

С.А. ЕПИСКОПОСЯН

ОБ УНИВЕРСАЛЬНОСТИ РЯДОВ ФУРЬЕ-УОЛША НЕПРЕРЫВНЫХ  
ФУНКЦИЙ НА МНОЖЕСТВЕ МЕРЫ НУЛЬ

Рассматриваются вопросы поточечной универсальности частичных сумм рядов Фурье-Уолша непрерывных функций на множестве меры нуль.

**Ключевые слова:** система Уолша, поточечная универсальность.

Сперва напомним определение системы Уолша-Пелли (см. [1], стр. 10).

Возьмем  $W_0(x) = 1$ . Для натурального числа  $n$  такого, что

$$n = 2^{m_1} + 2^{m_2} + \dots + 2^{m_s}, \quad m_1 > m_2 > \dots > m_s,$$

положим

$$W_n(x) = r_{m_1}(x) \cdot r_{m_2}(x) \cdot \dots \cdot r_{m_s}(x),$$

где  $\{r_k(x)\}_{k=0}^{\infty}$  - система Радемахера:

$$r_0(x) = \begin{cases} 1, & x \in \left[0, \frac{1}{2}\right), \\ -1, & x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right), \end{cases} \quad r_0(x+1) = r_0(x), \quad r_k(x) = r_0(2^k x), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Так как функции Уолша не являются непрерывными на  $[0, 1)$ , более естественно заменить пространство  $C[0, 1)$  на более большое пространство  $C_W[0, 1)$ , т.е. пространство функций, равномерно  $W$  непрерывных на  $[0, 1)$ , где функция  $f: [0, 1) \rightarrow R$  называется (равномерно)  $W$  непрерывной, если она (равномерно) непрерывна на  $[0, 1)$ , действует из двоичной топологии на обычную топологию.

Двоичная топология определяется с помощью двоичного расстояния  $\rho^*$  (более подробно см. [1], §1.2). В дальнейшем мы будем писать  $\|\cdot\|_E$  для равномерной нормы пространства  $C_W(E)$  равномерно  $W$  непрерывных на  $E$  функций.

Далее, для функции  $f \in C_W[0, 1)$  определим частичную сумму ряда Фурье-Уолша следующим образом:

$$(S_n f)(x) = \sum_{k=0}^n c_k(f) \cdot W_k(x), \quad \text{где } c_k(f) = \int_0^1 f(x) \cdot W_k(x) dx, \quad k \geq 0.$$

**Определение 1.** Скажем, что некоторое свойство выполняется для квази всех функций  $f \in C_W[0,1)$ , если существует плотное  $G_\delta$  - множество  $M \subset C_W[0,1)$  такое, что любая функция  $f \in M$  обладает этим свойством.

**Определение 2.** Пусть  $E \subset [0,1)$  - некоторое множество. Для множества индексов  $\Lambda \subset \mathbb{N}$  и некоторой функции  $f \in C_W[0,1)$  скажем, что множество  $(S_n f)_{n \in \Lambda}$  **точечно универсально** на  $E$ , если множество  $\{(S_n f)_E : n \in \Lambda\}$  плотно в  $R^E$ , т.е. для любых  $h: E \rightarrow R$  и  $\varepsilon > 0$  существует  $n \in \Lambda$  такое, что  $|(S_n f)(x) - h(x)| < \varepsilon$  при  $\forall x \in E$ .

В работе [2] для любого счетного множества  $E \subset [0,1)$  доказано следующее утверждение:

**Теорема.** Для любого счетного множества  $E \subset [0,1)$  квази все функции  $f \in C_W[0,1)$  обладают следующим свойством: для каждой функции  $h: E \rightarrow R$  существует подпоследовательность  $(S_{n_k} f)$ , точечно сходящаяся к  $h$  на  $E$ , т.е. для любого счетного множества  $E \subset [0,1)$  множество  $(S_n f)$  точечно универсально на  $E$  для квази всех функций  $f \in C_W[0,1)$ .

В данной работе рассматриваются вопросы поточечной универсальности частичных сумм рядов Фурье-Уолша функций пространства  $C_W[0,1)$  на множестве меры нуль. В частности, доказано, что Теорема остается справедливой, если заменить счетное множество  $E \subset [0,1)$  на множество меры нуль.

Основным аппаратом доказательства является следующее утверждение, приведенное в [3]:

**Теорема (Принцип универсальности).** Пусть  $X$  - полная метрическая пространство,  $Y$  - сепарабельное метрическое пространство, а  $T_n: X \rightarrow Y$ ,  $n \in \Lambda \subset \mathbb{N}_0$  - некоторое непрерывное отображение. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

- (i) множество  $U$  универсальных элементов является остаточным в  $X$ ;
- (ii) множество  $U$  универсальных элементов плотно в  $X$ ;
- (iii)  $\{T_n\}_{n \in \Lambda}$  топологически транзитивно для пары  $(X, Y)$ .

Если одно из этих утверждений выполняется, то множество универсальных точек  $U$  является плотным  $G_\delta$  подмножеством  $X$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша: теория и применения. - М.: Наука, 1987.-346 с.
2. Episkoposian S.A., Muller J. Universality properties of Walsh–Fourier series// Monatshefte für Mathematik.- 2014.- V.175, N.4. - P. 511–518.
3. Епископосян С.А. Критерий универсальности для непрерывных отображений // Математика в высшей школе.-Ереван, 2014.-Т.10, N 1.- С.21-29.

## Ս.Ա. ԵՊԻՍԿՈՊՈՍԻԱՆ

### ԱՆԸՆԴՀԱՏ ՖՈՒՐԻԵՐ-ՈՒՎԵՐՏԱԼՆԵՐԻ ՖՈՒՐՅԵ-ՈՒՈՒՆԵՐԻ ՇԱՐՔԵՐԻ ՀՐՈ ՉԱՓԻ ԲԱԶՄՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ ՈՒՆԻՎԵՐՍԱԼՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Անընդհատ ֆունկցիաների ֆուրյե-Ուոլշի շարքերի համար դիտարկվում են զրո չափի բազմության վրա կետային ունիվերսալության հարցերը:

**Առանցքային բառեր.** Ուոլշի համակարգ, կետային ունիվերսալություն:

S.A. EPISKOPOSIAN

### THE POINTWISE UNIVERSALITY OF THE FOURIER-WALSH SERIES OF CONTINUOUS FUNCTIONS ON THE SET OF THE MEASURE ZERO

Issues concerning the pointwise universality of the partial sums of the Fourier-Walsh series of continuous functions on the set of the measure zero are considered.

**Keywords:** Walsh system, pointwise universality.

ՀՏԴ-519.9

## Ա.Ս. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ

### ՀԱԿԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ՈՐՈՇՈՒՄՆԵՐԻ ԿԱՅԱՅՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄՈԴԵԼԻ ՄՇԱԿՈՒՄԸ

Առաջադրվում է խաղերի տեսության մոդել, որը հնարավորություն կտա ֆորմալացնել հակադրության պայմաններում որոշումների կայացումը՝ հասցնելով դրանք ծրագրային իրականացման: Կիրառվել են դոմինանտ ստրատեգիաները՝ որպես հաշվարկի կրճատման մաթեմատիկական մոդել, որը հիմք է հանդիսանում ոչ հստակ ալգորիթմների իրականացման համար: Նշվում է արհեստական բանականությունը՝ որպես կիրառման բնագավառ:

**Առանցքային բառեր.** խաղերի տեսություն, հակադրություն, մոդելավորում, դիրքային խաղ, ստրատեգիա, թամբային կետ, ոչ հստակ ալգորիթմ, արհեստական բանականություն, շախմատ, հաշվարկի կրճատում:

**Աշխատանքի նպատակն** է ընտրել խաղերի տեսության այնպիսի մոդել, որով հնարավոր լինի ֆորմալացնել հակադրության պայմաններում որոշումների կայա-