

А.Г. ДАРБИНЯН

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРА В СРЕДЕ ПАКЕТА SIMULINK

Рассматриваются структуры и методы проектирования отказоустойчивых систем управления квадрокоптерами. В среде пакета Simulink разработана нелинейная модель квадрокоптера, которая позволяет учитывать отказы двигателей и исследовать динамику системы управления в подобных случаях.

Ключевые слова: отказоустойчивая система, квадрокоптер, система управления, динамическая модель.

H.G. DARBINYAN

A DYNAMIC MODEL OF A FAULT-TOLERANT CONTROL SYSTEM OF QUADROCOPTER IN THE SIMULINK PACKAGE ENVIRONMENT

The structures and design methods of fault-tolerant control systems of quadcopters are considered. A nonlinear model of quadcopter, allowing take into account the faults of motors and investigate the control system dynamics in such cases, is developed in the Simulink environment.

Keywords: fault-tolerant system, quadcopter, control system, dynamic model.

ՀՏԴ 62-50

Վ.Հ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

ՀԱՎԱՑԻՐԿՈՒԼՅԱՆՏ ԲԱԶՄԱԶԱՓ ԱՎՏՈՄԱՏ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ԴԱՍԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐՈՎ

Առաջարկվում է մի մոտեցում հակացիրկույանտ ավտոմատ կառավարման համակարգերի կարգավորիչների ընտրության համար, որը հնարավորություն է տալիս նախագծել այդ համակարգերը կառավարման տեսության դասական մեթոդների կիրառմամբ: Արտադվել են համարժեք միաչափ համակարգերի փոխանցման ֆունկցիաների հաշվարկման բանաձևեր: Կատարվել է մոդելային համակարգի կայունության վերլուծություն:

Առանցքային բառեր. բազմաչափ կառավարման համակարգ, հակացիրկույանտ կարգավորիչ, բնութագրիչ փոխանցման ֆունկցիա:

Բազմաչափ ավտոմատ կառավարման համակարգերի (ԲԱԿ) կարևոր դաս են կազմում, այսպես կոչված, նորմալ համակարգերը, որոնք շատ տարածված են, և որոնց կանոնական բազիսները օրթոգոնալ են: Նորմալ ԲԱԿ-երի դասում կարելի է առանձնացնել երկու ենթադասեր՝ ցիրկույանտ և հակացիրկույանտ, որոնց բնորոշ հատկանիշն այն է, որ դրանց կանոնական բազիսները կախված չեն s կոմպլեքս փոփոխականից:

Հակացիրկույանտ ավտոմատ կառավարման համակարգերի (ՀՏԲԱԿՀ) $W(s)$ փոխանցման մատրիցը ներկայացնում է հակացիրկույանտ մատրից, այսինքն՝ այնպիսին, որի յուրաքանչյուր հաջորդ տող ստացվում է նախորդից՝ տարրերը մեկ դիրքով աջ տեղաշարժելով (բացի N -րդից), իսկ նախորդ տողի N -րդ տարրը դառնում է հաջորդ տողի առաջին տարր՝ հակառակ նշանով.

$$W(s) = \begin{pmatrix} w_0(s) & w_1(s) & w_2(s) & \dots & w_{N-1}(s) \\ -w_{N-1}(s) & w_0(s) & w_1(s) & \dots & w_{N-2}(s) \\ -w_{N-2}(s) & -w_{N-1}(s) & w_0(s) & \dots & w_{N-3}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -w_1(s) & -w_2(s) & -w_3(s) & \dots & w_0(s) \end{pmatrix} : \quad (1)$$

Հակացիրկույանտ ԲԱԿՀ-երի նախագծման դեպքում, երբ կառավարվող օբյեկտը բնութագրվում է հակացիրկույանտ (1) մատրիցով, նպատակահարմար է օգտագործել կարգավորիչ, որի $K(s)$ փոխանցման մատրիցը նույնպես հակացիրկույանտ է [1,2] և ներկայացվում է

$$K(s) = k_0(s)I + \sum_{n=1}^{N-1} k_n(s)U_-^n = C \operatorname{diag}\{p_i(s)\}C^{-1} \quad (2)$$

տեսքով, որտեղ $k_n(s)$ ($n=0,1,2,\dots,N-1$) հակացիրկույանտ $K(s)$ մատրիցի առաջին տողի տարրերն են, U_- -ը՝ վերջին տարրի նշանի փոփոխությամբ տեղափոխությունների օրթոգոնալ մատրիցը (3), իսկ C -ն՝ $K(s)$ մատրիցի նորմավորված սեփական վեկտորներից կազմված մոդալ մատրիցը, որը համընկնում է նշանի փոփոխությամբ տեղափոխությունների մատրիցի մոդալ մատրիցի հետ [2]:

$$U_- = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

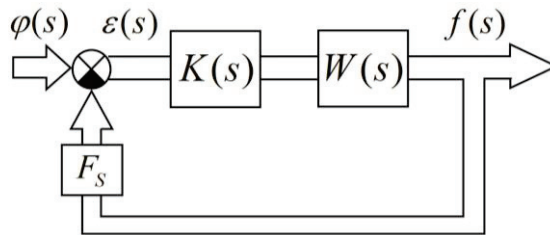
Կարգավորող $K(s)$ մատրիցի $p_i(s)$ բնութագրիչ փոխանցման ֆունկցիաները (ԲՓՖ) որոշվում են հետևյալ բանաձևով՝

$$p_i(s) = k_0(s) + \sum_{n=1}^{N-1} k_n(s) \exp\left\{j \frac{[2(i-1)+1]\pi}{N} n\right\} \quad i=1,2,\dots,N: \quad (4)$$

Դիտարկենք N -չափանի $W(s)$ (1) հակացիրկույանտ մատրիցով փակ համակարգը, որի

$$K(s) = \begin{pmatrix} k_0(s) & k_1(s) & k_2(s) & \dots & k_{N-1}(s) \\ -k_{N-1}(s) & k_0(s) & k_1(s) & \dots & k_{N-2}(s) \\ -k_{N-2}(s) & -k_{N-1}(s) & k_0(s) & \dots & k_{N-3}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -k_1(s) & -k_2(s) & -k_3(s) & \dots & k_0(s) \end{pmatrix} \quad (5)$$

կարգավորիչը նույնպես հակացիրկույանտ է (նկ. 1):



Նկ. 1. ՀԲԱԿ-ի մատրիցային կառուցվածքային սխեման

[3,4] աշխատանքներում առաջարկվել է դասական միաչափ համակարգերի կիրառմամբ, համապատասխանաբար, ընդհանուր տեսքի և միատիպ ԲԱԿ-երի նախագծման մի մոտեցում, որի էությունը հետևյալն է. որևէ մուտքից մեկ այլ ելք գնացող կապը խզելու և առանձնացնելու միջոցով ԲԱԿ-ի նախագծումը հանգեցվում է միաչափ համակարգի նախագծման, իսկ [5]-ում առաջարկվել է ցիրկույանտ համակարգերի նախագծման մի մոտեցում, որը հիմնվում է ցիրկույանտ մատրիցային կարգավորիչի՝ տեղափոխությունների մատրիցի բազմանդամի տեսքով ներկայացման վրա և թույլ է տալիս պահպանել համակարգի սկզբնական կառուցվածքը (ցիրկույանտությունը): Սույն աշխատանքում առաջարկվում է այդ մոտեցման մոդիֆիկացված տարբերակ՝ հիմնված $K(s)$ հակացիրկույանտ կարգավորիչի (2) ներկայացման վրա: Այս դեպքում ունենք ընտրության N հնարավորություն՝ $k_0(s), k_1(s), \dots, k_{N-1}(s)$ փոխանցման ֆունկցիաներից որևէ մեկը:

Ենթադրենք, ցանկանում ենք ապահովել հակացիրկույանտ համակարգի կայունության պաշարը (գուցե նաև համակարգի վարքը բնութագրող այլ ցուցանիշներ ևս)՝ $K(s)$ հակացիրկույանտ կարգավորիչի մեջ ընտրելով և փոփոխելով միայն մեկ, օրինակ, m -րդ ($m = 0, 1, \dots, N-1$) $k_m(s)$ փոխանցման ֆունկցիան: Սա, փաստորեն, նշանակում է, որ $K(s)$ կարգավորիչի բոլոր տարրերը, որոնք (2) բանաձևում համապատասխանում են m -րդ աստիճանի U^m -ին, փոփոխվում են միաժամանակ և նույն կերպ: Յուրաքանչյուր ընտրած m -ին համապատասխանում է ոչ թե մեկ համարժեք միաչափ համակարգ, այլ N համակարգեր:

Հակացիրկույանտ կարգավորիչի $K(s)$ փոխանցման մատրիցը կարող է գրվել

$$K(s) = k_0(s)I + \left[\sum_{n=1}^{N-1} k_n(s)U_-^n \right], \quad m=0 \text{ դեպքում,} \quad (6)$$

$$K(s) = k_m(s)U_-^m + \left[\sum_{\substack{n=0 \\ n \neq m}}^{N-1} k_n(s)U_-^n \right], \quad m>0 \text{ դեպքում} \quad (7)$$

տեսքով, իսկ $K(s)$ փոխանցման մատրիցի

$$p_i(s) = k_0(s) + \sum_{n=1}^{N-1} k_n(s) \exp \left\{ j \frac{[2(i-1)+1]\pi}{N} n \right\}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (8)$$

ԲՓՖ-ները կներկայացվեն

$$p_i(s) = k_m(s)\beta_i^m + K_\Sigma^m(s), \quad i=1, 2, \dots, N, \quad m=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (9)$$

տեսքով, որտեղ

$$K_\Sigma^0(s) = \sum_{n=1}^{N-1} k_n(s), \quad K_\Sigma^m(s) = k_0(s) + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{N-1} k_n(s) \exp \left\{ j \frac{2\pi(i-1)}{N} n \right\}, \quad m>0, \quad (10)$$

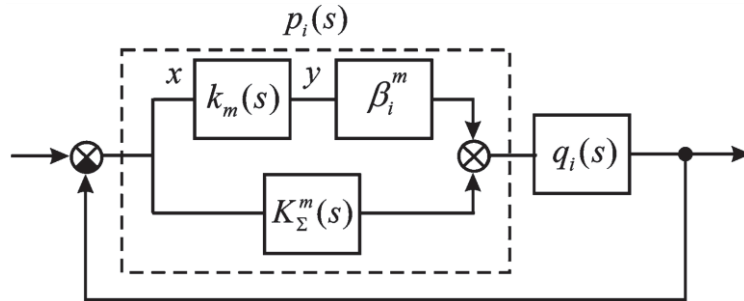
իսկ

$$\beta_i = \exp \left\{ j \frac{[2(i-1)+1]\pi}{N} \right\}; \quad i=1, 2, \dots, N \quad (11)$$

U_- մատրիցի սեփական արժեքներն են:

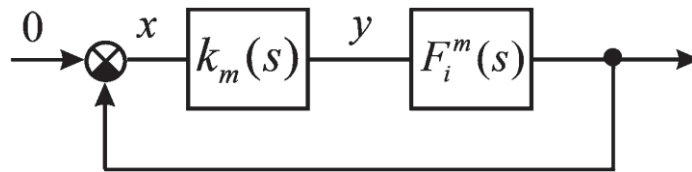
Ընդ որում, $K(s)$ կարգավորիչում ինդեքսի $m=0$ ընտրության դեպքում կստանանք, այսպես կոչված, սկալյար կարգավորիչ, այսինքն՝ ընտրվում են կարգավորիչի անկյունագծային տարրերը, իսկ $m>0$ դեպքում՝ m ինդեքսին համապատասխանող փոխադարձ կապերը:

Հաշվի առնելով (9)-(11) բանաձևերը, նկ.1-ի հակացիրկույանտ համակարգի փակ բնութագրիչ համակարգերը կարող են ներկայացվել նկ. 2-ում պատկերված տեսքով՝



Նկ. 2. Հակացիրկույան սղ համակարգի փակ բնութագրիչ համակարգերը ($i = 1, 2, \dots, N$)

Նկ. 2-ի սխեման կարելի է ներկայացնել նրան համարժեք N հատ միաչափ փակ բնութագրիչ համակարգերի (Նկ. 3) տեսքով՝



Նկ. 3. Հակացիրկույան սղ համակարգի N հատ միաչափ փակ բնութագրիչ համակարգերը ($i = 1, 2, \dots, N$)

որտեղ $F_i^m(s)$ փոխանցման ֆունկցիաները հավասար են՝

$$F_i^m(s) = \beta_i^m \frac{q_i(s)}{1 + q_i(s)K_\Sigma^m(s)} : \quad (12)$$

Եթե նշանակենք

$$Q_i^m(s) = F_i^m(s)k_m(s), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (13)$$

ապա այն կլինի Նկ. 3-ի N հատ բաց միաչափ համակարգերի փոխանցման ֆունկցիան:

Նկ. 2 և 3-ի համակարգերի համարժեքության շնորհիվ $K(s)$ կարգավորիչ մատրիցով սկզբնական հակացիրկույան սղ համակարգի կայունությունը կարող է հետազոտվել Նկ. 3-ի N միաչափ համակարգերի միջոցով:

Օրինակ. Դիտարկենք հետևյալ երկչափ հակացիրկույան սղ համակարգը, որի կազավորվող օբյեկտն ունի հետևյալ փոխանցման մատրիցը.

$$W(s) = \begin{bmatrix} \frac{500}{s(s+1.25)} & \frac{1500}{s(s+1.25)(s+5)} \\ -\frac{1500}{s(s+1.25)(s+5)} & \frac{500}{s(s+1.25)} \end{bmatrix} : \quad (14)$$

Փոխանցման (14) մատրիցով համակարգի $q_1(s)$ և $q_2(s)$ բնութագրիչ ֆունկցիաները կլինեն՝

$$q_{1,2}(s) = \frac{500}{s(s+1.25)} \left[1 \pm j \frac{3}{s+5} \right] : \quad (15)$$

Դիցուք, $K(s)$ կարգավորիչն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$K(s) = \frac{(s+0.5)(s+2)}{(s+4)(s+10)} \begin{bmatrix} 0.8624 & -0.5638 \\ 0.5638 & 0.8624 \end{bmatrix} : \quad (16)$$

Ճշգրտված՝ $G(s) = W(s)K(s)$ հակացիրկույանտ համակարգի փոխանցման ֆունկցիաներն ըստ (12) և (13)-ի կլինեն՝

$$F_1^1(s) = \frac{j500[s^3 + (19 + j3)s^2 + (110 + j42)s + (200 + j120)]}{s^4 + 446.45s^3 + (3291.5 + j1294)s^2 + (5.871.2 + j3234)s + (2156 + j1294)} , \quad (17)$$

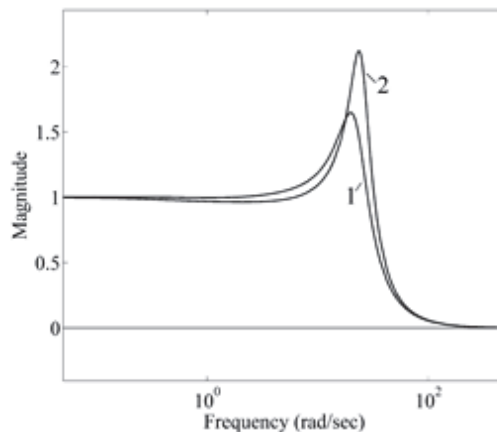
$$F_2^1(s) = -\frac{j500[s^3 + (19 - j3)s^2 + (110 - j42)s + (200 - j120)]}{s^4 + 446.45s^3 + (3291.5 - j1294)s^2 + (5.871.2 - j3234)s + (2156 - j1294)} : \quad (18)$$

$k_m(s)$ փոխանցման ֆունկցիան հավասար կլինի՝

$$k_1(s) = -\alpha \frac{0.5638(s+0.5)(s+2)}{(s+4)(s+10)} , \quad (19)$$

որտեղ α -ն իրական սկալյար գործակից է, որը պետք է որոշվի այնպես, որ ապահովվի համակարգի կայունությունը, և տատանողականության M ցուցանիշը չգերազանցի 1.9-ը:

$\mathcal{Q}_i^m(s) = F_i^m(s)k_m(s)$, $i = 1, 2$ փոխանցման ֆունկցիաներով բաց համակարգին համապատասխանող նկ. 3-ի միաշափ փակ համակարգի ամպլիտուդա-հաճախային բնութագրերը բերված են նկ. 4-ում:



Նկ. 4. Միաչափ փակ համակարգի ամպլիտուդահաճախային բնութագրերը

Եզրակացություն: Այսպիսով, սույն հոդվածում առաջարկվող հակացիրկույանտ համակարգերի նախագծման մոտեցումը, որը հիմնվում է հակացիրկույանտ մատրիցային կարգավորիչի՝ տեղափոխությունների մատրիցի բազմանդամի տեսքով ներկայացման վրա, թույլ է տալիս, պահպանելով համակարգի սկզբնական կառուցվածքը (հակացիրկույանտությունը), նախագծել այդ համակարգերը կառավարման տեսության դասական մեթոդների կիրառմամբ:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Егизарян Г.Г., Уликян А.Т., Манукян В.Г.** Проектирование многомерных циркулянтных систем автоматического регулирования // Тезисы докладов VIII Международной научно-практической конференции “Наука и образование без границ–2012”, 07-15.12, Sp. zo.o. “Nauka I studia”. - Przemysl, Польша, 2012.-С. 29-32.
2. **Gasparyan O.N.** Linear and Nonlinear Multivariable Feedback Control: A Classical Approach.- John Wiley and Sons, West Sussex, Chichester, UK, 2008.- 354 p.
3. **Մանուկյան Վ.Հ.** Բազմաչափ ավտոմատ կառավարման համակարգերի կարգավորիչների ընտրությունը կառավարման դասական մեթոդների կիրառմամբ // ՀՊՃՀ Լրաբեր. Գիտական և մեթոդական հոդվածների ժողովածու. - Երևան, 2014. – Մաս 1.- էջ 134-139:
4. **Манукян В.Г.** Проектирование однотипных многомерных систем автоматического регулирования с помощью скалярных критериев // Актуальные вопросы современной техники и технологии: XV Международная научная конференция, 24 апреля 2014 г.- Россия, Липецк, 2014.-С. 28-33.
5. **Մանուկյան Վ.Հ., Գասպարյան Օ.Ն.** Ցիրկուլյանտ ավտոմատ կառավարման համակարգերի նախագծումը դասական մեթոդներով // ՀՀ Գիտությունների ազգային ակադեմիայի և ՀԱՊՀ-ի Տեղեկագիր. Տեխն. գիտ. սերիա.-2015.-Հատոր 68, №1.-էջ 73-81:

В.Г. МАНУКЯН

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ АНТИЦИРКУЛЯНТНЫХ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ
КЛАССИЧЕСКИХ МЕТОДОВ**

Предлагается подход для выбора регуляторов антициркулянтных многомерных систем автоматического регулирования, который позволяет проектировать подобные системы с помощью классических методов теории систем автоматического регулирования. Выведены аналитические формулы для вычисления передаточных функций эквивалентных одномерных систем. Проведен анализ устойчивости конкретной двумерной системы.

Ключевые слова: многомерная система автоматического регулирования, антициркулянтный регулятор, характеристическая передаточная функция.

V.H. MANUKYAN

**DESIGNING ANTICIRCULANT AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS BY
CLASSICAL METHODS**

An approach to choosing matrix regulators for anticirculant automatic control systems is proposed, allowing to design such systems by the classical methods of the automatic control system theory. An analytical formulae for calculating the transfer functions of the equivalent one-dimensional systems are derived. The stability analysis of a two-dimensional anticirculant system is performed.

Keywords: multivariable feedback control system, anticirculant regulator, characteristic transfer function.

УДК 004.4:519.856:623.5

Г.Г. ХАЧАТРЯН, Р.С. ГАСПАРЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ПРОЦЕССОВ ЗАДАЧИ 2А

Рассматриваются вероятностные процессы стрельбы по двум целям из противотанковых систем (ПТС). Дается определение простейшего потока событий касательно стрельбы по целям. Предлагается математическая модель вероятностных процессов стрельбы, построенная на основе марковских цепей. Приведено аналитическое решение системы дифференциальных уравнений.

Ключевые слова: артиллерия, стрельба, теория вероятностей, теория массового обслуживания, марковские цепи, математическое моделирование.

Постановка задачи. Целью работы является математическое моделирование вероятностных процессов задачи 2а (стрельба прямой наводкой по движущимся целям) курса подготовки артиллерии КПА-2012 [1], оценка вероятности уничтожения целей и определение предельных стационарных режимов на основе математического моделирования.