

**L.A. VARDANYAN, M.A. ARAMYAN**

### **CONSEQUENCES OF THE OHM LAW**

Based on the experimentally established law of Ohm  $i = U/r$  or  $i = Ug$  it is possible not only to construct the theory of the electromagnetic field of Maxwell, but also identify some of the formalities in it. A method, allowing to investigate the electromagnetic field theory based on the Ohm method is proposed.

**Keywords:** Ohm's law, electromagnetic field theory, active resistance, active conductivity.

УДК 621.313

**А.Л. МАИЛЯН, М.А. САГАТЕЛЯН**

### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ГИДРОАГРЕГАТА МАЛОЙ ГИДРОЭЛЕКТРОСТАНЦИИ**

Исследованы колебания индуктора синхронных генераторов в системах малых гидроэлектростанций. Рассмотрены основные виды колебаний и причины их возникновения. Изучены основные параметры колебательных процессов. Составлена математическая модель колебательного процесса, целью которой является определение основных параметров колебаний индуктора синхронного генератора.

**Ключевые слова:** малая гидроэлектростанция, гидроагрегат, колебания, крутильная схема, математическая модель.

Для генерирования электроэнергии в системах малых гидроэлектростанций (ГЭС) широкое применение получили синхронные генераторы, что связано с рядом их преимуществ. Гидроагрегат малых ГЭС состоит из гидротурбины, редуктора, маховика и электрогенератора. Последний является важнейшим (основным) узлом гидроагрегата. В системах малых ГЭС динамические переходные процессы, происходящие как со стороны гидравлической системы, так и со стороны электрической сети, имеют негативное воздействие на гидроагрегат из-за его относительно малых габаритов и веса. Эти переходные процессы являются причиной возникновения колебаний индуктора синхронного генератора [1].

Каждому установившемуся синхронному режиму синхронного генератора при параллельной работе с системой электрической сети соответствует вполне определенное угловое положение ротора по отношению к вращающемуся полю. Это положение ротора характеризуется углом  $\theta$ , который совпадает с углом между векторами напряжения и электродвижущей силы (ЭДС) от основного потока обмотки возбуждения.

При колебаниях синхронных машин происходят сложные переходные процессы, которые могут рассматриваться при помощи математической модели, составленной в пространстве Парка-Горева, где в соответствии со вторым законом Ньютона последнее уравнение описывает механическое движение вращающихся частей гидроагрегата с синхронным генератором [2-4].

$$\left\{ \begin{array}{l} u_f = i_f R_f + \frac{d\psi_f}{dt}, \\ 0 = i_{dd} R_{dd} + \frac{d\psi_{dd}}{dt}, \\ 0 = i_{dq} R_{dq} + \frac{d\psi_{dq}}{dt}, \\ u_d = \frac{d\psi_d}{dt} + (1-s)\omega_c \psi_q + i_d R, \\ u_q = \frac{d\psi_q}{dt} + (1-s)\omega_c \psi_d + i_q R, \\ J \frac{d\Omega}{dt} = M_{эл} - M_T, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $u_f, i_f, R_f, \psi_f$  – соответственно напряжение, ток, активное сопротивление и потокосцепление обмотки возбуждения;  $i_{dd}, i_{dq}$  – токи демпферной обмотки по осям d и q;  $R_{dd}, R_{dq}$  – активные сопротивления демпферной обмотки по осям d и q;  $\psi_{dd}, \psi_{dq}$  – потокосцепления демпферной обмотки по осям d и q;  $u_d, u_q, i_d, i_q, \psi_d, \psi_q$  – соответственно напряжения, токи и потокосцепления по осям d и q;  $R$  – активное сопротивление обмотки статора;  $J$  – момент инерции вращающихся частей гидроагрегата;  $\Omega$  – угловая скорость вращения;  $M_{эл}$  – электромагнитный момент;  $M_T$  – момент на валу турбины;  $s = \frac{(\omega_c - \omega_p)}{\omega_c}$  – скольжение;  $\omega_c$  – синхронная скорость вращения;  $\omega_p$  – скорость вращения ротора генератора.

