

Р.А. КАЗАРЯН

РАСЧЕТ АС/ДС ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ТОКА МЕТОДОМ ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИХСЯ ФУНКЦИЙ

Произведен расчет АС/ДС преобразователя тока методом переключающихся функций. Электрическая схема преобразователя делится на три контура, которые исследуются в отдельности. Получены явные выражения для характеристических величин. Получена система дифференциальных уравнений для всего интервала времени, которая решена аналитически. Приведены результаты численных расчетов.

Ключевые слова: АС/ДС преобразователь, метод переключающихся функций, формула Коши.

Введение. В настоящее время мощные светодиоды нашли широкое применение в различных областях, в том числе для освещения жилых домов, архитектурных сооружений, улиц, в промышленности, производстве. Такое распространенное использование светодиодов объясняется современными достижениями в технологии разработки мощных диодов. Следует отметить, что год за годом они уверенно вытесняют другие, более обычные, но устаревшие источники бытового и уличного освещения (лампы накаливания, галогенные и компактные люминесцентные лампы). Коммутационные источники питания с постоянным напряжением являются основным способом освещения светодиодов [1].

Вместе с мощными светодиодами электронный рынок покрыт драйверами светодиодов, обеспечивающими непрерывный ток для их питания и, как следствие, бесперебойную работу светодиодов и увеличивающими длительность их эксплуатации. Основной функцией драйверов светодиодов является преобразование переменного напряжения в постоянный ток. Стабилизация тока осуществляется различными методами с помощью линейных и импульсных преобразователей [2-4].

Упрощенная электрическая схема АС/ДС преобразователя тока, предложенного в работах [5, 6], изображена на рис. 1. Допускается, что выходной сигнал выпрямителя и фильтра равен $E = const$. Предполагается также, что вентили являются идеальными.

1. Математическая модель задачи

В первом интервале открыты вентили VT1 и VT2 (рис. 2 а). Тогда на основе закона Кирхгофа за время t_1 имеем

$$L \frac{di_{c_k}}{dt} + Ri_{c_k} + U_{c_k} - U_0 = E, \quad (1)$$

или, имея в виду, что

$$U_{c_k}(t) = \frac{1}{c_k} \int_0^t i_{c_k}(\tau) d\tau, \quad (2)$$

имеем

$$E = L \frac{di_{c_k}}{dt} + Ri_{c_k} + \frac{1}{c_k} \int_0^t i_{c_k}(\tau) d\tau - U_0. \quad (3)$$

Здесь c_k – ёмкость коммутирующего конденсатора; L, R – индуктивность и сопротивление активно-индуктивной нагрузки; E – напряжение; U_{c_k} – напряжение на c_k ; i_{c_k} – ток через c_k ; U_0 – остаточное (постоянное) напряжение в диодах.

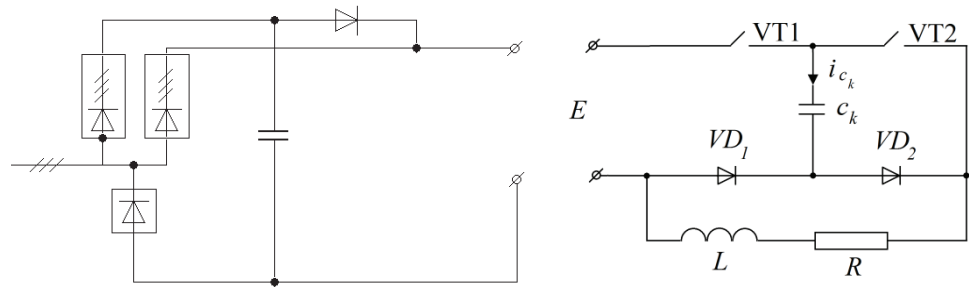


Рис. 1. Упрощенная электрическая схема преобразователя

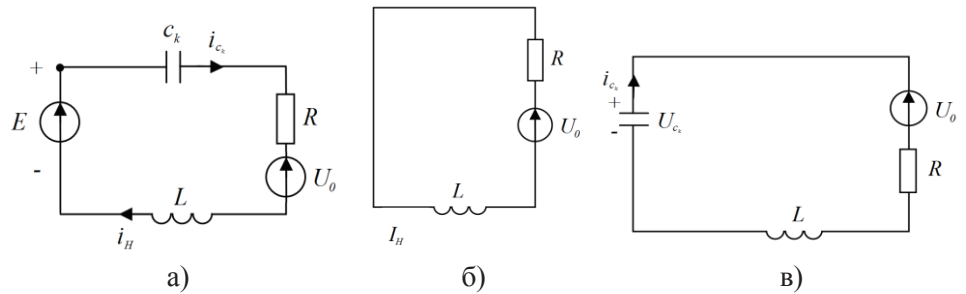


Рис. 2. Электрические схемы цепей в интервалах: а- $[0, t_1]$, б- $[0, t_2]$, в- $[0, t_3]$

Дифференцируя выражение (3) по t , получим

$$\frac{d^2 i_{c_k}}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_{c_k}}{dt} + \frac{1}{Lc_k} i_{c_k} = 0. \quad (4)$$

Общее решение дифференциального уравнения (4) дается формулой

$$i_{c_k}(t) = A_1 e^{k_1 t} + A_2 e^{k_2 t},$$

где $k_1 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$, $k_2 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$, $\delta = \frac{R}{2L}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_k}}$. При численном

анализе параметры системы выбраны таким образом, что $\delta > \omega_0$, поэтому ограничим рассмотрение случаем, когда k_1, k_2 действительны. Тогда $k_1 < k_2 < 0$. Выше A_1, A_2 – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий

$$i_{c_k}(0) = I_{01}, \left. \frac{di_{c_k}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{E + U_0 - RI_{01}}{L},$$

в виде

$$A_1 = I_{01} - A_2, A_2 = \frac{E + U_0 - (R + Lk_1)I_{01}}{L(k_2 - k_1)}.$$

Тогда

$$U_{c_k}(t) = \frac{1}{c_k} \left[\frac{A_1}{|k_1|} (1 - e^{-|k_1|t}) + \frac{A_2}{|k_2|} (1 - e^{-|k_2|t}) \right].$$

Имея в виду известное разложение

$$1 - e^{-|k_1|t_1} = |k_1|t_1 - \frac{(|k_1|t_1)^2}{2!} + O(|k_1|^3 t_1^3),$$

ограничиваясь линейным членом, из условия $U_{c_k}(t_1) \approx E + U_0$, получим

$$t_1 = \frac{E + U_0}{I_{01}} c_k.$$

Во втором интервале открыты диоды VD1 и VD2 (рис. 2 б). Тогда за время t_2 имеем

$$L \frac{di_H}{dt} + Ri_H - U_0 = 0,$$

где i_H – ток нагрузки, общее решение которого имеет вид

$$i_H(t) = \frac{U_0}{R} + A_3 e^{-\frac{R}{L}t}.$$

A_3 определится из начального условия $i_H(0) = i_{c_k}(t_1)$:

$$A_3 = A_1 e^{k_1 t_1} + A_2 e^{k_2 t_1} - \frac{U_0}{R}.$$

Так как $i_H(t_2) = I_{02}$, то

$$t_2 = \frac{L}{R} \cdot \ln \left[\frac{A_1 e^{k_1 t_1} + A_2 e^{k_2 t_1} - \frac{U_0}{R}}{I_{02} - \frac{U_0}{R}} \right].$$

Для выполнения условия $t_2 > 0$ необходимо и достаточно, чтобы $A_1 e^{k_1 t_1} + A_2 e^{k_2 t_1} > I_{02}$.

