Ս.Ա. ԵՊԻՍԿՈՊՈՍՅԱՆ, Ա.Ս. ԵՊԻՍԿՈՊՈՍՅԱՆ

ՏԵՂԵԿՈՒՅԹԻ ԿՈԴԱՎՈՐՈՒՄԸ ՈՒՈԼՇԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Ուսումնասիրվել են Ուոլշի համակարգի և գաղտնի բանալու ստեղծման միջոցով տեքստային տեղեկույթի կոդավորման մեթոդները:

Առանցքային բառեր. կոդավորում, Ուոլշի մատրից, գաղտնի բանալի:

С.А. ЕПИСКОПОСЯН, А.С. ЕПИСКОПОСЯН

ШИФРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ УОЛША

Рассмотрен метод шифрования текстовой информации с помощью системы Уолша и генерации секретного ключа.

Ключевые слова: шифрование, матрица Уолша, секретный ключ.

ՀՏԴ 517.518

Ռ.Վ. ԴԱԼԼԱՔՅԱՆ

ԴԻՐԻԽԼԵԻ ՏԻՊԻ ԴԱՍԵՐԻ ԶՐՈՆԵՐԻ ԲԱԶՄՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Աշխատանքում ապացուցվում է, որ Բլյաշկեի պայմանը բավարարող և Շտոլցի անկյան ներսում ընկած ցանկացած հաջորդականություն հանդիսանում է D_s^2 դասերի զրոների բազմություն ցանկացած s-ի համար՝ $s \in (0,1)$: Ապացուցվում են մի քանի այլ պնդումներ ևս:

Առանցքային բառեր. Դիրիխլեի տիպի դասեր, Շտոլցի անկյուն, Կառլեսոնի բազմություն, Բլյաշկեի արտադրյալ, $A_\alpha^p -$ դասեր:

Ընդունենք՝ $-1 < \alpha < +\infty$, $0 < p < +\infty$, D –ն կոմպլեքս հարթության միավոր շրջանն է, և թող $H(D)$ –ն D –ում հոլոմորֆ ֆունկցիաների բազմությունն է: A_α^p ֆունկցիոնալ դասերը սահմանվում են որպես $H(D)$ –ի հետևյալ պայմանը բավարարող ֆունկցիաների բազմություն՝

$$\int_D \left(1-|z|^2\right)^\alpha |f(z)|^p \, dA(z) < +\infty,$$

որտեղ $dA(z) = \frac{1}{\pi} dxdy$:

Միավոր շրջանում հոլոմորֆ այն ֆունկցիաների բազմությունը, որոնց համար $f' \in A_\alpha^p$, նշանակենք D_α^p –ով: Եթե $p > 1 + \alpha$, ապա այս դասերը կոչվում են Դիրիխլեի տիպի դասեր:

$\{z_n\} \in D$-հաջորդականությունը կանվանենք D_α^p դասի զրոների բազմություն, եթե գոյություն ունի $f(z) \in D_\alpha^p$ այնպիսին, որ $f(z_n) = 0,\ n = 1, 2, \cdots$:

Միավոր շրջանագծի վրա գտնվող Լեբեգի զրո չափ ունեցող E փակ բազմությունը կոչվում է Կառլեսոնի բազմություն, եթե E բազմության մինչև շրջանագիծ լրացումներից կազմված $\{I_k\}$ բաց միջակայքերի հաջորդականությունն այնպիսին է, որ

$$\sum_k |I_k| \log \frac{1}{|I_k|} < +\infty,$$

որտեղ $|I_k|$–ն I_k միջակայքի երկարությունն է:

Թող $\sigma \in [1, +\infty)$: Կասենք, որ $z \in D$ պատկանում է $\Omega_\sigma(e^{i\Theta})$ Շտոլցի անկյանը, եթե այն բավարարում է հետևյալ պայմանը.

$$\left|e^{i\Theta} - z\right| \le \sigma(1 - |z|):$$

Եթե $\{z_n\} \in D$ հաջորդականությունը բավարարում է

$$\sum (1 - |z_n|) < +\infty \quad (B)$$

պայմանը, ապա հետևյալ ֆունկցիան կանվանենք Բլյաշկեի արտադրյալ.

$$B(z) = \prod_n \frac{z_n - z}{1 - \overline{z}_n z} \cdot \frac{z_n}{|z_n|},\ z_n \in D:$$

X –ը միավոր շրջանում հոլոմորֆ ֆունկցիաների բազմություն է: $M(X)$ դասը սահմանվում է հետևյալ կերպ՝

$$M(X) \overset{def}{=} \{g \in H(D) \colon g \cdot f \in X \text{ ցանկացած } f\text{–ի համար, } f \in X\}:$$

Աշխատանք [1]-ում (թեորեմ 3) ապացուցված է. որպեսզի $\{r_n e^{i\Theta_n}\}$ Բլյաշկեի հաջորդականությունը լինի $D_s^2(s \in (0,1))$ դասի զրոների բազմություն, անհրաժեշտ է և բավարար, որ $\{e^{i\Theta_n}\}$ բազմության փակումը միավոր շրջանագծի վրա լինի Կառլեսոնի բազմություն:

Հայտնի է (տե՛ս [2], էջ 57), որ եթե $\{z_n\} \in D$ հաջորդականությունը ընկած է Ω_σ $(1 \le \sigma < +\infty)$ Շտոլցի անկյան ներսում, ապա $B(z) = B(z; \{z_n\})$ Բլյաշկեի արտադրյալը պատկանում է $\bigcap_{0<p\le 2} D_{p-1}^p$: Այսինքն ցանկացած p–ի համար, երբ

$0 < p \le 2$, $\{z_n\}$ հաջորդականությունը հանդիսանում է D_{p-1}^p դասի զրոների բազմություն: Ցույց տանք, որ այս փաստը ճշմարիտ է նաև D_s^2 $(0 < s < 1)$ դասերում:

Թեորեմ 1. Եթե $\{z_n\} \in D$ հաջորդականությունը բավարարում է Բլյաշկեի (B) պայմանը և ընկած է Ω_σ $(1 \le \sigma < +\infty)$ Շտոլցի անկյան ներսում,ապա այն ցանկացած s–ի համար՝ $s \in (0,1)$, հանդիսանում է D_s^2 դասի զրոների բազմություն:

Ապացույց: Խնդրի ընդհանրությունը չի խախտվի, եթե ենթադրենք, որ $z = 1$կետը $\{z_n\}$ հաջորդականության սահմանն է: Նախ՝ թեորեմը ապացուցենք այն դեպքի համար, երբ բոլոր z_n թվերը դրական են: Այդ ժամանակ $z = 1$ կետը կլինի Կառլեսոնի բազմություն, և ըստ աշխատանք [1]-ի թեորեմ 3-ի պնդման՝ $\{z_n\}$ հաջորդականությունը հանդիսանում է D_s^2 դասի համար զրոների բազմություն ցանկացած s–ի համար, որը բավարարում է $0 < s < 1$ պայմանը: Այժմ $\{z_n\}$-ը կամայական հաջորդականություն է, որը ձգտում է մեկի և ընկած է Ω_σ Շտոլցի անկյան մեջ: Դժվար չէ ստուգել, որ եթե $z_n = r_n e^{i\Theta_n}, n = 1,2,\cdots,$ ապա միավոր շրջանագծի վրա առաջացած համապատասխան Կառլեսոնի բազմության n –րդ I_n միջակայքի երկարությունը բավարարում է հետևյալ պայմանը՝

$$|I_n| < C(r_{n+1} - r_n),$$

որտեղ C հաստատունը կախված է միայն σ –ից: Հետևաբար՝

$$\sum_{n=1}^{\infty} |I_n| \log \frac{1}{|I_n|} < +\infty:$$

Ուրեմն ըստ աշխատանք [1]-ի թեորեմ 3-ի պնդման՝ $\{z_n\}$ հաջորդականությունը հանդիսանում է D_s^2 դասի համար զրոների բազմություն ցանկացած $s \in (0,1)$ դեպքում:

Լեմմ 1: Եթե $f \in D_{p-1}^p$, $p \in (0,1)$, և $f = F \cdot B$, ապա $F \in D_{p-1}^p$:

Ապացույց: Դժվար չէ նկատել, որ՝

$$|F'(z)| \le \left| \exp\left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{it} + z}{e^{it} - z} \log\left| f\left(re^{it}\right) \right| dt \right\} \right| \cdot \left| \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - r^2}{\left| e^{it} - z \right|^2} \log\left| f\left(re^{it}\right) \right| dt \right| \cdot \frac{1}{1 - r^2} =$$

$$= |f(z)| \cdot |\log f(z)| \cdot \frac{1}{1 - r^2}:$$

Ուրեմն՝

$$\left|F'(z)\right|^p \le \frac{1}{\left(1-r^2\right)^p}\left|f(z)\right|^p\left|\log f(z)\right|^p :$$

Հետևաբար՝

$$\int_0^1\left(1-r^2\right)^{p-1}\int_0^{2\pi}\left|F'\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p d\varphi dr < \int_0^1\frac{1}{1-r}\int_0^{2\pi}\left|f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p\left|\log f\left(re^{i\varphi}\right)^p\right| d\varphi dr \le$$

$$\le \frac{1}{2}\int_0^1\frac{1}{1-r}\int_0^{2\pi}\left(\left|f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^{\frac{p}{2}} + \left|\log f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^{\frac{p}{2}}\right)d\varphi :$$

Այստեղից էլ, քանի որ՝

$$\int_0^1\left(1-r^2\right)^{p-1}\int_0^{2\pi}\left|f'\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p d\varphi dr < +\infty \ ,$$

հետևում է լեմմի պնդման ճշմարտացիությունը:

Դիտողություն: Ճիշտ նման կերպ կարելի է ցույց տալ, որ եթե $f \in D_{p-1}^p$, $p \in (0,1)$, ապա $\frac{1}{F(z)} \in D_{p-1}^p$:

Օգտվելով այս վերջին փաստից, դժվար չէ ապացուցել հետևյալ պնդումը:

Թեորեմ 2. Եթե $f \in D_{p-1}^p$, $p \in (0,1)$, և $f = F \cdot B$, , ապա $B \in D_{p-1}^p$:

Օգտվելով այս փաստից՝ կարելի է ապացուցել այսպիսի պնդում:

Թեորեմ 3. D_{p-1}^p $\left(p \in (0,1)\right)$և $M\left(D_{p-1}^p\right)$ դասերի զրոների բազմությունները համընկնում են:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Pau J. and Palaez J.A.** On the zeros of functions in Dirichlet-type spasec //American Math. Society. -2009.-Vol. OO, SOOO2-9947(xx)0000-0.-P. 1-22.
2. **Виноградов С.А.** Умножение и деление в пространстве аналитических функций с производной, суммируемой по площади, и близких к нему пространствах// Зап. научн. сем. ПОМИ. -1995.-Т. 222. –С. 45-77.

Р.В. ДАЛЛАКЯН

О МНОЖЕСТВЕ НУЛЕЙ КЛАССОВ ТИПА ДИРИХЛЕ

Доказывается, что если последовательность удовлетворяет условию Бляшке и находится в углу Штольца, то является множеством нулей для классов D_s^2 для любого $s \in (0,1)$. Доказывается еще несколько других утверждений.

Ключевые слова. классы типа Дирихле, угол Штольца, множество Карлесона, произведение Бляшке, классы A_α^p .

R.V. DALLAKYAN

A SET OF ZEROES OF THE DIRICHLET TYPE CLASSES

It is proved that the arbitrary sequence which belongs to Stolz angle and satisfies the Blaschke condition, is the set of zeroes of the function from the class D_s^2 for arbitrary $s \in (0,1)$. Some other results are also proved.

Keywords: Dirichlet type class, Stolz angle, Carleson set, Blaschke product, $A_\alpha^p -$ class.

УДК 517.946

Г.С. СУКИАСЯН

ОСОБЕННОСТИ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ДВУМЕРНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Изучены особенности кусочно-линейной аппроксимации численных решений краевых задач математической физики. При этом возникают системы уравнений, зависящие от сеток треугольников. Найдено условие на ядро задачи, выполнение которого достаточно, чтобы оптимальной сеткой была триангуляция Делоне. Результаты проиллюстрированы примерами численного решения полевых задач для электромагнитных систем с магнитореологической жидкостью.

Ключевые слова: кусочно-линейная аппроксимация, задача Дирихле, электромагнитное поле, триангуляция Делоне.

Рассмотрим следующую краевую задачу: какая функция F(x,y) минимизирует заданный функционал W(F) вида

$$W(F) = \iint_D K(\mathrm{F(x,y)})\,\mathrm{dxdy},$$

где D - выпуклая ограниченная область на плоскости; K - заданное интегрируемое ядро? Например, ядро Максвелла для решения задачи электромагнитного поля: