

С.Ш. БАЛАСАНЯН, Э.М. ГЕВОРГЯН

**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ
УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ ФЛОТАЦИИ
РУДЫ С УЧЕТОМ СЛУЧАЙНЫХ ФАКТОРОВ
(Капан)**

Рассматривается задача оптимального управления процессом флотации руды как задача стохастического программирования. Разработана обобщенная компьютерная модель для стохастического управления технологическим процессом флотации медно-молибденовой руды, которая учитывает влияние показателей надежности измельчительного оборудования и характеристик исходной руды на эффективность флотации. Проведены валидация и верификация разработанной компьютерной модели с применением контрольной модели процесса флотации. Разработанная модель предназначена для определения оптимальных значений расходов реагентов и технологических параметров флотации руды.

Ключевые слова: измельчение руды, флотация, надежность, стохастическое управление, имитационное моделирование.

Введение. Из-за несовершенства технологических процессов обогащения медно-молибденовых руд, отсутствия комплексных систем автоматического регулирования и оптимального управления, а также современных систем усреднения руды около 18% молибдена и 22% меди остаются в хвостах. Как показывает практический опыт переработки медно-молибденовых руд [1,2], в среднем 6% потерь ценных компонентов обусловлено нестабильностью параметров руды и пульпы, поступающей из технологической системы измельчения руды (ТСИР) на флотацию, и неоптимальностью параметров флотационного процесса. На качество функционирования ТСИР существенное влияние оказывает низкая надежность измельчительного оборудования [2,3]. Вследствие частых отказов мельниц, классификаторов, грунтовых насосов и другого оборудования ухудшаются выходные характеристики системы – ее производительность, гранулометрическая характеристика и плотность выходной пульпы (готового продукта). Ухудшение этих характеристик и изменение характеристик исходной руды заметно снижают точность управления и эффективность конечного процесса обогащения руды – флотации.

Постановка задачи. Задача оптимального управления флотационным процессом традиционно сводится к детерминированной задаче математического, часто нелинейного программирования с поиском экстремума показателя эффективности – функции цели $y = f(u, x)$ по технологическим параметрам и параметрам реагентов (u) при заданных характеристиках исходной руды и пульпы (x)

с ограничениями на нижние и верхние значения искоемых параметров [4,5]. Однако как характеристики исходной руды, так и характеристики пульпы, определяющие состояние внешней среды, вследствие влияния ненадежности измельчительного оборудования и воздействия других случайных факторов являются случайными величинами. Учитывая это обстоятельство, задачу оптимального управления процессом флотации необходимо рассматривать как задачу стохастического программирования, ибо при каждом конкретном значении вектора u значения случайной функции цели $\tilde{y} = f(u, \tilde{x})$ зависят от реализаций случайного вектора $\tilde{x}$. Если в результате эксперимента состояние внешней среды становится известным, т.е. $\tilde{x} = x$, то выбор решения $u(x)$ при данном фиксированном значении x сводится к обычной задаче математического программирования:

$$y = f(u, x) \rightarrow \underset{u}{ext} \quad (1)$$

при ограничениях $u \in U$.

В общем случае эксперимент не определяет полностью состояние внешней среды, поэтому этапы выбора решений могут чередоваться с этапами наблюдений над состоянием внешней среды. Если решение u детерминированное и принимается перед тем, как наблюдается состояние x , то соотношение (1) приобретает определенный вероятностный смысл, поскольку при фиксированном u для одних x_i оно может выполняться, а для других - нет. Исходя из сказанного, задача оптимального управления процессом флотации руды формулируется как задача стохастического программирования [6] и сводится к отысканию экстремума математического ожидания функции цели

$$M[f(u, \tilde{x})] \rightarrow ext \quad (2)$$

при ограничениях $u \in U$.

Выбор показателя эффективности технологического процесса флотации медно-молибденовой руды является одним из важнейших этапов в исследовании эффективности функционирования технологической системы обогащения руды, поскольку он оказывает существенное влияние на интерпретацию свойств системы и результатов исследований.

Анализ известных в настоящее время критериев эффективности раздельных процессов [1,2,5,7] позволяет сделать вывод, что наибольшему числу требований, предъявляемых к критериям эффективности обогащательных процессов, удовлетворяет прибыль, получаемая от всего производства концентратов. Прибыль характеризует эффективность процесса флотации с точки зрения конечной цели производства концентратов, учитывает количественные характеристики выпускаемой продукции, производственные затраты, степень извлечения

полезных компонентов, качество функционирования измельчительных и других агрегатов. Прибыль учитывает также изменение рыночных условий, поскольку чувствительна к изменению цен на концентраты.