Аналогичным образом в третьем интервале (рис. 2 в) за время t_3 имеем

$$L \frac{di_H}{dt} + R i_H + U_{c_k} - U_0 = 0,$$

общее решение которого ввиду соотношения (2) имеет вид

$$i_H(t) = B_1 e^{k_1 t} + B_2 e^{k_2 t},$$

где B_1, B_2 – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий

$$i_H(0) = I_{02}, \quad \left. \frac{di_H}{dt} \right|_{t=0} = \frac{E - R I_{02}}{L},$$

в виде

$$B_1 = I_{02} - B_2, \quad B_2 = \frac{E - (R + L k_1) I_{02}}{L(k_1 - k_2)}.$$

Здесь учитывалось, что $U_{c_k}(t_2) = U_{c_k}(t_1) \approx E + U_0$.

2. Решение задачи методом переключающихся функций

Вводя безразмерные переменные и величины

$$r = \frac{E}{I_H}, \quad t' = \frac{t}{T_H}, \quad U'_0 = \frac{U_0}{E}, \quad \tau_{L_H}^* = \frac{LT_H}{R}, \quad \tau_L^* = \frac{L}{rT_H}, \quad \tau_{c_k}^* = \frac{c_k \cdot r}{T_H},$$

$$i'_H = \frac{i_H}{I_H}, \quad I'_{01} = \frac{I_{01}}{I_H}, \quad I'_{02} = \frac{I_{02}}{I_H}, \quad U'_{c_k} = \frac{U_{c_k}}{E},$$

весь процесс можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{di'_H}{dt'} = -\frac{1}{\tau_{L_H}^*} i'_H - F_1 \frac{1}{\tau_L^*} U'_{c_k} + \frac{1}{\tau_L^*} U'_0 + F_2 \frac{1}{\tau_L^*}, \\ \frac{dU'_{c_k}}{dt'} = F_1 \frac{1}{\tau_{c_k}^*} i'_H, \end{cases} \quad (5)$$

$$F_1 = \begin{cases} 1, & \text{в первом и третьем интервалах,} \\ 0, & \text{во втором интервале,} \end{cases}$$

$$F_2 = \begin{cases} 1, & \text{в первом интервале,} \\ 0, & \text{во втором и третьем интервалах.} \end{cases}$$

Для дальнейшего анализа запишем систему (5) в матричной форме

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}, \quad (6)$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} i'_H \\ U'_{c_k} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} U'_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\tau_{L_H}^*} & -F_1 \frac{1}{\tau_L^*} \\ F_1 \frac{1}{\tau_{c_k}^*} & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_L^*} & F_2 \frac{1}{\tau_L^*} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Общее решение дифференциального уравнения (6) дается формулой Коши [7]

$$\mathbf{x}(t') = \Phi[t'] \mathbf{x}(0) + \int_0^{t'} \Phi[t' - \tau] B \mathbf{u} d\tau,$$

где $\Phi[t'] = \exp[t'A]$ – фундаментальная матрица (Коши) системы (6). В начальный момент времени (первый интервал) имеем $\mathbf{x}(0) = (I'_{01} \quad 0)^T$ (верхний индекс T обозначает транспонирование), следовательно,

$$\begin{pmatrix} i'_H(t') \\ U'_{c_k}(t') \end{pmatrix} = I'_{01} \begin{pmatrix} \exp\left[-\frac{1}{\tau_{L_H}^*} t'\right] \\ \exp\left[F_1 \frac{1}{\tau_{c_k}^*} t'\right] \end{pmatrix} + \frac{1}{\tau_L^*} \int_0^{t'} \begin{pmatrix} \exp\left[-\frac{1}{\tau_{L_H}^*} (t' - \tau)\right] \\ \exp\left[F_1 \frac{1}{\tau_{c_k}^*} (t' - \tau)\right] \end{pmatrix} (U'_0 + F_2) d\tau. \quad (7)$$

Явное решение (7) дает возможность не только количественного, но и качественного анализа. В частности, обе неизвестные функции i'_H , U'_{c_k} обратно пропорциональны безразмерному коэффициенту τ_L^* и прямо пропорциональны U'_0 , I'_{01} . Одинаковое поведение наблюдается во всех трех интервалах работы схемы. Для выявления зависимостей i'_H , U'_{c_k} от $\tau_{L_H}^*$ и $\tau_{c_k}^*$, следует проинтегрировать интегральный член в (7), имея в виду определения F_1 и F_2 . Очевидно, в этом случае эти зависимости отличаются в разных интервалах.

