

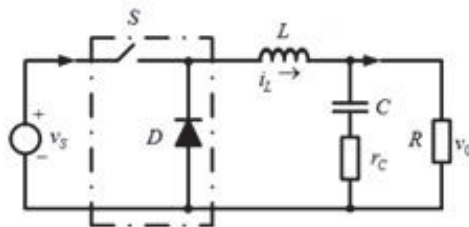
Կ.Վ. ԲԵԳՈՅԱՆ

ԿՈՆԴԵՆՍԱՏՈՐԻ ՇՂԹԱՅՈՒՄ ՌԵԶԻՍՏՈՐՈՎ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ԼԱՐՄԱՆ
ՑԱԾՐԱՑՆՈՂ ԿԵՐՊԱՓՈԽՉԻ ՓՈԽԱՆՑՄԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Դիտարկվում են ցածրացնող հաստատուն լարման կերպափոխիչի փոխանցման ֆունկցիայի որոշման հարցերը անընդհատ հոսանքների ռեժիմում՝ կոնդենսատորի շղթայում լրացուցիչ ակտիվ դիմադրության առկայության դեպքում: Փոխանցման ֆունկցիայի արտաձևում իրականացվում է վիճակների տարածությունում կերպափոխիչի դիֆերենցիալ հավասարումների միջինացմամբ և հետագա գծայնացմամբ: Ցույց է տրված, որ կոնդենսատորի շղթայում դիմադրության ավելացումը հանգեցնում է փոխանցման ֆունկցիայում զրոյի առաջացմանը, այսինքն՝ կայունության պաշարների ավելացմանը:

Առանցքային բառեր. հաստատուն լարման ցածրացնող կերպափոխիչ, վիճակների տարածությունում դինամիկայի հավասարումների միջինացում, փոխանցման ֆունկցիայի գծայնացում:

Ներածություն: Ազդանշանի լայնա-իմպուլսային մոդուլացմամբ (ԼԻՄ) հաստատուն լարման ցածրացնող տեսակի կերպափոխիչները (ՀԼԿ) ներկայումս լայնորեն կիրառվում են տեխնիկայում (նկ. 1) [1,2]. Դրանցում փոխանջատումների բավականին բարձր $f_s = 1/T_s$ հաճախությունների դեպքում T_s պարբերության ընթացքում ելքային $v_o(t)$ լարման V_o միջին արժեքը հավասար է $V_o = DV_s$, որտեղ V_s -ը սնման աղբյուրի լարումն է, իսկ $D = T_{\text{բաց}}/T_s$ -ը՝ *իմպուլսների լցման գործակիցը*:



Նկ. 1. Ռեզիստորով ցածրացնող ՀԼԿ-ի սխեմա

Աշխատանքում արտաձևվում է ցածրացնող տեսակի ՀԼԿ-ի փոխանցման ֆունկցիան անընդհատ հոսանքների ռեժիմում, երբ կոնդենսատորի շղթայում առկա է լրացուցիչ r_c ռեզիստոր: Այդպիսի փոխանցման ֆունկցիայի իմացությունն ազդանշանների փոքր շեղումների դեպքում իրենց միջին արժեքներից անհրաժեշտ է կառավարման համակարգերի (օրինակ, հաստատուն հոսանքի շարժիչների կառավարման համակարգերի) հետազոտման համար, որոնցում այդ կերպափոխիչները ներառված են որպես կառավարող տարրեր:

2. ՀԼԿ-ի դինամիկայի հավասարումը վիճակների տարածությունում: ԼԽՄ-ով գործող ՀԼԿ-ները հանդիսանում են պարբերական պարամետրերով ոչ գծային ոչ ստացիոնար համակարգեր: Այդ պատճառով դրանց դինամիկայի ճշգրիտ անալիտիկ հետազոտումը չափազանց բարդ խնդիր է: Գործնականում սովորաբար կիրառվում են մոտավոր մեթոդներ, որոնցից կարելի է առանձնացնել այն մեթոդը, երբ ՀԼԿ-ի հավասարումները վիճակների տարածությունում ձևափոխվում են այնպես, որ այդ հավասարումները ճիշտ բնութագրեն կերպափոխիչ՝ ըստ ժամանակի միջինացված դինամիկան [3]:

Որպես ՀԼԿ-ի վիճակի փոփոխականներ ընտրենք դրոսելի $i_L(t)$ հոսանքը և կոնդենսատորի $u_C(t)$ լարումը: Մտցնելով $x_1(t)=i_L(t)$ և $x_2(t)=u_C(t)$ կոորդինատներով երկչափ $x(t)$ վեկտոր-սյունակը՝ նկ. 1 սխեմայի (բանալու միացման $D T_s$ տեղամասի) համար կարելի է գրել.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} + \frac{Rr_c}{L(R+r_c)}x_1(t) + \frac{R}{L(R+r_c)}x_2(t) &= \frac{1}{L}v_s(t), \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= \frac{R}{C(R+r_c)}x_1(t) - \frac{1}{C(R+r_c)}x_2(t), \\ v_0 &= \frac{Rr_c}{R+r_c}x_1(t) + \frac{R}{R+r_c}x_2(t), \end{aligned} \quad (1)$$

կամ վեկտորա-մատրիցային տեսքով՝

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_1 x(t) + b_1 v_s(t), \quad v_0(t) = c_1 x(t), \quad (2)$$

որտեղ՝

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{Rr_c}{L(R+r_c)} & -\frac{R}{C(R+r_c)} \\ \frac{R}{C(R+r_c)} & -\frac{1}{C(R+r_c)} \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \frac{Rr_c}{R+r} & \frac{R}{R+r} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

իսկ $v_s(t)$ մուտքային ֆունկցիան արտացոլում է այն փաստը, որ սնման V_s լարումը կարող է փոփոխվել ըստ ժամանակի: Համապատասխան վեկտորային հավասարումները $(1-D)T_s$ տեղամասի համար, երբ էլեկտրոնային բանալին անջատված է, նմանատիպ տեսքի են՝

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_2 x(t) + b_2 v_s(t), \quad v_0(t) = c_2 x(t): \quad (4)$$

Դժվար չէ ցույց տալ, որ (4)-ում A_2 մատրիցը և b_2, c_2 վեկտորները որոշվում են $A_2=A_1, b_2=[0 \ 0]^T, c_2=c_1$ արտահայտություններով:

Մտցնելով հետևյալ փոխանջատման $q(t)$ ֆունկցիան [1,3]

$$q(t)=\begin{cases} 1, & \text{երբ } 0 \leq t < T_s, \\ 0, & \text{երբ } DT_s \leq (1-D)T_s, \end{cases} \quad (5)$$

նկ. 1-ի ՀԼԿ-ի դիֆերենցիալ հավասարումները կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= [q(t)A_1 + (1-q(t))A_2]x(t) + [q(t)b_1 + (1-q(t))b_2]v_s(t), \\ v_o(t) &= [q(t)c_1 + (1-q(t))c_2]x(t), \end{aligned} \quad (6)$$

որոնք, հաշվի առնելով $A_2=A_1, b_2=[0 \ 0]^T, c_2=c_1$ առնչությունները, հանգում են պարզ տեսքի՝

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_1x(t) + b_1q(t)v_s(t), \quad v_o(t) = c_1x(t): \quad (7)$$

Այսպիսով, ստացված են (7)-ով որոշվող ՀԼԿ-ի ճշգրիտ դիֆերենցիալ հավասարումները վիճակների տարածությունում՝ կախված փոխանջատման (5) $q(t)$ ֆունկցիայից, որի նշանակությունը թռիչքաձև անցնում է մեկից զրոյի և հակառակը՝ էլեկտրոնային բանալու միացման և անջատման պահերին: Համաձայն վիճակների տարածությունում դինամիկայի հավասարումների միջինացման մեթոդի՝ առաջին փուլում իրականացվում է $q(t)$ փոխանջատման ֆունկցիայի ըստ ժամանակի միջինացում [1]: Դրա համար մտցվում է

$$dt = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t q(\tau) d\tau \quad (8)$$