Следует отметить, что наряду с прибылью ($\hat{y}_1$) эффективность флотации характеризуется рядом технологических показателей, важнейшими из которых являются среднесменное содержание Мо в молибденовом концентрате (y_2) и извлечение молибдена (y_3). На эти показатели, которые также зависят от векторов u и x , накладываются определенные ограничения: их значения не должны быть ниже плановых. Тогда задача оптимального управления процессом флотации, сформулированная как задача стохастического программирования (2), сводится к максимизации математического ожидания функции цели при ограничениях, наложенных на u и на технологические показатели y_2, y_3 :

$$\begin{cases} M[\hat{y}_1] = M[f_1(u, \tilde{x})] \rightarrow \max_{u \in U}, \\ y_2 = f_2(u, \tilde{x}) \geq \beta_{Mo}, \\ y_3 = f_3(u, \tilde{x}) \geq \varepsilon_{Mo}, \end{cases} \quad (3)$$

где β_{Mo} и ε_{Mo} – плановые значения содержания Мо в молибденовом концентрате и извлечения Мо (в %).

Компьютерная модель для стохастического управления процессом флотации. Учитывая сложность поставленной задачи, для ее решения целесообразно использовать метод имитационного моделирования. Исходя из того, что эффективность флотации в большей мере предопределяется качеством функционирования ТСИР, с целью обеспечения высокой адекватности имитационной модели процесса флотации, в данной работе предлагается для формирования возможных значений выходных переменных ТСИР использовать ее имитационную модель, учитывающую влияние показателей надежности измельчительного оборудования на качество функционирования системы. Данная модель представляет собой композицию трех моделей [7]: вероятностной имитационной модели процесса изменения работоспособности элементов ТСИР, стратифицированной модели процесса ее функционирования и модели формирования выходных интервальных характеристик ТСИР.

В соответствии с (3) математическая модель процесса флотации руды представляется совокупностью следующих функции цели и ограничений:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = f_1(u, x), \\ \hat{y}_2 = f_2(u, x), \\ \hat{y}_3 = f_3(u, x). \end{cases} \quad (4)$$

Укрупненная блок-схема компьютерной модели для стохастического управления процессом флотации руды с учетом надежности измельчительного оборудования приведена на рисунке. Моделирующий алгоритм функционирует следующим образом.

После пуска имитационной программы блок 1 осуществляет ввод исходных данных моделирования, затем блок 2 в соответствии с планом компьютерного эксперимента генерирует очередное допустимое значение вектора $u_j = (u_{1j}, u_{2j}, \dots, u_{mj})$, а блок 3 устанавливает начальное значение счетчика-оператора количества реализаций модели (блок 13). После чего вступает в действие имитационная модель ТСИР, включающая вероятностную имитационную модель возникновения отказов и восстановления ее элементов (блок 4), трехуровневую иерархическую модель функционирования ТСИР (блок 5), которая формирует ее мгновенные выходные характеристики $x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*$ для текущего особого состояния системы (отказ или восстановление элементов). На основании мгновенных характеристик и длительностей нахождения системы в особых состояниях в течение i -й смены блок 6 формирует среднесменные значения выходных характеристик ТСИР $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}$ для реализованной в данной смене траектории ее функционирования. После блока 7, проверяющего условие окончания очередного прогона, вступает в действие блок 8, который в соответствии с заданными оценками математических ожиданий μ_i и среднеквадратических отклонений σ_i ($i = \overline{k+1, l}$) нормально распределенных случайных величин – характеристик исходной руды $\tilde{x}_{k+1}, \tilde{x}_{k+2}, \dots, \tilde{x}_l$ и их корреляционной матрицей $\|r_{ij}\|$ ($i, j = \overline{k+1, l}$) формирует их очередные возможные значения $x_{(k+1)i}, x_{(k+2)i}, \dots, x_{li}$. Затем для заданных значений векторов u_j и $x_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{li})$ с помощью математических моделей (4) вычисляются значения технологических показателей $\hat{y}_{2i}, \hat{y}_{3i}$ (блок 9) и проверяются условия выполнения ограничений $\hat{y}_{2i} \geq \beta_{Mo}, \hat{y}_{3i} \geq \varepsilon_{Mo}$ (блок 10). Если условия не выполняются, вступают в действие блоки 4 и 5, которые имитируют очередную реализацию процесса функционирования ТСИР в восьмичасовом интервале времени, а блок 6 формирует новые значения ее выходных интервальных характеристик.