В общем случае колебания синхронных машин бывают вынужденные и свободные. Известно, что в гидросистемах из-за отсутствия периодически изменяющегося внешнего момента рассматриваются свободные колебания, которые возникают при любых внезапных или резких нарушениях или изменениях режима работы синхронной машины. Такие колебания возникают также при внезапном увеличении вращающего момента первичного двигателя. В этом случае угол нагрузки генератора возрастает от  $\theta_1$  до  $\theta_2$ , и этот переход совершается путем колебаний с начальной амплитудой колебаний угла нагрузки. Частота собственных колебаний синхронных машин обычно составляет 0,5...2,0 Гц.

Колебания индуктора синхронной машины – это периодическое изменение скорости вращения индуктора относительно синхронной скорости. Такие колебания возникают в инерционных системах, каким является гидроагрегат,

где действуют упругие и инерционные силы, которые при всяких возмущениях выводят эту систему из положения равновесия. Во время колебаний упругие и инерционные силы непрерывно изменяются по значению и знаку. В результате этого происходит непрерывное превращение потенциальной энергии, связанной с упругими силами, в кинетическую, связанную с инерционными силами, и обратно. При этом имеют место незначительные потери в полюсных наконечниках. При колебаниях обычно действует также успокаивающая или демпфирующая сила, которая вызывает затухание колебаний. Чем больше демпфирующая сила, тем сильнее происходит затухание и уменьшается амплитуда колебаний. При отсутствии демпфирующей силы колебания являются незатухающими, т.е. происходят с постоянной амплитудой.

Таким образом, согласно уравнениям Лагранжа, для синхронных машин с демпферными обмотками, подключенными к сети, на основе уравнений Парка-Горева (1) электромагнитный момент равен

$$M_{эл} = M_c(\theta) + M_a(\dot{\theta}), \quad (2)$$

где  $M_c$  – синхронный момент, обусловленный взаимодействием основного потока возбуждения с потоком реакции якоря и разностью магнитных проводимостей по осям  $d$  и  $q$ ;  $M_a$  – асинхронный момент, обусловленный взаимодействием вращающегося поля статора с демпферной обмоткой.

Уменьшение величины колебаний синхронного генератора осуществляется при помощи демпферной обмотки, которая представляет собой стержни, расположенные в пазах полюсных наконечников с замкнутыми по краям накоротко кольцами или полукольцами. Демпферная обмотка создает асинхронный момент, который стремится уменьшить скорость вращения индуктора при ее увеличении относительно средней синхронной скорости вращения, и наоборот. Одновременно демпферная обмотка влияет на повышение устойчивости электрической системы [2,3,5].

В системах малых ГЭС вынужденные колебания очень малы, поскольку тут практически нет периодически изменяющегося внешнего момента, что обусловлено свойствами системы водоснабжения. Такие колебания могут наблюдаться в напорном трубопроводе системы и стать причиной гидравлического удара, что предотвращается использованием специальных защитных устройств. Кроме того, наличие маховика в системе гидроагрегата, который накапливает энергию за счет увеличения вращательной энергии масс, позволяет сократить время переходного процесса, контролировать превышение скорости рабочего колеса турбины и успокаивает возникшие в системе колебания гидроагрегата [1].

Необходимо отметить, что уравнение движения всей системы при переходе от одного установившегося режима к другому учитывает все изменяющиеся моменты: турбины, синхронный, асинхронный и момент инерции, который обусловлен массой всех вращающихся частей гидроагрегата и ее жесткостью. Они фактически осуществляют связь между гидроагрегатом и энергосистемой. В такой системе, кроме уравнений Парка-Горева, необходимо иметь крутильную схему всей вращающейся части гидроагрегата.

Для составления математической модели гидроагрегата последний представляется в виде крутильной схемы, которая состоит из ряда дисков, соединенных между собой упругими связями [6]. Его можно в общем случае представить в виде  $n$  массовых крутильных схем, после подстановки которых в уравнение Лагранжа получаем систему из  $n$  дифференциальных уравнений второго порядка. При увеличении  $n > 3$  крутильная схема и решение этих уравнений усложняются или становятся невозможными, так как увеличивается степень корней алгебраических уравнений. Согласно [6], точность расчета для одномассовой, двухмассовой и трехмассовой схем практически остается одинаковой. Необходимо отметить, что при решении этих уравнений с помощью вычислительных машин обычно используются метод Горнера, формулы Вьета и преобразований Лапласа.

На рис. 1 представлена крутильная схема гидроагрегата малой ГЭС.

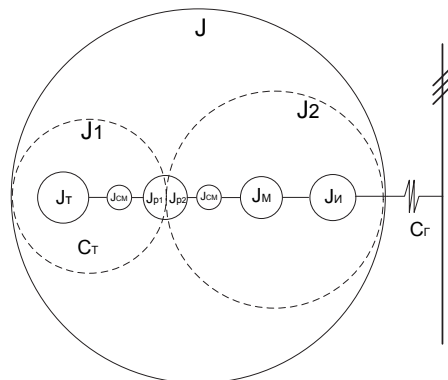


Рис. 1. Крутильная схема гидроагрегата малой ГЭС

На рисунке введены следующие обозначения:  $J_T$ ,  $J_{CM}$ ,  $J_{P1}$ ,  $J_{P2}$ ,  $J_M$ ,  $J_{II}$  – соответственно моменты инерции турбины, соединительных муфт, редуктора, маховика и индуктора с возбудителем;  $CT$  – жесткость вала турбины;  $CG$  – синхронная жесткость вала, которая обеспечивает связь гидроагрегата с энергосетью.

Кинетическая и потенциальная энергии для данной системы (рис. 1) определяются в виде

$$T = \frac{1}{2} (J_T \dot{\theta}_T^2 + J_{CM} \dot{\theta}_{CM}^2 + J_{P1} \dot{\theta}_{P1}^2 + (J_{P2} \dot{\theta}_{P2}^2 + J_{CM} \dot{\theta}_{CM}^2 + J_M \dot{\theta}_M^2 + J_H \dot{\theta}_G^2) k_p), \quad (3)$$

$$V = \frac{1}{2} [C_T (\theta_{CM} - \theta_T)^2 + C_T (\theta_{P1} - \theta_{CM})^2 + C_G (\theta_{CM} - \theta_{P2})^2 + C_G (\theta_M - \theta_{CM})^2 + C_G (\theta_G - \theta_M)^2 + C_G \theta_G^2], \quad (4)$$

где  $\theta_T, \theta_{CM}, \theta_{P1}, \theta_{P2}, \theta_M, \theta_G$  – соответственно углы сдвига маховых масс (турбины, соединительных муфт, редуктора, маховика и генератора).

Для всех крутильных схем затухание колебаний индуктора синхронного генератора в рассматриваемой системе определяется коэффициентом демпфирования  $\alpha$ , а свободные колебания имеют угловую частоту  $\beta$  с периодом  $T=2\pi/\beta$ . Параметры свободных колебаний низкой частоты, вычисляемые по одномассовой, двухмассовой и трехмассовой схемам, близки между собой. Для синхронного агрегата малой ГЭС, с целью упрощения и сокращения расчетов, можно принять одномассовую крутильную схему.

Для одномассовой схемы замещения в соответствии с рис. 1 моменты инерции  $J$ , жесткости  $C$  и углы сдвига маховых масс  $\theta$  равны

$$\begin{cases} J = J_T + J_{CM} + J_{P1} + (J_{P2} + J_{CM} + J_M + J_H) k_p, \\ C = C_G, \\ \theta = \theta_G. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $k_p = (\omega_G / \omega_T)^2$  – коэффициент редукции;  $\omega_G$  и  $\omega_T$  – соответственно угловые скорости вращения вала генератора и турбины.

В гидроагрегате малой ГЭС с помощью редуктора увеличивается скорость вращения турбины, которая передается генератору. Это позволяет применять высокоскоростные генераторы и уменьшать габариты и стоимость генератора.

Кинетическая и потенциальная энергии для рассматриваемой схемы соответственно равны

$$\begin{cases} T = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2, \\ V = \frac{1}{2} C \theta^2. \end{cases} \quad (6)$$

Подставляя выражения для кинетической и потенциальной энергий в известное уравнение Лагранжа, получим следующее дифференциальное уравнение второго порядка:

$$J_m \Delta \ddot{\theta} + D_m \Delta \dot{\theta} + C_m \Delta \theta = 0, \quad (7)$$

где  $J_m$ ,  $D_m$ ,  $C_m$  – соответственно момент инерции, коэффициент демпфирования и синхронная жесткость, приведенные к номинальному вращающему моменту турбины.

При помощи прямого и обратного преобразований Лапласа решается дифференциальное уравнение (7) и вычисляются демпферный коэффициент  $\alpha = \frac{D_m}{2J_m}$  и круговая частота свободных колебаний  $\beta = \sqrt{\omega_c^2 - \alpha^2}$ , где  $\omega_c^2 \equiv \frac{C_m}{J_m}$  – угловая частота системы без демпфирования.

Демпферный коэффициент  $\alpha$  зависит от коэффициента демпфирования  $D_m$ , который представляет собой тангенс угла касательной к зоне устойчивой работы характеристики асинхронного момента синхронного генератора:  $D_m = tg \gamma = \left( \frac{\partial M_a}{\partial s} \right)_0$ , как показано на рис. 2. Фактически, чем больше угол  $\gamma$  (коэффициент демпфирования  $D_m$ ), тем больше демпфирующие свойства гидроагрегата (генератора) и тем жестче синхронный вал системы.

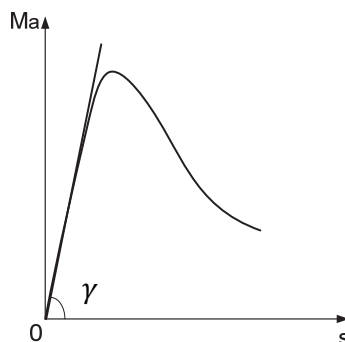


Рис. 2. Зависимость асинхронного момента синхронного генератора от скольжения

Из вышеуказанного следует, что демпферный коэффициент обусловлен асинхронным моментом синхронного генератора, и чем больше демпферный коэффициент, тем больше происходит уменьшение величины амплитуды колебаний ротора. Этот асинхронный момент создается со стороны демпферной обмотки синхронного генератора, действует в противоположном направлении изменения скорости вращения индуктора во время колебательного процесса. Для оценки демпферных свойств и жесткости системы с большей точностью можно воспользоваться формулой Клосса [3]:

$$\frac{M_a}{M_{кр}} \approx \frac{2}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s}}, \quad (8)$$

где  $M_{кр}$  и  $s_{кр}$  – соответственно критические момент и скольжение машины.

Значения критического скольжения и максимального момента определяются по формулам

$$s_{\text{кр}} \cong \pm \frac{c_1 r_2'}{x_{\sigma 1} + c_1 x_{\sigma 2}'}, \quad (9)$$

$$M_{\text{кр}} \cong \frac{m_1 p U_c^2}{2 \omega_c c_1 (x_{\sigma 1} + x_{\sigma 2}')}. \quad (10)$$

Здесь  $c_1$  – коэффициент, соответствующий переходу от Т-образной схемы к Г-образной схеме замещения асинхронного двигателя;  $r_2'$  – активное сопротивление демпферной обмотки, приведенное к обмотке статора;  $x_{\sigma}$  – индуктивное сопротивление обмотки статора;  $x_{\sigma 2}'$  – индуктивное сопротивление демпферной обмотки, определяемое по формулам в принятых методиках расчета [5, 7].

Таким образом, согласно [8], определяется угол касательной к устойчивой зоне асинхронного момента в точке "0" в виде

$$D_m = \operatorname{tg} \gamma = \left( \frac{\partial M_a}{\partial s} \right)_0 = \frac{2}{s_{\text{кр}}}. \quad (11)$$

Определив касательную к кривой асинхронного момента и угол  $\gamma$ , находим коэффициент демпфирования и, следовательно, демпферные свойства синхронного генератора. Для увеличения демпферных свойств генератора и всего гидроагрегата можно увеличить угол  $\gamma$  и, как следствие, уменьшить величину колебаний ротора и повысить устойчивость электрической системы.

#### **Выводы**

1. Составлена математическая модель гидроагрегата малой мощности на основе уравнений движения Лагранжа для синхронной машины. Дифференциальные уравнения составлены на основе уравнений Парка-Горева и одно-массовой крутильной схемы для синхронного гидроагрегата.

2. Выбранная одномассовая крутильная схема замещения математической модели позволяет с достаточной точностью определить параметры свободных колебаний в гидроагрегате малой ГЭС.

3. Используя приближенную формулу асинхронного момента синхронного генератора, получено выражение для коэффициента демпфирования.

4. Определение и уменьшение величины колебаний индуктора синхронного генератора позволит повысить устойчивость работы гидроагрегата и качество вырабатываемой электроэнергии за счет подавления высших гармонических составляющих при несимметричных нагрузках.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Helena Ramos, A. Betâmio de Almeida, M. Manuela Portela, H. Pires de Almeida** Guidelines for Design of Small Hydropower Plants.-2000.-190 p.
2. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины: Учебник для вузов.-М.: Энергия, 1980.-928 с.
3. **Вольдек А.И.** Электрические машины: Учебник для студентов высш. техн. учебн. заведений.-3-е изд., перераб.-Л.: Энергия, 1978.-832 с.
4. **Копылов И.П.** Электромеханические преобразователи энергии.-М.: Энергия, 1973.-400 с.
5. **Сергеев П.С., Виноградов Н.В., Горяинов Ф.А.** Проектирование электрических машин. Изд. 3-е, переработ. и доп. - М.: Энергия, 1969.-632 с.
6. **Мелешкин Г.А., Меркурьев Г.В.** Устойчивость энергосистем: Монография. Книга 1.- СПб.: НОУ «Центр подготовки кадров энергетики», 2006. – 369 с.
7. **Копылов И.П.** Проектирование электрических машин: Учеб. пособие для вузов.-М.: Энергия, 1980.-496 с.
8. **Ильин В.А., Позняк Э.Г.** Основы математического анализа.-М.: Наука, 1982. – 616 с.

## Ա.Լ. ՄԱՅԻԼՅԱՆ, Մ.Ա. ՍԱԴԱԹԵԼՅԱՆ

### ՓՈՔՐ ՀԻԴՐՈԷԼԵԿՏՐԱԿԱՅԱՆԻ ՀԻԴՐՈԱԳՐԵԳԱՏԻ ՏԱՏԱՆՈՂԱԿԱՆ ՊՐՈՑԵՍԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԸ

Հետազոտվել են փոքր հիդրոէլեկտրակայանների համակարգերում սինքրոն գեներատորների ինդուկտորի տատանումները: Քննարկվել են տատանումների հիմնական տիպերը և դրանց առաջացման պատճառները: Դիտարկվել են տատանողական պրոցեսների հիմնական պարամետրերը: Կազմվել է տատանողական պրոցեսի մաթեմատիկական մոդել, որի նպատակն է սինքրոն գեներատորի ինդուկտորի տատանումների հիմնական պարամետրերի որոշումը:

**Առանցքային բաներ.** փոքր հիդրոէլեկտրակայան, հիդրոագրեգատ, տատանումներ, պտտողական սխեմա, մաթեմատիկական մոդել:

## A.L. MAYILYAN, M.A. SAGHATELYAN

### A MATHEMATICAL MODEL OF THE OSCILLATING PROCESS OF THE SMALL HYDROPOWER PLANT HYDRO AGREGATE

The oscillations of the synchronous generator inductor in the system of small hydropower plants are considered. The main types of oscillations and their causes are investigated. The main parameters of the oscillating process are considered. A mathematical model of the oscillating process is developed whose purpose is to determine the parameters of oscillations of the inductor of synchronous generator.

**Keywords:** small hydropower plant, hydro aggregate, oscillations, torsional scheme, mathematical model.