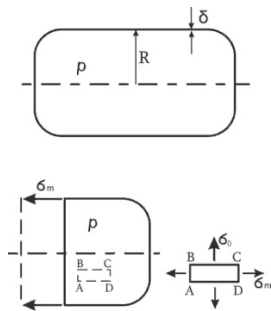


Նկ. 3. Էլիպսաձև սահմանային կորի բնութագրիչ կետերի կոորդինատները [2]

Դրա համար դիտարկվել են հետևյալ լարվածային վիճակները.

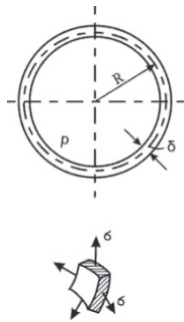
ա) գծային լարվածային վիճակ. դրանք էլիպսի հատման չորս կետերն են σ_1 և σ_3 առանցքների հետ $(0, \sigma_h; \sigma_h, 0; 0, -\sigma_h; -\sigma_h, 0)$, այսինքն՝ գծային ձգում և սեղմում,

բ) երկառանցք՝ մեկը մյուսից երկու անգամ մեծ միանշան լարվածային վիճակ. դրանք էլիպսի վրայի հետևյալ չորս կետերն են՝ $\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_h, \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_h; \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_h, \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_h; -\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_h, -\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_h; -\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_h, -\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_h$, որոնցից առաջին երկուսին համապատասխան օրինակներից է r շառավղով և δ պատի հաստությամբ ճակատները փակ բարակապատ խողովակի ներքին p ճնշումով բեռնավորման դեպքը, երբ միջօրեական ու շրջանային լարումների որոշման բանաձևերն են համապատասխանաբար՝ $\sigma_m = pr/2\delta$ և $\sigma_\theta = pr/\delta$ (նկ. 4),



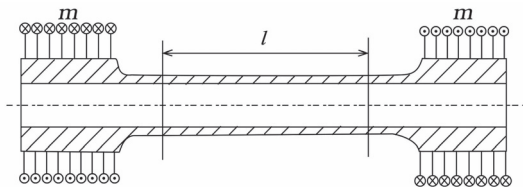
Նկ. 4. Ճակատները փակ բարակապատ խողովակի ներքին p ճնշումով բեռնավորման դեպքը

գ) երկատանցք՝ մեկը մյուսին հավասար միանշան լարվածային վիճակ. դրանք էլիպսի վրա b և e կետերն են, որոնցից b -ն r շառավղով և δ պատի հաստությամբ բարակապատ գնդի ներքին p ճնշումով բեռնավորման դեպքն է, երբ $\sigma_m = \sigma_\theta = pr/2\delta$ (նկ. 5),



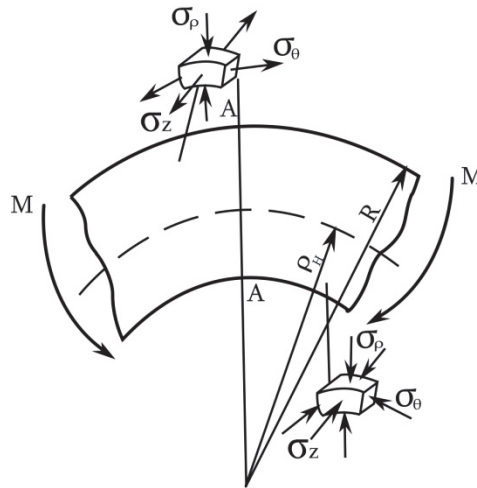
Նկ. 5. Բարակապատ գնդի ներքին p ճնշումով բեռնավորման դեպքը

դ) երկու կետերը՝ $\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_h$, $-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_h$ և $-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_h$, $\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_h$, համապատասխանում են մաքուր սահքին ($\sigma_1 = -\sigma_3$), քանի որ լարումներից մեկի զրո լինելու դեպքում մյուս երկուսը հավասար են բացարձակ արժեքով և ուղղված են հակառակ նշանով [2]: Դրանց համապատասխանում է r շառավղով և δ պատի հաստությամբ բարակապատ խողովակի ոլորումը (նկ. 6),



Նկ. 6. Բարակապատ խողովակի ոլորման դեպքը

ե) ուղղանկյուն հատույթով լայն շերտի մաքուր ծռման դեպքում (նկ. 7) դրա վերևի (ձգվող) մասում առաջանում է ձգող շրջանային լարում, իսկ ներքևի մասում՝ սեղմող շրջանային լարում, այն դեպքում, երբ շառավղային լարումները երկու մասում էլ սեղմող են: Ընդ որում, շերտի լայնության ուղղությամբ [2]-ում դեֆորմացիան ընդունվում է հավասար գրոյի ($\varepsilon_z = 0$): Այդ դեպքում առաջանում է նաև σ_z , այսինքն՝ լարվածային վիճակը ծավալային է: Սակայն [2]-ում ցույց է տրված, որ դեֆորմացված լայն շերտի չափերի որոշ դեպքերում σ_r շառավղային լարումը σ_θ -ի նկատմամբ կարելի է անտեսել, այսինքն՝ լարվածային վիճակը դառնում է հարթ՝ σ_θ և σ_z լարումներով:



Նկ. 7. Ուղղանկյուն հատույթով շերտի մաքուր ծռման դեպքը

Նշենք, որ ՊՊ-ի վերաբերյալ հետազոտությունները ցույց են տալիս Հուբեր-Միզեսի ՊՊ-ի առավել հիմնավորվածությունը Տրեսկա – Սեն-Վենանի ՊՊ-ից [1,2]:

2. Այժմ քննարկենք նյութերի պլաստիկ դեֆորմացման իրական հատկությունների հաշվառման մասին ժամանակակից պատկերացումներով ստեղծված ընդհանրացված ՊՊ-ները [3-7]: Ընդ որում, դրանք հիմնված են σ_i լարումների ինտենսիվության վրա:

[3, 4]-ում, բացի σ_i -ից, օգտագործվում է նաև σ_1 ամենամեծ նորմալ լարումը, իսկ [3, 5]-ում σ_i -ի հետ մեկտեղ հաշվի է առնվում միջին լարման մեծությունը՝ $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$: Ընդ որում, [5]-ում, փորձնականորեն որոշվող նյութի հատկություններից կախված, A և B հաստատուն գործակիցներով արտահայտված ՊՊ-ն ներկայացված է հետևյալ տեսքով՝

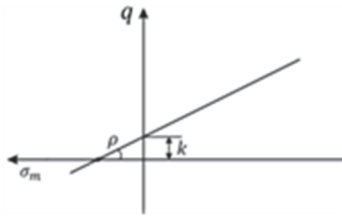
$$\sigma_i + A\sigma_0 = B\sigma_h, \quad (6)$$

ինչը կարելի է օգտագործել ոչ միայն պլաստիկ, այլ նաև որոշ փխրուն նյութերից պատրաստված մեքենամասերի սահմանային վիճակների հետազոտման դեպքում:

Դրուկեր-Պրագերի պլաստիկության պայմանն ուղիղ գծային կապ է հաստատում քառակուսի աստիճանի արմատ q լարման դեվիատորի երկրորդ ինվարիանտի և σ_0 միջին լարման միջև (նկ. 8) [6]՝

$$q \cos \rho - \sigma_0 \sin \rho = k \cos \rho, \quad (7)$$

որտեղ ρ - ն փոշու հատիկների միջև ներքին շփման անկյունն է, k - ն՝ դրա հատիկների կառչման գործակիցը, իսկ $q = \sigma_i / \sqrt{3}$:



Նկ. 8. Դրուկեր-Պրագերի պլաստիկության պայմանը պարկերող գրաֆիկը

[6] -ում ցույց է տրվել, որ իդեալական կապակցված նյութի համար ($\rho \rightarrow 0$ -ի դեպքում կունենանք հոծ նյութ), եթե Դրուկեր-Պրագերի պլաստիկության պայմանում k - ի փոխարեն տեղադրենք $\sigma_h / \sqrt{3}$, կստանանք Հուբեր-Միզեսի պլաստիկության պայմանը:

[7]-ում եռակալված ծակոտկեն նյութերի ՊՊ-ն ներկայացվել է հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{1}{(1-v)^{n+0.5}} \left(\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] + v^m (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \right)^{0.5} = \sigma_h, \quad (8)$$

որտեղ v -ն նյութի ծակոտկենությունն է, m -ը և n -ը՝ դրա պարամետրերը:

Նշենք, որ նյութի մեխանիկական հատկությունների վրա ծակոտկենության ազդեցությունը հաշվի է առնվում

$$\beta = (1 - v)^{n+0.5} \quad (9)$$

ծակոտկենության ֆունկցիայով, իսկ միջին լարման վրա՝ v^m -ով: Ընդ որում, նյութի ծակոտկենության բացակայության դեպքում (8)-ից ստացվում է Միզեսի ՊՊ-ը:

Այսպիսով, կատարվել է հոծ պլաստիկ, ձգման ու սեղմման տարբեր դիմադրություն ունեցող հոծ և փոշենյութերից մեքենամասերի բարդ դեֆորմացման դեպքերում ՊՊ-ի վերլուծություն, ինչպես նաև հարթ խնդիրների դեպքերում տարբեր լրացուցիչ օրինակների դիտարկմամբ նյութերի առաձգական դեֆորմացումից պլաստիկին անցման սահմանային եզրագծերի կառուցման առանձնահատկությունների բացահայտում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Малинин Н.Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести.-М.: Машиностроение, 1975. -395 с.
2. **Сторожев М.В., Попов Е.А.** Теория обработки металлов давлением.-М.: Машиностроение, 1971. -421 с.
3. **Писаренко Г.С., Лебедев Г.С.** Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии.-Киев: Наукова думка, 1969. - 199 с.
4. **Лебедев А.А., Ковальчук Б.И., Ламашевский В.П., Гигиняк Ф.Ф.** Расчеты при сложном напряженном состоянии.-Киев: АН УкрССР, ИПП, 1979. -63 с.
5. **Беляев Н.М.** Сопротивление материалов.- М.: Наука, 1976.- 608с.
6. **Петросян Г.Л., Арзумян М.Г.** Об обобщенных условиях пластичности сплошных и металлических порошковых материалов // Материалы Межд. научн.-техн. конф. “Машиностроительные технологии и техника автоматизации – 2014”, 07-12 июля 2014 г.- Ереван, 2014. - С. 108-113.
7. **Петросян Г.Л.** Пластическое деформирование порошковых материалов. – М.: Metallurgia, 1988. –152 с.

Г.Л. ПЕТРОСЯН, Н.Г. АКОПЯН

ОСОБЕННОСТИ УЧЕТА ПЛАСТИЧЕСКОГО ПРЕДЕЛЬНОГО КОНТУРА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПЛОСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

В случае сложной деформации сплошных пластических материалов используются условия пластичности Треска – Сен-Венана, Хубера-Мизеса и основанное на условии пластичности Хубера-Мизеса обобщенное условие пластичности для сплошных материалов, имеющих при растяжении и сжатии различное сопротивление, а также для порошковых материалов. Обсуждаются особенности предельного контура пластичности в различных случаях плоской деформации сплошных пластических материалов.

Ключевые слова: сложная деформация, плоские задачи, сплошные и пористые материалы, условие пластичности.

G.L. PETROSYAN, N.G. HAKOBYAN

**PECULIARITIES OF CONSIDERING THE PLASTIC LIMIT CONTOUR
AT SOLVING PROBLEMS OF PLANE DEFORMATION**

Based on the plasticity conditions of Tresca – Saint - Venanta and the terms of the Hubera-Misesa plasticity condition in the case of complex deformation, plasticity condition, for the solid materials having unequal resistance to tension and compression and for the porous materials are used. The features of the plastic limit contour in different cases of plane deformation of solid plastic materials are discussed.

Keywords: complex deformation, plane problems, solid and porous materials, condition of plasticity.

ՀՏԴ 681(075.8)

Ն.Լ. ՀԱԿՈՒՅԱՆ, Մ.Գ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

**ԿՈՐՐԴԻՆԱՏԱՅԻՆ ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԿԱՏԱՐՈՂ ՄԻԿՐՈՌՈՒՓՈՏԻ
ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ ԵՎ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ**

Ներկայացված է եռաչափ կորրդինատային տեղափոխություններ կատարող այնպիսի էլեկտրական ակտուատորներով և երկշարժուն առաձգական հողակապերով միկրոռոբոտի մոդելավորումը և նրա բնութագրերի հետազոտումը ANSYS ծրագրային միջավայրում: Որոշվել են հողակապերի կոշտությունը ու պտտային տիրույթը նրա գոյության պայմանից և միկրոռոբոտի կառուցվածքային կոշտությունն ու ելքի օղակի տեղափոխության առավելագույն մեծությունը:

Առանցքային բառեր. միկրոռոբոտ, առաձգական հողակապ, կորրդինատային տեղափոխություն, կոշտություն:

Ներածություն: Հետազոտության օբյեկտն է այնպիսի էլեկտրական և առաձգական տարրերի հիման վրա կառուցված գերճշգրիտ կորրդինատային տեղափոխություններ կատարող միկրոռոբոտը: Նմանատիպ սարքերն [1 – 4] ունեն լայն պահանջարկ և կիրառման բազմատեսակ բնագավառներ՝ ճշգրիտ օպտիկամեխանիկական համակարգերում, կենսաբանական մանրաչափ օբյեկտների հետազոտություններում, միկրովիրաբուժությունում և այլուր:

Խնդրի դրվածքը: Կատարվել է կորրդինատային տեղափոխությունների միկրոռոբոտի [3] մոդելավորում, և որոշվել են նրա առաձգական տարրերի և համակարգի բնութագրերը:

Միկրոռոբոտը (նկ.1) բաղկացած է երեք փոխուղղահայաց տեղակայված օղակներից, դրանց երկշարժուն առաձգական հողակապերով միացված ելքի օղակից ու կանգնակին և ամեն օղակին նույնատեսակ հողակապերով միացված երեք այնպիսի էլեկտրական ակտուատորներից, որոնցից յուրաքանչյուրն ակ-