

A.A. MARGARYAN

STRUCTURAL STRENGTH OF PRINTING PAPER

Physical and mechanical properties of printing paper are considered, taking the single mass of paper. A physical model of a paper sheet is proposed. It is shown that into account the strength of the paper of break and the tear of fibers are functions of the single mass of paper and the fiber direction.

Keywords: printing paper, physical model, break and tear strength, longitudinal and transverse directions.

УДК 62-52 + 513.1

К.А. СОГОМОНЯН

КОНСТРУКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОБРАЗОВАНИЯ ФОРМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Разработаны конструктивные алгоритмы построения кривых и поверхностей 3-го порядка по различным наперед заданным условиям. Для синтеза этих алгоритмов используется метод проективного формообразования нелинейных геометрических форм, в котором геометрическая форма образуется в результате пересечения соответствующих элементов двух линейных проективных множеств.

Ключевые слова: нелинейная форма, проективное соответствие линейных форм, связка прямых, конгруэнция бисекант, унисеканта, линейчатая поверхность, коллинеация связок.

Вопросам теории образования и изучения свойств нелинейных форм посвящено большое количество работ, в которых предложены разнообразные способы и методы формообразования. В прикладной геометрии, например, большое внимание уделяется разработке способов конструирования сложных технических поверхностей, находящих применение в решении сложных инженерных задач машиностроения, строительства и архитектуры, в проектировании и производстве инструментов, в моделировании различных процессов и явлений.

Анализ существующих методов образования показывает, что они в основном имеют нелинейный характер, т.е. используют нелинейные системы исходных элементов. Необходимость линейных методов формообразования становится ощутимой особенно сейчас, когда методы геометрического моделирования находят широкое применение в системах автоматизированного проектирования, одним из технических средств которых являются интерактивные методы графического представления информации.

Целью настоящей работы является разработка линейных методов формообразования, т.е. работа посвящена исследованию вопросов линеаризации методов формообразования геометрических форм третьего порядка.

Кривая третьего порядка. Рассмотрим пространственную кривую 3-го порядка X^3 в трехмерном пространстве, где она может быть только гладкой [1].

X^3 образуется как множество точек пересечения соответствующих элементов двух проективных связок прямых. На основе этого способа образования можно вывести следующие свойства кривой X^3 :

- Шесть независимых точек пространства определяют единственную кривую X^3 , через них проходящую. Действительно, пусть имеем шесть независимых точек S_1, S_2, A, B, C, D . Если точки S_1 и S_2 выбрать в качестве центров двух связок прямых, а четыре прямые связки S_1 , проходящие через A, B, C, D , ставить в соответствие четырем прямым связки, также проходящим через A, B, C, D , то этим проективное соответствие связок определяется однозначно. Этим соответствием определяется единственная кривая X^3 , проходящая через все шесть заданных точек.

- Произвольная прямая пространства пересекает кривую X^3 максимум в двух точках. Действительно, соответствующие прямые связок S_1 и S_2 , пересекаясь с некоторой прямой, определяют на ней проективное преобразование, двойные точки которой, очевидно, принадлежат данной кривой. Но известно [2], что проективное преобразование прямой может иметь максимум две двойные точки. Прямые, имеющие с кривой X^3 две общие точки, называются *бисекантами*, а в случае одной общей точки – *унисекантами*.

- Через каждую точку пространства, не принадлежащую кривой X^3 , проходит одна бисеканта, а множество бисекант, проходящих через одну точку кривой, определяет конус второго порядка.

- Конгруэнция бисекант кривой содержит множество линейчатых поверхностей второго порядка, каждая из которых определяется двумя бисекантами. Действительно, пусть заданы бисеканты a и b кривой X^3 (рис. 1). Через точку x_i кривой X^3 и бисеканты

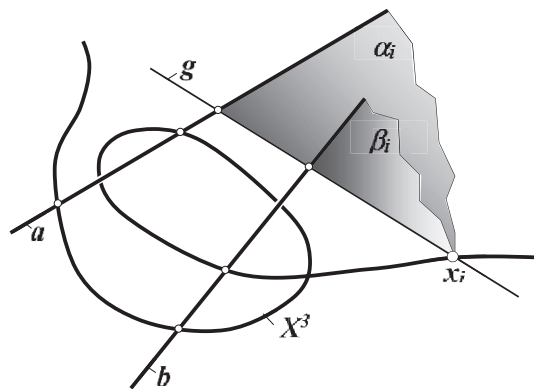


Рис. 1

a и b проходят плоскости α_i и β_i , которые, пересекаясь, определяют унисеканту g_i кривой X^3 . Когда x_i описывает кривую X^3 , то между плоскостями α_i и β_i устанавливается проективное соответствие, и поэтому унисеканта g_i описывает линейчатую поверхность второго порядка.