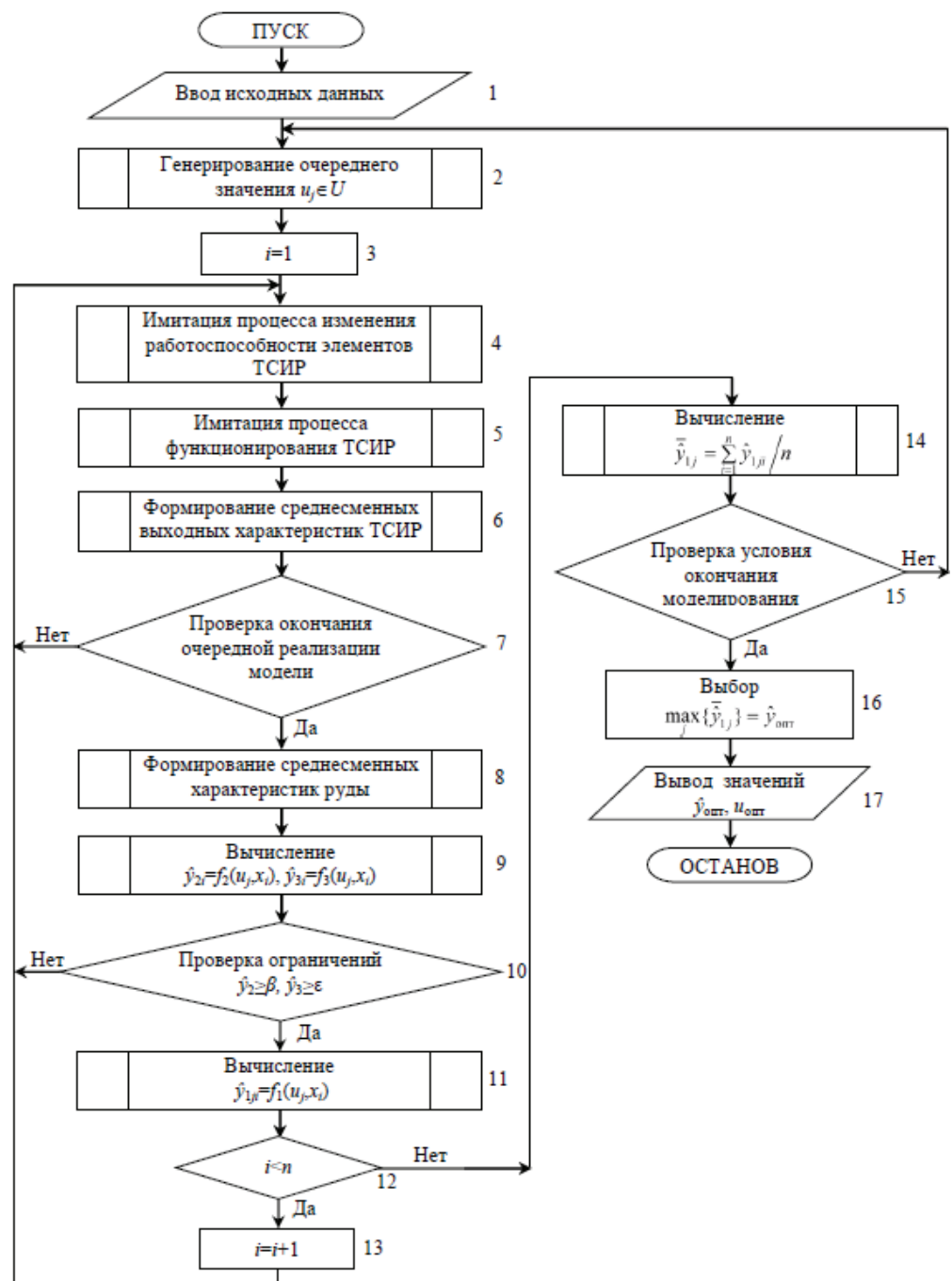


Рис. Укрупненная блок-схема компьютерной модели

При выполнении ограничений блок 11 при заданных u_j и x_i с помощью математической модели (4) вычисляет значение прибыли (функции цели) $\hat{y}_{1ji}$, получаемой от производства концентратов в течение i -й смены. Затем блок 12 проверяет условие окончания текущего прогона, включающего n выборочных точек – реализаций имитационной модели ТСИР в восьмичасовом интервале времени. Далее проверяется условие окончания моделирования (блок 15). При его невыполнении управление передается блоку 2, который генерирует очередное допустимое значение вектора u . При окончании моделирования из полученных в результате значений $\{\hat{y}_{ji}\}$ выбираются максимальное значение $\hat{y}_{onm}$ и соответствующее им значение вектора u_{onm} (блок 16), осуществляется их вывод (блок 17), а затем и останов модели.

