

M.S. TOROSYAN, M.G. STAKYAN

INVESTIGATING THE IMPACT OF STRENGTHENING TECHNOLOGIES ON THE INDICES OF THE FATIGUE RESISTANCE OF SHAFTS

Issues on increasing the fatigue resistance of shafts by applying the method of surface plastic deformation (SPD) are considered. The factors (the shaft dimensions and shapes, the stress concentration, surface strengthening) are analyzed, and regression equations for their quantitative estimation and application in design calculations are obtained.

Keywords: SPD method, shaft, strengthened layer, shaft shape and diameter, stress concentration.

ՀՏԴ 62-236.58:606:61

Ն.Բ. ՉԱՔԱՐՅԱՆ, Մ.Գ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ՀԱՐԹ ՄԱՆԻԴՈՒՆՅԱՏՈՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ ԵՎ ԿԱՌԱՎԱՐՈՒՄԸ՝ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ԽԱՂԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ

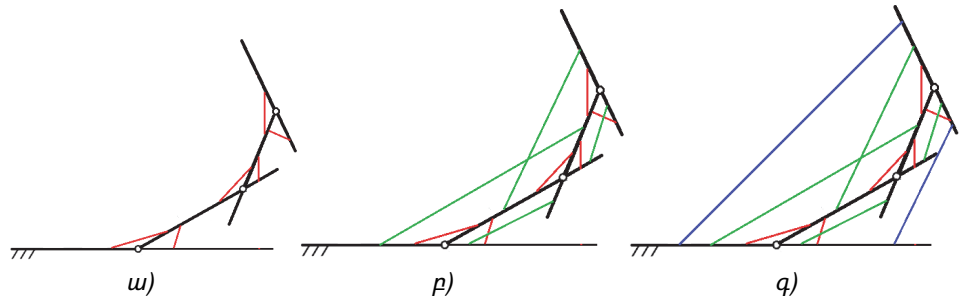
Ներկայացված են երեք ազատության աստիճանով հարթ մանիպուլյատորի օպտիմալ գերակտուացված սխեմա և դրա օպտիմալ նախագծման ու կառավարման խնդրի լուծման մեթոդաբանությունը՝ դիֆերենցիալ խաղերի մաթեմատիկական տեսության կիրառմամբ:

Առանցքային բառեր. գերակտուացված մանիպուլյատոր, դիֆերենցիալ խաղ, օպտիմալ նախագծում և կառավարում:

Ներածություն: Կենսաբանական գերակտուացված համակարգերի [1] ուսումնասիրությունից պարզ դարձավ, որ դրանց ռոբոտատեխնիկական կիրառությունների նպատակով կրկնօրինակման համար անհրաժեշտ է լուծել օպտիմալ նախագծման և կառավարման խնդիր, որն առավելագույն կերպով հաշվի կառնի ակտուատորների բոլոր փոխազդեցությունները՝ ապահովելով դրանց համակարգի նվազագույն էներգածախսը:

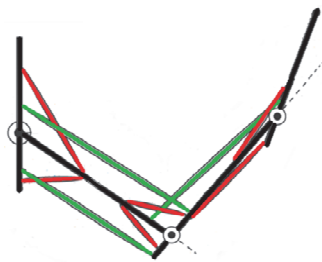
Աշխատանքի նպատակն է կառավարման ընդունելի ստրատեգիաների որոշումը, որոնք կերաշխավորեն դինամիկական համակարգի կայունությունը և կնվազեցնեն ակտուատորների առանձին ֆունկցիաները:

Խնդրի դրվածքը: Ընտրենք երեք ազատության աստիճանով գերակտուացված համակարգի օպտիմալ սխեման՝ ըստ հետևյալ հիմնական տարբերակների (նկ. 1):



Նկ. 1. Երեք ազատության աստիճանով համակարգի գերակրուացված սխեմաներ. (ա) միահողային ակտուատորներով, (բ) միահողային և երկհողային ակտուատորներով, (գ) միահողային, երկհողային և եռհողային ակտուատորներով

Ընտրությունը մեծ չափով կախված է դրա կիրառությունից: Եթե վերցնենք մարդու վերին վերջույթի երեք ազատության աստիճանով մոդելը, ապա դաստակի փոքր չափերով և զանգվածով պայմանավորված՝ կարելի է հեռացնել եռհողային ակտուատորները և երկհողային ակտուատորները մեկը [2] (նկ. 2):



Նկ. 2. Վերին վերջույթի օպտիմալ գերակրուացում

Ստացված 9 ակտուատորներով համակարգի խնդիրն է վերին վերջույթի կառավարվող ճշգրիտ շարժումների ապահովումը սագիտալ հարթությունում: Համեմատության համար նշենք, որ նման շարժումներն ապահովող բնական մկանների թիվը 14-ն է [3]:

Այնուհետև անհրաժեշտ է ընտրել մեր համակարգին համապատասխանող խաղի տեսակը: Քանի որ համակարգի ակտուատորները համարժեք են, և հնարավոր են կոնֆլիկտային իրավիճակներ, սակայն դրանց գործողությունները միմյանց տրամագծորեն հակառակ են, հետևաբար՝ խաղը համապատասխանում է N խաղացողներով և ոչ զրոյական արդյունքով Նեշի դիֆերենցիալ խաղին [4], որի համաձայն ակտուատորները պարտավոր են հետևել նախապես հաստատված կառավարման ստրատեգիային (Նեշի հավասարակշռություն)՝ հիմնված սկզբնական վիճակի, համակարգի մոդելի և էներգաձախսի ֆունկցիայի վրա, որը և պետք է նվազարկի:

Դիտարկվող համակարգի օպտիմալ կառավարման խնդիրն է գտնել ընդունելի հետադարձ կապով $(u_1^*, u_2^*, \dots, u_9^*)$ ստրատեգիաներ, այնպիսիք, որ յուրաքանչյուր ակտուատորի գործողությունները նկարագրող E_i ֆունկցիան նվազարկվի.

$$E_i = \int_t^\infty \left(P_i(k) + \sum_{j=1}^9 u_j^T R_{ij} u_{ij} \right) dt \quad i \in N,$$

$$V_i = \min_{u_i} E_i,$$

որտեղ t -ն սկզբնական ժամանակն է, u_1, u_2, \dots, u_9 - ը՝ ակտուատորները կառավարող լարումները կամ ստրատեգիաները, $P_i(k) \in R$ - ը՝ ակտուատորների հզորությունները՝ կախված k կոշտությունից, $R_{ij} = R_{ij}^T \in R^{m_j \times m_j}$ - ն՝ անընդհատ դիֆերենցելի և դրական որոշյալ, $R_{ii} \in R^{m_i \times m_i}$ - ն՝ դրական որոշյալ սիմետրիկ մատրիցները:

Ընդունելով, որ V_i ֆունկցիաներն անընդհատ դիֆերենցելի են, կարելի է օգտագործել Բելմանի օպտիմալության սկզբունքը [5] և ստանալ օպտիմալության պայմանը, որը ոչ գծային մասնակի դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգ է, որն անվանվում է նաև HJB հավասարում: Որոշելով դիտարկվող դինամիկական համակարգը նկարագրող հավասարման համիլտոնյանը և կատարելով պարզ ձևափոխություններ՝ կստանանք օպտիմալության պայմանի վերջնական տեսքը.

$$0 = P_i(k) + \nabla V_i^* f(k) - \frac{1}{2} \nabla V_i^* \sum_{j=1}^9 g_j(k) R_{jj}^{-1} g_j^T(k) \nabla V_i^* +$$

$$+ \frac{1}{4} \sum_{j=1}^9 \nabla V_i^* g_j(k) R_{jj}^{-T} R_{ij} R_{jj}^{-1} g_j^T(k) \nabla V_j^*, V_i^*(0) = 0, \quad (1)$$

որտեղ $\nabla V_i^* \triangleq \frac{\partial V_i^*(k)}{\partial k} \in R$ -ը V_i^* ֆունկցիաների յակոբյանն է, $f(k) + \sum_{j=1}^9 g_j(k) u_j \in R^n$ - ը նկարագրում է համակարգի դինամիկան:

Օպտիմալ կառավարման խնդրի լուծման ալգորիթմը: Օպտիմալացման պայման (1) հավասարումը հաճախ շատ դժվար կամ նույնիսկ անհնար է լուծել: Դրանք կարելի է լուծել թվային մեթոդներով: Մասնավորապես, շատ հարմար է պատահական ընտրությունների Մոնտե-Կառլոյի մեթոդը.

1. Ընդունենք, որ դիտարկվող վերականգնողական սարքի գերակտուացված դինամիկական համակարգը նկարագրվում է հետևյալ հավասարումով.

$$\dot{k} = f(k) + g_1(k)u_1(k) + \dots + g_9(k)u_9(k):$$

2. Ընտրենք $f(k)$, $g_i(k)$, r_i , V_i^* , u_i^* , $i = 1, 2, \dots, 9$ ֆունկցիաների տեսքերը:

3. Պատահական կերպով ընտրենք սկզբնական $u_1^0(k), \dots, u_9^0(k)$ ստրատեգիաները, որոշենք V_i^0 ֆունկցիաների արժեքները, ստուգենք ըստ սահմանափակումների և Նեշի հավասարակշռության:

4. Ընտրենք ստրատեգիաների մեկ այլ համախումբ՝ $u_1^n(k), \dots, u_9^n(k)$, որոշենք V_i^n ֆունկցիաների նվազագույն արժեքները, ստուգենք ըստ սահմանափակումների և Նեշի հավասարակշռության:

5. Ալգորիթմի 3 և 4 կետերը կրկնենք այնքան, մինչև որ V_i ֆունկցիաներն ընդունեն թույլատրելի որևէ արժեք և գործնականում դադարեն փոքրանալ:

Չնայած պարզությանը, թվային մեթոդները բավականին աշխատատար են և, ամենակարևորը, թույլ չեն տալիս տեսնել առանձին ստրատեգիաների որակական ազդեցությունը արդյունքի վրա, այլ կերպ ասած՝ չի կատարվում սպասվող լուծումների որակական վերլուծություն: Այդպիսի վերլուծություն թույլ է տալիս ֆունկցիաների մոտարկման եղանակը, որը կատարենք հետևյալ ալգորիթմով.

1. Փոխարինելով ∇V_i^* օպտիմալ յակոբյանը և օպտիմալ կառավարման u_i^* ստրատեգիաները մոտարկվող $\nabla \hat{V}_i$ և \hat{u}_i -ով՝ կստանանք մոտարկված HJB հավասարումը.

$$H_i(k, \hat{k}, \nabla \hat{V}_i, \hat{u}_1, \dots, \hat{u}_9) = r_{\hat{u}_i} + \nabla \hat{V}_i \hat{F}_{\hat{u}_i}, i \in N,$$

որտեղ $\hat{F}_{\hat{k}}$ -ն համակարգի F_k դինամիկայի մոտարկումն է:

2. Մոտարկված և օպտիմալ HJB հավասարումների տարբերությամբ կորոշվեն Բելմանի մնացորդային սխալները՝ $\delta_{h_j b_i}(k, \hat{k}, \hat{u}_i, \nabla \hat{V}_i)$.

$$\delta_{h_j b_i} \triangleq H_i(k, \hat{k}, \nabla \hat{V}_i, \hat{u}_1, \dots, \hat{u}_9) - H_i(k, \nabla V_i^*, u_1^*, \dots, u_9^*), i = 1, 2, \dots, 9:$$

3. Որոշվում են ելքի պարամետրերը $\delta_{h_j b_i}$ շեղման առավելագույն արժեքների նվազագույնի պայմանից:

Ակտուատորի P_i հզորությունը կարելի է որոշել Fx/t բանաձևով և արտահայտել կոշտությամբ.

$$P_i = \left(\frac{(1-2\nu)q^2}{4cV^2} + \sigma \right) Sx = \frac{(1-2\nu)cu_i^2 + \sigma_i}{2Ea_i} :$$

$f(k)$, $g_i(k)$ -ը ներկայացնենք հետևյալ տեսքերով.

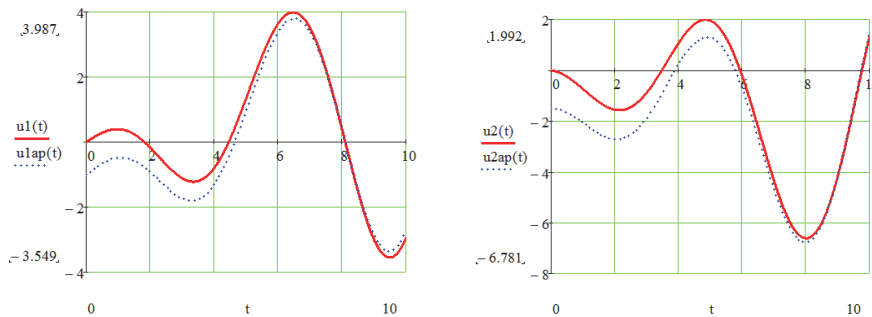
$$\begin{aligned} f(k) &= -\frac{1}{2}k_i - k_j + \frac{1}{4}k_j(A_i\sqrt{k_1} + C_i)^2 - \frac{1}{4}k_j(A_i\sqrt{k_i} + C_i)^2, g_i(k) = \\ &= [0 \quad A_i\sqrt{k_i} + C_i]^T, R_{ii} = R_{jj} = 1, R_{ij} = R_{ji} = 2, j = i + 1: \end{aligned}$$

Օպտիմալ արժեքի ֆունկցիաները և օպտիմալ կառավարման լարումները ընդունենք հետևյալ տեսքերով.

$$V_i^*(k) = B_i k_i^2 + D_i k_j^2, u_i^* = L_i(\cos k_i + M_i)k_j,$$

որտեղ $A_i, B_i, C_i, D_i, L_i, M_i$ հաստատուն գործակիցներ են:

Դիտարկված դիֆերենցիալ խաղի ընդհանուր լուծումը ստացվում է HJB-ի մոտարկման միջոցով: Ստորև, որպես օրինակ, բերված են օպտիմալ կառավարման լարումները կամ ստրատեգիաները և դրանց մոտարկումները գրաֆիկների տեսքով 1 և 2 ակտուատորների համար (նկ. 3):



Նկ. 3. 1 և 2 ակտուատորների օպտիմալ կառավարման լարումները (u_1, u_2) և դրանց մոտարկումները (u_{1ap}, u_{2ap})

Եզրակացություն: Ցույց է տրվել գերակտուացված պոլիմերմետաղական ակտուատորներով հարթ մանիպուլյատորի օպտիմալ կառավարման խնդրի լուծման համար դիֆերենցիալ խաղերի տեսության, մասնավորապես՝ բազմաթիվ խաղացողներով Նեշի ոչ զրոյական արդյունքով խաղի կիրառելիությունը: Կազմվել է խնդրի լուծման ալգորիթմ, և որոշվել են օպտիմալ կառավարման ստրատեգիաները (էլեկտրական լարումները) մանիպուլյատորի որևէ ընտրված շարժման դեպքում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Babikian S., Francisco J.V., Kansoc E.** Slow Limb Movements Require Precise Control of Muscle Stiffness// Preprint submitted to Journal of Biomechanics.- 5 May 2015.- P. 1-13.
2. **Zakaryan N., Harutyunyan M., Sarkissian Y.** Optimal design of active orthosis with redundant composite polymer-metal controllable stiffness actuators// Coll. works XXIII international scientific and technical conference “Машиностроение и Техносфера XXI века”.-Doneck-Sevastopol, 2016.– Vol 1.- P. 86-91.

3. **Pons J.** Wearable Robots: Biomechatronic Exoskeletons// CSIC.- Madrid, Spain, 2009, British Library Book.- P. 47-87.
4. **Johnson M.** Differential game-based control methods for uncertain continuous-time nonlinear systems, dissertation/ University of Florida.- 2011.- 143p.
5. **Dongbing Gu.** A Differential Game Approach to Formation Control// IEEE transactions on control systems technology.- January, 2008.- Vol. 16, no. 1.- P. 20-30.

Н.Б. ЗАКАРЯН, М.Г. АРУТЮНЯН

**ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ПЛОСКИМ
МАНИПУЛЯТОРОМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕОРИИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР**

Представлены оптимальная схема плоского манипулятора с избыточным числом актуаторов и с тремя степенями свободы, а также методика его оптимального проектирования и управления на основе математической теории дифференциальных игр.

Ключевые слова: манипулятор с избыточным числом актуаторов, дифференциальная игра, оптимальное проектирование и управление.

N.B. ZAKARYAN, M.G. HARUTYUNYAN

**OPTIMAL DESIGN AND CONTROL OF A PLANAR MANIPULATOR
USING THE THEORY OF DIFFERENTIAL GAMES**

A 3-DOF planar manipulator with a redundant system of actuators, and a methodology of an optimal design and control based on the mathematical theory of differential games is presented.

Keywords: manipulator with a redundant actuation system, differential game, optimal design and control.