Коллинеацию связок S_1 и S_2 , как известно [3], можно задавать соответствующими прямыми и плоскостями. Возможны следующие пары: четыре пары прямых, одна пара прямых и три пары плоскостей, две пары прямых и две пары плоскостей, три пары прямых и одна пара плоскостей, четыре пары плоскостей. В любом из этих случаев кривая X^3 определяется однозначно. Отсюда следует, что кривая X^3 однозначно определяется, если заданы ее шесть произвольных элементов, каждый из которых может быть точкой или бисекантой.

Используя вышеизложенные свойства, дадим описание алгоритмов конструктивного получения кривой X^3 .

1. Построить кривую X^3 , если заданы две ее точки S_1, S_2 и четыре попарно скрещивающиеся бисеканты a_1, a_2 и b_1, b_2 .

Проведем через S_1 (и через S_2) две прямые, из которых одна пересекает бисеканты a_1, a_2 , а другая – b_1, b_2 (рис. 2).

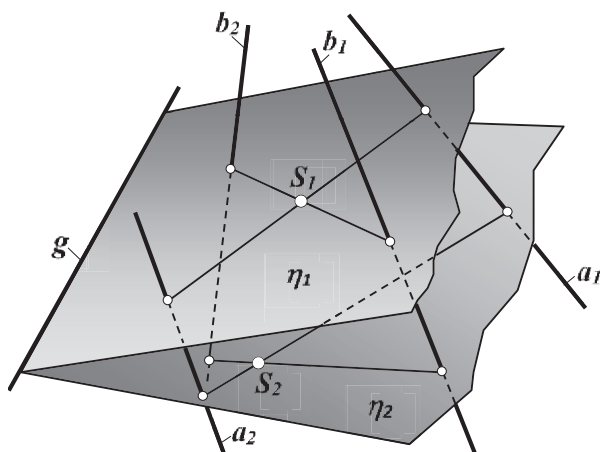


Рис. 2

Через эти прямые проведем плоскость η_1 (соответственно η_2). Тогда прямая $g = \eta_1 \cap \eta_2$ лежит с a_1, a_2 и b_1, b_2 на двух линейчатых поверхностях второго порядка, которые пересекаются по g и по искомой кривой. Любая плоскость η_i , проходящая через g , имеет с a_1, a_2 и с b_1, b_2 две пары общих точек, а прямые, соединяющие эти пары точек, пересекаются в точке S_i , которая принадлежит кривой X^3 . Если η_i описывает пучок g , то точка S_i опишет кривую третьего порядка X^3 .

Отметим, что прямая g является бисекантой X^3 и пересекает все ее унисеканты, пересекающиеся с a_1, a_2 и b_1, b_2 .

Соединяя попарно точки S_3S_4 , S_5S_6 и S_4S_5 , S_3S_6 , получим две пары бисекантной кривой. Следовательно, конструктивный алгоритм построения точек кривой Γ^3 сводится к вышеописанному алгоритму.

Для получения конструктивного алгоритма построения поверхности P^3 будем рассматривать ее как проекцию Π^3 на трехмерное пространство из некоторого центра S четырехмерного пространства. Для этого будем использовать плоскую и трехмерную модели четырехмерного пространства.

Возьмем некоторую точку $A \in \Pi^3$ и найдем ее проекцию в трехмерном пространстве при центре проецирования G . В плоскости α эта точка изображается парой точек (a_1, a_2) , соответствующих в коллинеации K . Соединяем точки a_1 и a_2 соответственно с точками T_1 и T_2 прямыми. Через главный центр S проходит единственная прямая a , пересекающая прямые a_1T_1 и a_2T_2 . Точки пересечения A_1 и A_2 образуют пару, которая в трехмерном пространстве моделирует ту же самую

точку $A \in P^3$. Проецирующая прямая GA в трехмерном пространстве имеет свои проекции при центрах проецирования S_1 и S_2 . Этими проекциями являются прямые G_1A_1 и G_2A_2 , а точка их пересечения A^* , очевидно, будет точкой пересечения проецирующей прямой GA с трехмерным пространством, т.е. A^* является проекцией точки $A \in P^3$ при центре проецирования G .