3. Численный анализ

На основе полученных явных решений был реализован численный анализ, результаты которого приведены в графическом виде на рис. 3–5.

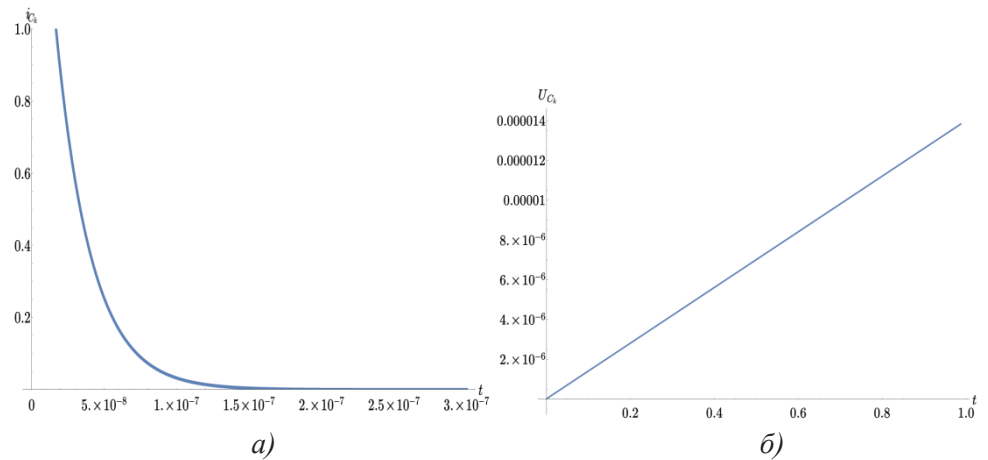


Рис. 3. Зависимости i'_H (а) и U'_{c_k} (б) от t' в первом интервале

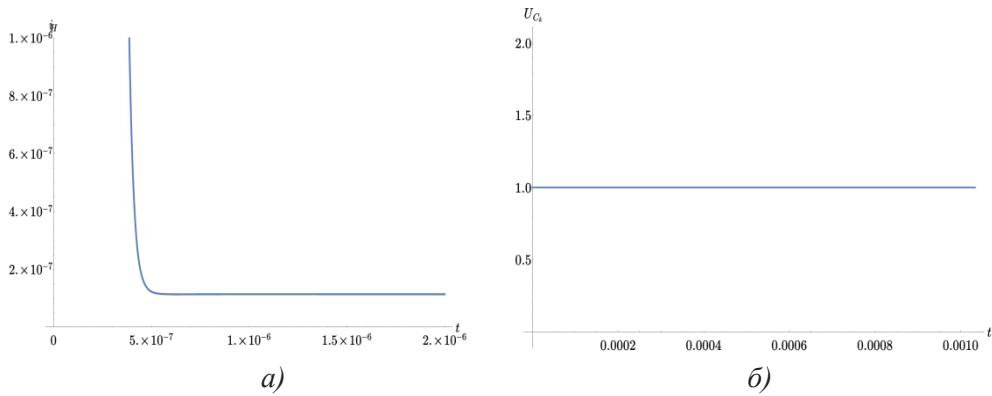


Рис. 4. Зависимости i'_H (а) и U'_{c_k} (б) от t' во втором интервале

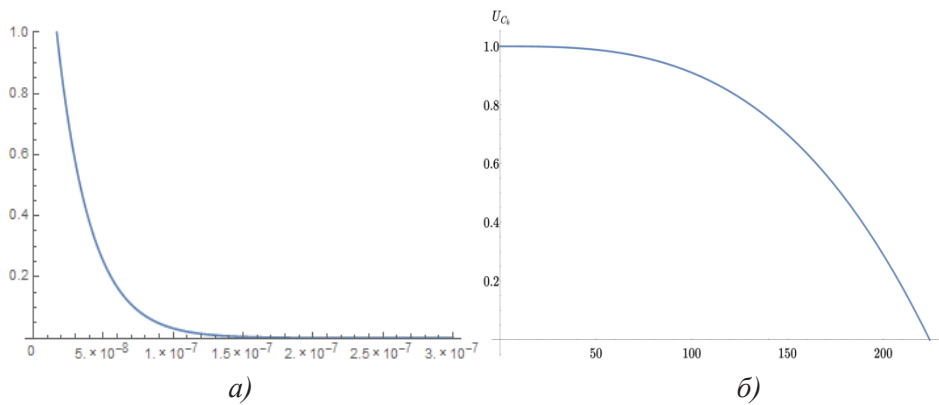


Рис. 5. Зависимости i'_H (а) и U'_{c_k} (б) от t' в третьем интервале

В качестве входных параметров системы выбраны значения $E = 300V$, $c_k = 50 \mu F$, $L = 100 \mu H$, $R = 7 \Omega$, $U_0 = 1,25V$.

Заключение

Благодаря особенности выбранного метода расчета AC/DC преобразователя тока, предложенного ранее в [5, 6], получаются явные аналитические выражения для тока и напряжения, которые существенно упрощают анализ поведения указанных величин от параметров преобразователя. В частности, установлено, что обе величины обратно пропорциональны добротности τ_L^* и прямо пропорциональны коэффициентам U'_0 , I'_{01} . Зависимости тех же величин от остальных параметров определяются явным решением (7).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Yi-Hua F., Cheng-Ju W., Cheng-Chao F., Kou-Wei C., Lun-De L.** A simplified led converter design and implement // JCIS-2006 Proceedings on “Advances in Intelligent Systems Research” doi:10.2991/jcis.2006.15
2. **Marasco K.** How to apply DC-to-DC step-down (buck) regulators successfully // Analog Dialogue. – 2011.- V. 45, N 2. - P. 3-6.
3. **Петросян Н.Н., Казарян Р.А.** Анализ и расчет источников питания для современных светодиодов // Вестник ГИУА. Серия “Электр., Энерг”. – 2014. - Т. 17, N 2. - С. 44-52.
4. **Petrosyan N.N., Ghazaryan R.H.** Invention of an AC/DC converter // Proc. of 10th Intern. Conf. on “Semicond. Micro- & Nanoel.” - Yerevan, Armenia, 2015.- P. 168-170.
5. Патент № 2923А, AC/DC преобразователь / **Н.Н. Петросян, Г. Кароян, Р.А. Казарян.** - Номер заявки АМ20140166. - 25.03.2015.- 7 с.
6. **Егоров А.И.** Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 384 с.

Ռ.Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

ՀՈՍԱՆՔԻ AC/DC ԿԵՐԱԿՈՒՄԻՋԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ՓՈԽԱՆՑՄԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԵՂԱՆԱԿՈՎ

Հաշվարկվել է հոսանքի AC/DC կերպափոխիչը՝ փոխանցման ֆունկցիաների եղանակով: Կերպափոխիչի էլեկտրական սխեման բաժանվում է երեք կոնտուրի, որոնք ուսումնասիրվում են առանձին-առանձին: Ստացվել են բնութագրիչ մեծությունների համար բացահայտ տեսքեր: Ստացված է ժամանակի ամբողջ հատվածի համար բնութագրիչ դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգը, որը լուծված է անալիտիկորեն: Ներկայացված են թվային հաշվարկների հիմնական արդյունքները:

Առանցքային բառեր. AC/DC կերպափոխիչ, փոխանցման ֆունկցիայի եղանակ, Կոշու բանաձև:

R.H. GHAZARYAN

CALCULATING AN AC/DC CONVERTER BY THE METHOD OF SWITCHING FUNCTIONS

The calculation of an AC/DC converter is carried out by the method of switching functions. The circuit diagram of the converter is divided into three circuits investigated separately. Explicit formulas for characteristic quantities are obtained. A system of characterizing differential equations for the whole time interval is obtained which is solved analytically. The main results of numerical computations are introduced.

Keywords: AC/DC converter, method of switching functions, Cauchy formula.