ժամանակային ֆունկցիան, որը ներկայացնում է T_s պարբերության ընթացքում $q(t)$ -ի միջինացված արտահայտությունը t ժամանակի անընդհատ փոփոխվելիս: Այնուհետև, (8)-ը հաշվի առնելով, կատարվում է ըստ ժամանակի դինամիկայի ճշգրիտ (7) հավասարումների միջինացում, ինչը տալիս է՝

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A_1\bar{x}(t) + b_1\bar{v}_s(t), \quad \bar{v}_o(t) = c_1\bar{x}(t), \quad (9)$$

որտեղ $\bar{x}(t), \bar{v}_s(t)$ և $\bar{v}_o(t)$ միջինացված մեծությունները որոշվում են (8)-ին համանման արտահայտություններով, և ենթադրվում է, որ $x(t)$ վեկտորը և $v_s(t)$ ֆունկցիան շատ չեն տարբերվում իրենց միջինացված արժեքներից [1-3]: (9) հավասար-

րումներին անվանում են *վիճակների տարածությունում ՀԼԿ-ի միջինացված մոդել*: ՀԼԿ-ի փոխանցման ֆունկցիաների ստացման համար անհրաժեշտ է կատարել միջինացված ոչ գծային մոդելի գծայնացում մի որոշակի հաստատուն աշխատանքային կետի շրջակայքում [1]: Գծայնացման դասական գործընթացը հանգում է ոչ գծային ֆունկցիայի Թեյլորի շարքի վերածմանը՝ համարելով, որ աշխատանքային կետից շեղումները փոքր են, և բացի գծայինից, բոլոր անդամներն անտեսվում են [4]: Սակայն (9) հավասարումներն այնպիսին են, որ կարելի է պարզեցնել այդ գործընթացը: Ներկայացնենք (9)-ում բոլոր միջինացված ֆունկցիաները հետևյալ տեսքով՝

$$\bar{x}(t) = X + \tilde{x}(t), \quad \bar{v}_0(t) = V_0 + \tilde{v}_0(t), \quad \bar{v}_s(t) = V_s + \tilde{v}_s(t), \quad d(t) = D + \tilde{d}(t), \quad (10)$$

որտեղ բոլոր $\tilde{x}(t), \tilde{v}_0(t), \tilde{v}_s(t), \tilde{d}(t)$ շեղումները համարվում են փոքր: Այդ դեպքում (10)-ը տեղադրելով (9)-ում և փոփոխականները բաժանելով՝ հանգում ենք հաստատված վիճակի հավասարումներին՝

$$0 = A_1 X + b_1 D V_s \quad \text{կամ} \quad X = -A_1^{-1} b_1 D V_s, \quad V_0 = c_1 X = -c_1 A_1^{-1} b_1 D V_s, \quad (11)$$

$$\frac{d\tilde{x}(t)}{dt} = A_1 \tilde{x}(t) + b_1 V_s \tilde{d}(t) + b_1 D \tilde{v}_s(t) + [b_1 \tilde{d}(t) \tilde{v}_s(t)], \quad \tilde{v}_0(t) = c_1 \tilde{x}(t) \quad (12)$$

բանվորական կետից միջինացված մոդելի փոփոխականների փոքր շեղումների համար:

Հեշտ է նկատել, որ (12) հավասարումներում միակ ոչ գծային անդամը քառակուսային փակագծերի $\tilde{d}(t)$ և $\tilde{v}_s(t)$ փոքր մեծությունների արտադրյալ պարունակող անդամն է: Անտեսելով այդ անդամը՝ կարելի է վերջնականապես ստանալ ՀԼԿ-ի միջինացված մոդելի գծայնացված հավասարումները հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{d\tilde{x}(t)}{dt} = A_1 \tilde{x}(t) + b_1 V_s \tilde{d}(t) + b_1 D \tilde{v}_s(t), \quad \tilde{v}_0(t) = c_1 \tilde{x}(t): \quad (13)$$

Վիճակների տարածության հավասարումներից գծային համակարգերի փոխանցման ֆունկցիաների ստացման ստանդարտ մեթոդին [4] հետևելով՝ անհրաժեշտ է կատարել (13) հավասարումների Լապլասյան ձևափոխություն զրոյական նախնական պայմանների դեպքում և արտաքսել ստացված հանրահաշվական հավասարումներից $x(s)$ վիճակների վեկտորը, որտեղ S -ը՝ Լապլասի փոփոխականն է: Ելքային սկալյար $\tilde{v}_0(s)$ փոփոխականի նկատմամբ դա հանգեցնում է հետևյալ կոմպլեքսային հավասարմանը՝

$$\tilde{v}_0(s) = c_1 (sI - A_1)^{-1} b_1 [V_s \tilde{d}(s) + D \tilde{v}_s(s)] \quad (14)$$

ինչն էլ հանգեցնում է ՀԼԿ-ի երկու սկալյար փոխանցման ֆունկցիաների՝ ելքային անկախ $\tilde{d}(s)$ և $\tilde{v}_s(s)$ փոփոխականների նկատմամբ՝

$$\frac{\tilde{v}_0(s)}{\tilde{d}(s)} = W_d(s) = c_1(sI - A_1)^{-1} b_1 V_s, \quad \frac{\tilde{v}_0(s)}{\tilde{v}_s(s)} = W_v(s) = c_1(sI - A_1)^{-1} b_1 D: \quad (15)$$

Ինչպես հետևում է (15)-ից, $W_d(s)$ և $W_v(s)$ փոխանցման ֆունկցիաները տարբերվում են միայն V_s և D հաստատուն գործակցերով: Տեղադրելով (3)-ը (15)-ում՝ կստանանք.

$$W_d(s) = \frac{k_0(s - z_c)}{\det(sI - A_1)} V_s, \quad k_0 = \frac{Rr_c}{L(R + r_c)}, \quad z_c = -\frac{1}{r_c C}, \quad (16)$$

$$W_v(s) = \frac{k_0(s - z_c)}{\det(sI - A_1)} D, \quad (17)$$

որտեղ

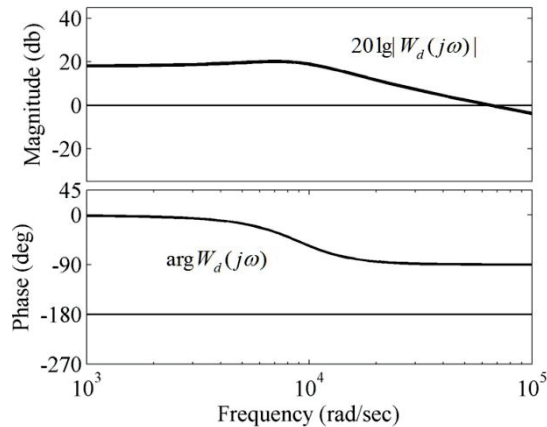
$$\det(sI - A_1) = s^2 + \frac{r_c RC + L}{LC(R + r_c)} s + \frac{R}{LC(R + r_c)}: \quad (18)$$

Այսպիսով, ՀԼԿ-ի նկ. 1 սխեման բնութագրվում է երկրորդ կարգի փոխանցման ֆունկցիաներով, որոնք ընդհանուր դեպքում ունեն գրո $z_c = -1/r_c C$ կետում, որը որոշվում է կոնդենսատորի շղթայի C ունակությամբ և r_c դիմադրությամբ: Հարկ է նշել, որ իդեալական ՀԼԿ-ի դեպքում, այսինքն, երբ $r_c=0$, փոխանցման ֆունկցիաների գրոները բացակայում են [1,2]:

Օրինակ: Դիտենք $V_s=8$ Վ, $r_c=50$ մՕհմ, $D=0,625$, $L=5$ մկՀն, $C=2000$ մկՖ, $R=200$ մՕհմ, $f_s=200$ կՀց պարամետրերով ՀԼԿ: Այդ դեպքում (16)-ով որոշվող $W_d(s)$ փոխանցման ֆունկցիան կլինի՝

$$W_d(s) = \frac{64000(s + 10000)}{s^2 + 10000s + 8 \cdot 10^7}, \quad (19)$$

որն ունի $p_{1,2} = -5000 \pm j7416,2$ երկու կոմպլեքսային-համալուծ բևեռներ, ինչպես նաև $z = -10000$ գրո: Հարկ է նշել, որ (16)-ով որոշվող $W_v(s)$ փոխանցման ֆունկցիան տվյալ դեպքում տարբերվում է (19)-ի $W_d(s)$ փոխանցման ֆունկցիայից միայն $0,078125$ հաստատուն գործակցով: Նկ. 2-ում ցուցադրված են (19)-ի $W_d(s)$ փոխանցման ֆունկցիայի Բոդեի դիագրամները:



Նկ. 2. Ցածրացնող ՀԼԿ-ի ըստ (19)-ի փոխանցման ֆունկցիայի Բոդեի դիագրամները

Ինչպես հետևում է նկ. 2-ից, իդեալական ՀԼԿ-ի $\arg W_d(j\omega)$ փուլային բնութագիծը $\omega \rightarrow \infty$ դեպքում ձգտում է -90° -ի, այսինքն r_c դիմադրության առկայությունը լավացնում է ցածրացնող ՀԼԿ-ի կայունության պաշարները, ինչն էլ իր հերթին հանգեցնում է կերպափոխի լավ դինամիկ բնութագրերի (իդեալական ՀԼԿ-ի դեպքում, այսինքն, երբ $r_c=0$, $\arg W_d(j\omega)$ փուլային բնութագիրը $\omega \rightarrow \infty$ դեպքում ձգտում է -180° -ի)։ Տվյալ հանգամանքն ունի կարևոր նշանակություն, երբ ՀԼԿ-ն կիրառվում է կառավարման համակարգի փակ կոնտուրում։

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Choi B.** Pulse-width Modulated DC-to-DC Power: Conversion Circuits, Dynamics, and Control Designs. - A John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2008. - 649 p.
2. **Mohan N., Tore M., Willam P.** Power Electronics: Converters, Applications, and Design. - John Wily and Sons, Ltd, New York, 2002. - 802 p.
3. **Middlebrook R., Cuk S.** A General Unified Approach to Modeling Switching Converter Power Stages // IEEE Power Electronics Specialists Conference Record.- 1976. -P. 18-34.
4. **Dorf R., Bishop R.** Modern Control Systems. - Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 2007. - 1046 p.

К.В. БЕГОЯН

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ПОНИЖАЮЩЕГО
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ С
СОПРОТИВЛЕНИЕМ В ЦЕПИ КОНДЕНСАТОРА**

Рассматриваются вопросы определения передаточной функции понижающего преобразователя постоянного напряжения в режиме непрерывных токов при наличии дополнительного активного сопротивления в цепи конденсатора. Вывод передаточной функции осуществляется на основе усреднения дифференциальных уравнений преобразователя в пространстве состояний и последующей линеаризации. Показано, что введение сопротивления в цепи конденсатора приводит к появлению нуля в передаточной функции, т.е. к увеличению запасов устойчивости.

Ключевые слова: понижающий преобразователь постоянного тока, усреднение уравнений динамики в пространстве состояний, линеаризация, передаточная функция.

K.V. BEGOYAN

**DETERMINING THE TRNSFER FUNCTION OF A BUCK CENVERTER
WITH A RESISTANCE CONNECTED IN SERIESWITH THE CAPACITOR**

Issues on determining the transfer function of the step-down buck converter in the continuous conduction mode in the presence of an additional resistance connected in series with the capacitor are constdered. The derivation of the transfer function is accomplished by averaging the differential equations of the converter in state-space and subsequent linearization. It is shown that introducing a resistance in series in the capacitor results in a zero in the transfer function, that is in an increase in the stability margins.

Kewwords: dc buck converter, averaging the dynamics equations in state-space, linearization, transfer function.