Следует отметить, что рассмотренная имитационная модель предназначена для перспективного управления процессом флотации. Следовательно, как модель процесса флотации (4), так и функция плотности совместного распределения вероятностей характеристик исходной руды и показатели надежности измельчительного оборудования периодически уточняются на основании накопленных статистических данных.

Генерация допустимых значений вектора u может быть осуществлена в соответствии с планом компьютерного экстремального эксперимента методами полного и направленного перебора вариантов, а также с использованием оптимизационных пакетов программ (например, OptQuest, PROMODEL, WITNESS Optimizer и т.п. [8]), обеспечивающих нахождение глобальных оптимальных решений задач нелинейного программирования в составе имитационной модели.

Программная реализация компьютерной модели осуществлена с использованием языка C++.

Валидация, верификация разработанной компьютерной модели. Одной из наиболее сложных проблем компьютерного моделирования является оценка адекватности построенной модели и реальной системы. С целью решения этой проблемы на практике моделирования используются различные методы валидации (проверки адекватности) и верификации (проверки достоверности) компьютерных моделей.

Дискретно-событийный характер и модульная структура компьютерной программы моделирования ТСИР позволили легко применить один из наиболее мощных методов верификации – трассировку. При использовании этого метода после возникновения каждого системного события характеристики состояния моделируемой системы выводились на экран и сравнивались с результатами теоретических вычислений.

С целью окончательной валидации и верификации компьютерной модели проводился имитационный эксперимент со следующей контрольной математической моделью процесса флотации:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = -4,5u_1^2 + u_1u_2 - 1,5u_2^2 + (28u_1 + 10u_2 - 2) \cdot \tilde{\varepsilon}, \\ \hat{y}_2 = 2u_1 - u_2 + \tilde{\varepsilon} \geq 1, \\ \hat{y}_3 = u_1 + u_2 + \tilde{\varepsilon} \geq 5, \end{cases} \quad (5)$$

где u_1, u_2 - управляющие переменные процесса; $\tilde{\varepsilon}$ - нормально распределенная случайная величина с параметрами ($M[\tilde{\varepsilon}] = 1, \sigma_{\varepsilon} = 0,1$), имитирующая воздействие случайных факторов на процесс флотации.

При использовании этой модели задача детерминированного управления (1) сводится к следующей задаче:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = -4,5u_1^2 + u_1u_2 - 1,5u_2^2 + 28u_1 + 10u_2 - 2 \rightarrow \max_{u_1, u_2}, \\ 2u_1 - u_2 \geq 1, \\ u_1 + u_2 \geq 5. \end{cases} \quad (6)$$

Решая эту задачу численным методом, получим $u_{1onm}^* = 3,62$; $u_{2onm}^* = 4,54$; $\hat{y}_{1max}^* = 71,15$.

Задача стохастического управления (3) при использовании модели (4) сводится к максимизации математического ожидания функции цели при ограничениях, наложенных на u_1 и u_2 :

$$\begin{cases} M[-4,5u_1^2 + u_1u_2 - 1,5u_2^2 + (28u_1 + 10u_2 - 2) \cdot \tilde{\varepsilon}] \rightarrow \max_{u_1, u_2}, \\ 2u_1 - u_2 + \tilde{\varepsilon} \geq 1, \\ u_1 + u_2 + \tilde{\varepsilon} \geq 5, \\ 2 \leq u_1 \leq 5, \\ 3 \leq u_2 \leq 7. \end{cases} \quad (7)$$

В результате имитационного эксперимента были определены оптимальные значения переменных u_1, u_2 и значение целевой функции $u_{1onm} = 3,15$; $u_{2onm} = 5,26$; $\hat{y}_{1max} = 72,95$.

Как видно, решение задачи стохастического управления, полученное в результате имитационного эксперимента, при котором учитывалось влияние случайных факторов, заметно отличается от решения детерминированной задачи (6).

Заметим, что при решении задачи (7) на компьютерной модели методом случайного поиска без учета влияния случайных факторов получены достаточно близкие к численному решению результаты ($u_{1onm} = 3,6$; $u_{2onm} = 4,61$; $\hat{y}_{1max.} = 71,08$).

Заключение. Обоснованы необходимость и целесообразность рассмотрения задачи оптимального управления процессом флотации руды как задачи стохастического управления и предложена ее математическая модель. С применением этой модели разработана компьютерная модель для стохастического управления процессом флотации руды, позволяющая в отличие от известных моделей учитывать влияние надежности измельчительного оборудования и параметров исходной руды.

В результате проведения валидации и верификации разработанной модели установлено, что данная модель адекватна реальному технологическому процессу флотации руды и пригодна для стохастического управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hulbert D.G.** Simulation, control and modeling of mineral processing // Proc. of XXII IPMC. – Cape Town, South Africa, September 28 – October 3, 2003. – P. 116–126.
2. **Баласанян С.Ш.** Компьютерная модель процесса возникновения отказов и восстановления оборудования системы измельчения руды // Цветные металлы. – 2012. – № 7. – С. 82–86.
3. **Авдохин В.М.** Технология обогащения полезных ископаемых. – М.: МГТУ, 2008. – 320 с.
4. Оптимизация управления технологическим процессом флотации молибденовой руды / **С. Кюрегян, Б. Мамиконян, С. Абгарян, С. Баласанян и др.** // Моделирование, оптимизация, управление: Сб. научных трудов ГИУА.- Ереван, 2003.- Вып. 6, №1.– С. 86-93.
5. Разработка и применение автоматизированных систем управления процессами обогащения полезных ископаемых /**В.В. Морозов, В.П. Топчаев, К.Я. Улитенко и др.** – М.: Изд. дом «Руда и Металлы», 2013. – 512 с.
6. **Юдин Д.Б.** Задачи и методы стохастического программирования. – М.: КРАСАНД, 2010. – 392 с.
7. **Баласанян С.Ш.** Стратифицированная модель для оценки и анализа эффективности функционирования сложных технологических систем со многими состояниями // Известия ТПУ. – 2011. – Т. 318, № 5. – С. 25–30.
8. **Аверилл М. Лоу, Кельтон В. Девид.** Имитационное моделирование. Классика CS. 3-е изд. – СПб: Питер; Киев: Изд. группа BHV, 2004. – 847 с.

Ս.Շ. ԲԱԼԱՍՅԱՆՅԱՆ, Հ.Մ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

**ՀԱՆՔԱՆՅՈՒԹԻ ՖԼՈՏԱՑՄԱՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ
ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՔՈՄՓՅՈՒԹԵՐԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԻ ՄՇԱԿՈՒՄԸ ԵՎ
ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՆՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՌՄԱՄԲ**

Դիտարկված է հանքանյութի ֆլոտացման գործընթացի օպտիմալ կառավարման խնդիրը՝ որպես հավանականային ծրագրավորման խնդիր: Պղնձամոլիբդենային հանքանյութի ֆլոտացման տեխնոլոգիական գործընթացի հավանականային կառավարման ընդհանրացված քոմպիյութերային նոր մոդելը հաշվի է առնում սկզբնական հանքաքարի պարամետրերի և մանրացնող սարքավորումների հուսալիության ցուցանիշների ազդեցությունը ֆլոտացման արդյունավետության վրա: Ֆլոտացման ստուգիչ մոդելով գնահատվել են կառուցված մոդելի համարժեքությունը և հավաստիությունը գնահատում: Մշակված մոդելը նախատեսված է հանքանյութի ֆլոտացման գործընթացի պարամետրերի և ազդանյութերի ծախսի օպտիմալ արժեքների որոշման համար:

Առանցքային բառեր. հանքաքարի մանրացում, ֆլոտացում, հուսալիություն, հավանականային կառավարում, նմանակային մոդելավորում:

S.SH. BALASANYAN, H.M. GEVORGYAN

**DEVELOPMENT AND RESEARCH OF A COMPUTER MODEL FOR
CONTROLLING THE ORE FLOTATION TECHNOLOGICAL PROCESS
TAKING INTO ACCOUNT THE RANDOM FACTORS**

The problem of optimal control of the flotation process as a problem of stochastic programming is considered. A generalized computer model is developed for the stochastic control of the copper-molybdenum ore flotation technological process, taking into account the impact of the reliability indices of the grinding equipment and the characteristics of the initial ore on the flotation efficiency. The validation and verification of the developed computer model using the control model of the flotation process are conducted.. The developed model is intended for determining the optimal values of the reagent cost and parameters of the ore flotation process.

Keywords: ore grinding, flotation, reliability, stochastic control, simulation.