Итак, если точка a_1 описывает всю плоскость α (точка a_2 также опишет всю плоскость α), то точка A^* в трехмерном пространстве опишет искомую поверхность P^3 .

Рассмотрим алгоритм построения поверхности P^3 на основе двух корреляций в плоскости α . Каждой прямой a связки S^* сопоставляем точку A пересечения ее с плоскостью α (рис. 4). Пусть в двух заданных корреляциях в плоскости α точке A соответствуют прямые a_1 и a_2 . Этим прямым соответствуют плоскости β_1 и β_2 двух связок S_1 и S_2 , которые пересекают прямую a в точках A_1 и A_2 . В результате пересечения прямых G_1A_1 и G_2A_2 находим точку A^* , принадлежащую искомой поверхности P^3 . Если точка A описывает всю плоскость α , то точка A^* опишет поверхность P^3 .

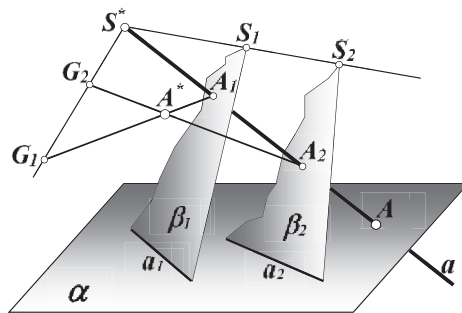


Рис.4

На основе вышеизложенных конструктивных алгоритмов можно сконструировать механизм для воспроизведения поверхности 3-го порядка. Это, а также детальное исследование свойств данной поверхности является темой отдельного исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Согомонян К.А.** Линейно-конструктивные методы формообразования (геометрическое моделирование). – Ереван: Айастан, 1990. – 214 с.
2. **Глаголев Н. А.** Проективная геометрия. – М.: Высшая школа, 1963. – 268с.
3. **Джапаридзе И. С.** Конструктивные отображения проективных преобразований пространства. – Тбилиси: Изд. ГПИ, 1964. – 327 с.

Կ.Հ. ՍՈՂՈՄՈՆՅԱՆ

ԵՐՐՈՐԴ ԿԱՐԳԻ ՁԵՎԵՐԻ ԿԱԶՄԱՎՈՐՄԱՆ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՏԻՎ ԱԼԳՈՐԻԹՄՆԵՐԸ

Մշակված են երրորդ կարգի կորերի և մակերևույթների կառուցման կոնստրուկտիվ ալգորիթմներն ըստ տարբեր, նախապես տրված պայմանների: Այդ ալգորիթմների սինթեզման համար կիրառվում են ոչ գծային ձևերի ձևագոյացման պրոյեկտիվ մեթոդները, որոնցում երկրաչափական ձևը կազմավորվում է որպես երկու պրոյեկտիվ գծային բազմությունների համապատասխան տարրերի հատման կետերի բազմություն:

Առանցքային բառեր. ոչ գծային ձևեր, գծային ձևերի պրոյեկտիվ համապատասխանություն, ուղիղների խումբ, բիսեկանտների կոնգրուենցիա, ունիսեկանտ, գծավոր մակերևույթ, խրճերի կոլինեացիա:

K.H. SOGHOMONYAN

CONSTRUCTIVE ALGORITHMS OF FORMING THIRD ORDER SHAPES

Constructive algorithms for designing curves and surfaces of the 3-rd order the by various specified conditions are developed. For the synthesis of these algoritms, the projective method of forming non-linear geometric shapes is used in which the geometric shape is formed by the intersection of corresponding elements of two projective linear sets.

Keywords: nonlinear form, projective linear forms, bundle of straight lines, bisecant congruence, unisecant, ruled surface, grey-lineate ligaments.

УДК 62-52+513.1

Կ.Ա. ԿՈՄԱՆԻԱՆ

РЕШЕНИЕ МЕТРИЧЕСКИХ И ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ В СРЕДЕ AUTOCAD

Рассмотрены оптимальные алгоритмы решения некоторых метрических и позиционных задач в среде **AUTOCAD** для проведения сравнительного анализа компьютерных и традиционных (геометрических) методов решения рассматриваемых задач.

Ключевые слова: метрические задачи, позиционные задачи, параллельность, перпендикулярность, комплексный чертеж, булевы операции.

Цель работы - разработка новой учебной программы по дисциплине "Инженерная и компьютерная графика" на базе новых технологий решения основных задач начертательной геометрии.

Позиционными называются задачи, определяющие взаимную принадлежность заданных фигур. Различают три группы задач: