

Ք.Ս. ԿՕԿԱՆՅԱՆ, Ն.Ք. ԿՕԿԱՆՅԱՆ, Կ.Գ. ԱԳՐՈՆՅԱՆ, Ն.Ք. ԲԱԲԱԺՃԱՆՅԱՆ,
Փ.Տ. ՎՕՏԿԱՆՅԱՆ, Մ. ԲԱԶՅԱՆ

ՐԱՄԱՆՈՎՏԿԱՅԱ ՏՔԵՏՐՕՏՕՔՈՒՄԻԱ ՆՈ-ԼԵԳԻՐՈՎԱՆՆԻՔԻ ՏՈՆԿԻՔԻ ՓԼԵՆՕԿ ՆԻՕԲԱՏԱ ԼԻՏԻՅԱ

Յօլ-գել մեթոԺոմ սԻՏԵԶԻՐՈՎԱՆ ՏՈՆԿԻՔԻ ՆԻՕԲԱՏԱ ԼԻՏԻՅԱ, ԼԵԳԻՐՈՎԱՆՈՎ ՈՒՆԱՄԻ ՆՈ (LN:ՆՈ), ՆԱ ՏԱՓԻՐՈՎՅԱԿ ՍՈԺԼՈՂԱԿ. ՐԱՄԱՆՈՎՏԿԱՅԱ ՏՔԵՏՐՕՏՕՔՈՒՄԻԱ ՏՈՆԿԻՔԻ ՓԼԵՆՕԿ LN:ՆՈ ԲՅՈՒԼԻ ՄԱՏԵՐՈՎ ՍՐԵՏՎՈՒՄ ԼԱԶԵՐՈՎ ՎՈԶԲՈՒԺՆԵՐԻ ՆԱ ԴԼԻՆԱՔ ՎՈԼՆ 785 Ի 532 ՆՄ. Վ ՕԲՈՒՔ ՏԼՈՒԿԱՔ ԲՅՈՒԼԻ ՄՈՒԾՎԵՐԺՈՎԵՆ ՕՏՐՈՐՈՎՈՒՄ ԼԱԶԵՐՈՎ ՎՈԶԲՈՒԺՆԵՐԻ ՆԱ ԴԼԻՆԵ ՎՈԼՆ 785 ՆՄ, Վ ՈՎՐԵՄՅԱ ՆԱԿԱԿԻ ՓԼԵՆՕԿ ԼԱԶԵՐՈՎ ՆԱ ԴԼԻՆԵ ՎՈԼՆ 532 ՆՄ ՍՐԵՏՎՈՒՄ ԵՄՈՋԵՍՏՎՈՒՄ ԶԱՓՐԵՇՆԱԿ ՐԱՄԱՆՈՎՏԿԱՅԱ ԼԻՆԻՅԱ, ՉՈ ՕԲՅԱՏՆԵՐԵՔ ԼՅՈՒՄԻՆԵՏԵՆԿԻՅԱ ՍՐԵՏՎՈՒՄԻԱ ԻՈՆՈՎ.

ԿԼՅՈՒՅԵ ՏՎՈՒՅԱ: ՆԻՕԲԱՏ ԼԻՏԻՅԱ, ԿՐԻՏԱԼԼ, ՏՈՆԿԱ ՓԼԵՆԿԱ, ՐԱՄԱՆՈՎՏԿԱՅԱ ՏՔԵՏՐՕՏՕՔՈՒՄԻԱ.

ՀՏԴ 53.081.4

Ա.Ս. ՍԵՂՐԱԿՅԱՆ, Ա.Ֆ. ՊԱՐՍԱՄՅԱՆ, Ա.Ն. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

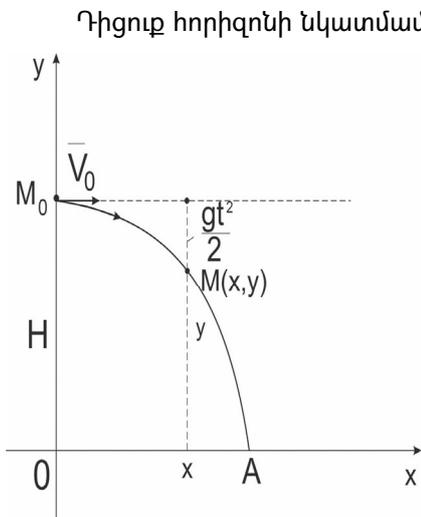
ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐ, ՈՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ ՀԱՆԳԵՑՎՈՒՄ Է ԱԾԱՆՑՅԱԼԻ ԳԱՂԱՓԱՐԻՆ

Յոյց է տրվել, որ H բարձրությունից հորիզոնի նկատմամբ V_0 արագությամբ նետված նյութական կետի բարդ շարժման, որը ներկայացնում է երկու անկախ շարժումների գումար, խնդրի լուծումը առանձին տեղամասերում (ուղղահայաց և հորիզանական) հանգեցվում է ֆունկցիայի ածանցյալի գաղափարին:

ԱՌԱՆՑՅԱԿԻՆ ԲԱՆԵՐ. նյութական կետի բարդ շարժում, ազատ անկում, ածանցյալ, դիֆերենցիալ, ակնթարթային արագություն, միջին արագություն:

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ. Հայտնի է, որ ուսանողների (նաև ավագ դպրոցի աշակերտների) տեսական գիտելիքների, մտավոր և տրամաբանական ունակությունների զարգացման ակնհայտ մեթոդներից մեկը խնդիրների լուծման ժամանակ միջառարկայական կապերի համակարգված մոտեցումն է:

Ուստի ֆիզիկայի դասընթացում խնդիրների լուծման նոր մեթոդական ուղղությունների մշակումը և մոտեցումը [1, 2] միշտ էլ մնում է ֆիզիկայի դասավանդման արդյունավետության բարձրացման կարևոր նախադրյաններից մեկը: Միջառարկայական կապը խորապես հասկանալու համար այս աշխատանքում ներկայացվել է կինեմատիկայից հայտնի նյութական կետի բարդ շարժման խնդիրը (նկ. 1), որի լուծումը հանգեցվում է ածանցյալի գաղափարին: Ստորև ներկայացված կինեմատիկայից հայտնի խնդրի լուծման համար դիտարկենք երկու օրինակ:



Նկ. 1. Նյութական կետի բարդ շարժում

Դիցուք հորիզոնի նկատմամբ V_0 արագությամբ նետված մարմինը ուղղաձիգ ուղղությամբ կատարում է ազատ անկում, իսկ հորիզոնական ուղղությամբ շարժվում է կոր հետագծով: Այն ներկայացնում է պարաբոլ: [1] աշխատանքում խնդիրը լուծվել է առանց ածանցյալի հավասարումների օգտագործման:

Նույն խնդիրը լուծվել է [2] աշխատանքում, շփման առկայության դեպքում, շրջանցելով ինտեգրալ հավասարումները:

Միջառարկայական կապի ձևաչափում դիտարկենք նույն խնդիրը, որի լուծումը հանգեցվում է ածանցյալի գաղափարին:

Նյութը և լուծման եղանակը.

Սահմանում. Տարածության մեջ ժա-

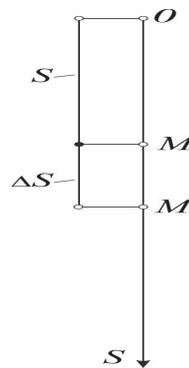
մանակի ընթացքում նյութական կետի բարդ շարժումը, խնդրի որոշակի պայմաններում, կարելի է ներկայացնել իրարից անկախ տեղի ունեցող երկու պարզ շարժումների գումար՝ ուղղաձիգ ուղղությամբ ազատ անկում՝ առանց սկզբնական արագության, և հորիզոնական ուղղությամբ V_0 սկզբնական արագությամբ հավասարաչափ շարժում (կոր հետագծով), որոնք տեղի են ունենում միմյանցից անկախ [1]:

Շարժվող կետի արագության որոշման խնդիրը. Դիտարկենք նյութական կետի կամայական H բարձրությունից (նկ. 2) ազատ անկման խնդիրը (օդի դիմադրության ուժը ընդունում ենք հավասար զրոյի):

Եթե $t = 0$ պահին նյութական կետը սկսում է ազատ անկումը՝ առանց սկզբնական արագության, ապա նրա t պահին անցած $S(t)$ ճանապարհը որոշվում է հետևյալ բանաձևով (շարժման օրենքը).

$$S = \frac{gt^2}{2}, \tag{1}$$

որտեղ g հաստատունը ազատ անկման արագացումն է՝ $g \approx 9.81 \text{ մ/վրկ}^2$:



Նկ. 2.

Օգտվելով (1) բանաձևից՝ կարող ենք հաշվել t պահին կետի անցած ճանապարհը, ինչպես նաև $\Delta t = t_2 - t_1$ ժամանակահատվածում՝ ΔS անցած ճանապարհը և այդ ճանապարհը անցնելու միջին արագությունը:

Այդ նպատակով t փոփոխականին տանք Δt աճ: $t + \Delta t$ պահին կետը կգտնվի որևէ M_1 դիրքում և Δt ժամանակահատվածում կանցնի ΔS ճանապարհ, հետևաբար՝

$$S + \Delta S = \frac{g}{2}(t + \Delta t)^2 \text{ կամ } S + \Delta S = \frac{g}{2}(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2): \quad (2)$$

$$\Delta S = \frac{g}{2}(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2 - t^2) = \frac{g}{2}(2t\Delta t + \Delta t^2): \quad (3)$$

Եթե ΔS -ը բաժանենք Δt -ի, կստանանք MM_1 տեղամասում կետի շարժման միջին արագությունը՝

$$V_{\text{միջ}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = gt + \frac{g}{2} \cdot \Delta t: \quad (4)$$

Միջին արագությունը՝ $V_{\text{միջ}}$ -ը, կախված է Δt ժամանակից և փոխվում է նրա արագության փոփոխմանը զուգնթաց: $V_{\text{միջ}}$ -ը ավելի մոտ կլինի M կետում (t պահին) նյութական կետի արագությանը, եթե Δt ժամանակահատվածը փոքր է:

Կետի արագությունը t պահին (ակնթարթային արագությունը) կոչվում է միջին արագության՝ $V_{\text{միջ}}$ -ի սահմանը, երբ $\Delta t \rightarrow 0$, այսինքն՝

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_{\text{միջ}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(gt + \frac{g}{2} \cdot \Delta t \right) = gt \Rightarrow V = gt: \quad (5)$$

Այսպիսով, ազատ անկման դեպքում ակնթարթային արագությունը՝ $V(t)$ -ն որոշվում է $V = gt$ բանաձևով:

Ընդհանուր դեպքում, երբ կետը կատարում է ուղղագծային շարժում, նրա անցած ճանապարհը կորոշվի $S(t) = f(t)$ օրենքով, և ժամանակի $[t, t + \Delta t]$ միջակայքում նրա միջին արագությունը կլինի՝

$$V_{\text{միջ}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad (6)$$

իսկ արագությունը t պահին կլինի միջին արագության սահմանը՝

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} : \quad (7)$$

ΔS աճն այս դեպքում կլինի $f(t)$ ֆունկցիայի աճը t պահին արգումենտի Δt աճի դեպքում՝

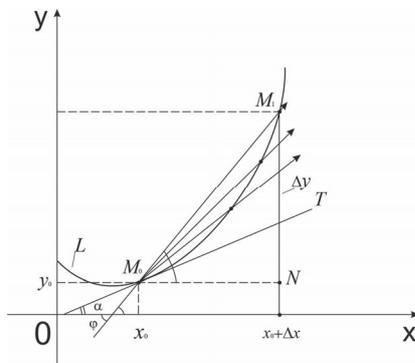
$$\Delta S = f(t + \Delta t) - f(t) : \quad (8)$$

իսկ ակնթարթային արագությունը ժամանակի ցանկացած t պահին կլինի՝

$$V(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} : \quad (9)$$

Կորին նրա M_0 կետում շոշափող տանելու խնդիրը. Դիցուք ունենք $y = f(x)$ ֆունկցիան, և L կորը նրա գրաֆիկն է, որը ներկայացնում է նյութական կետի շարժման հետագիծը: L կորի վրա վերցնենք M_0 և M_1 կետերը:

Սահմանում. L կորի շոշափող նրա M_0 կետում կոչվում է M_0M_1 հատող՝ սահմանային դիրքում, երբ M_1 կետը (որը համարժեք է նյութական կետի շարժմանը L հետագծով), կորի վրա մնալով, շարժվում է և ձգտում է համընկնել M_0 կետին, որը պատկերված է նկ. 3-ում:



Նկ. 3

Ըստ սահմանման, եթե $M_1(x_0 + \Delta x, y) \rightarrow M_0(x_0, y_0)$ [3,4], ապա $\Delta x \rightarrow 0$, հետևաբար՝ M_0M_1 հատողի Ox առանցքի հետ կազմած φ անկյունը և հատողի անկյունային գործակիցը՝ $\operatorname{tg} \varphi$ -ն ձգտում են համընկնել M_0T շոշափողի և Ox առանցքի կազմած α անկյան և նրա $\operatorname{tg} \alpha$ անկյունային գործակիցի հետ: M_0M_1 հատողի անկյունային գործակիցը՝ $\operatorname{tg} \varphi$ -ն ΔM_0NM_1 -ից կլինի՝

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} :$$

M_0T շոշափողի անկյունային գործակիցը $\operatorname{tg} \alpha$ -ն է, ուստի, երբ $\Delta x \rightarrow 0$, ապա $\varphi \rightarrow \alpha$, $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow \operatorname{tg} \alpha$, և շոշափողի անկյունային գործակիցը՝

$$\operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \varphi \quad \text{կամ} \quad \operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} :$$

Այսպիսով, L կորի $M_0(x_0, y_0)$ կետում կորին տարած շոշափողի անկյունային գործակիցը հավասար է $x = x_0$ կետում արգումենտի Δx աճին համապատասխան ֆունկցիայի Δy աճի և արգումենտի Δx աճի հարաբերության սահմանին, երբ արգումենտի Δx աճը ձգտում է զրոյի: M_0T շոշափողի հավասարումը կլինի՝

$$y - y_0 = k(x - x_0),$$

որտեղ k անկյունային գործակիցը որոշվում է հետևյալ սահմանային առնչությամբ՝

$$k = \operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} :$$

Կոր հետագծով նյութական կետի շարժման որոշ առանձնահատկությունները նույն ձևաչափում այստեղ չենք քննարկի:

Արդյունքների ամփոփում. Դիցուք՝ $y = f(x)$ ֆունկցիան որոշված է X միջակայքում, և $x = x_0$ և $x = x_0 + \Delta x$ կետերը ($\Delta x > 0$ աճերի դեպքում) պատկանում են X միջակայքին: $f(x)$ ֆունկցիայի Δy աճը $x = x_0$ կետում, որը համապատասխանում է արգումենտի Δx աճին, կլինի՝

$$\Delta y = \Delta f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) : \quad (10)$$

Սահմանում. $f(x)$ ֆունկցիայի Δy աճի և արգումենտի Δx աճի հարաբերության սահմանը, երբ արգումենտի Δx աճը ձգտում է զրոյի, կոչվում է $f(x)$ ֆունկցիայի ածանցյալ $x = x_0$ կետում [3-5]՝

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}, \quad (11)$$

կամ նշանակենք $x = x_0 + \Delta x \Rightarrow \Delta x = x - x_0$, երբ $\Delta x \rightarrow 0$, ապա $x \rightarrow x_0$, ուստի $f'(x_0)$ ածանցյալը որոշող (11) բանաձևը կներկայացնենք հետևյալ կերպ [3-5]

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} : \quad (12)$$

Եթե (2) սահմանը, այսինքն՝ ածանցյալը գոյություն ունի x միջակայքի յուրաքանչյուր կետում, ապա այն կլինի ֆունկցիա x անկախ փոփոխականից՝ սահմանված x բազմության վրա:

Եթե $x = x_0$ կետը հատուկ ընդգծելու անհրաժեշտություն չկա, ապա (1) –ի փոխարեն կարող ենք գրել [4]

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} : \quad (13)$$

Այսպիսով $y = f(x)$ ֆունկցիայի ածանցյալը գտնելու գործողությունը (որը համարժեք է նյութական կետի անցած ճանապարհին՝ $S(t)$, որպես ժամանակից կախված ֆունկցիան գտնելու վերը քննարկված խնդրի) կոչվում է այդ Ֆունկցիայի դիֆերենցում:

Ածանցյալների հաշվումը, դրանց հատկությունների ուսումնասիրումն ու օգտագործումը հանդիսանում է մաթեմատիկայի դիֆերենցիալ հաշվի հիմնական առարկան:

Ընդհանուր առմամբ, միջառարկայական կապի կիրառումն օգտագործվում է նաև ֆիզիկայի խնդիրների լուծման և տվյալ երևույթի ֆիզիկական մանրակրկիտ ուսումնասիրության դեպքերում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Սեդրակյան Ա. Մ., Միրզոյան Ա. Թ.** Շարժումների անկախության օրենքը // ՀՃՇՊՀ գիտաժողովի նյութերի ճողովածու. -2011, շ. 1.(29).-էջ 141-145:
2. **Պետրոսյան Ա.Վ., Եպիսկոպոսյան Ա.Ս.** Ֆիզիկայի որոշ խնդիրների լուծումը՝ շրջանցելով ինտեգրալի գաղափարը // ՀԱՊՀ-ի Լրաբեր. Գիտական հոդվածների ժողովածու. -2022.-Մաս 1.- էջ 57-61:
3. **Ֆիխտենզոլց Գ. Մ.** Մաթեմատիկական անալիզի հիմունքները: Ուսումնական ձեռնարկ / Թարգմանությունը **Վ.Վ. Սաղաթեյան և ուրիշ.** - 1970. - 568 էջ:
4. **Ղազարյան Հ. Գ., Հովհաննիսյան Ա. Հ.** Սովորական դիֆերենցիալ հավասարումներ. - Երևան, 2002. - 320 էջ:
5. **Петровский И.Г.** Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Физматгиз, 1959.-208с.

Ա.Մ. ՏԵԴՐԱԿՅԱՆ, Ա.Փ. ՓԱՐՏԱՄՅԱՆ, Ա.Ն. ՏԱՐԳՏՅԱՆ
ЗАДАЧА ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ, РЕШЕНИЕ КОТОРОЙ
СВОДИТСЯ К ИДЕЕ ПРОИЗВОДНОЙ

Показано, что с высоты H по отношению к горизонту материальная точка, направленная на ускорение сложного движения со скоростью V_0 , представляет собой сумму двух независимых движений, а решение задачи в отдельных участках (вертикально и горизонтально) сводится к идее производной функции.

Ключевые слова: сложное движение материальной точки, свободное падение, производная, дифференциал, мгновенная скорость, средняя скорость.

A.M. SEDRAKYAN, A.F. PARSAMYAN, A.N. SARGSYAN
AN APPLIED PHYSICS PROBLEM, THE SOLUTION OF WHICH IS
RELATED TO THE IDEA OF CONNECTION

It was shown that the movement of a body falling vertically and horizontally from a height H , which is a sum of two independent movements, the solution of the problem is brought to the idea of the derivative of the function.

Keywords: complex motion of a material point, free fall, derivative, differential, instantaneous velocity, average velocity.

ՀՏԴ 53.001.86:373

Լ.Ն. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Ն.Գ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ
ԻՐԱԿԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ԱՆԿՅԱՆ ՏԱԿ ՆԵՏՎԱԾ ՄԱՐՄՆԻ ՇԱՐԺՄԱՆ
ՆԿԱՐԱԳՐՄԱՆ ՄԻ ՔԱՆԻ ՀԱՐՑԵՐԻ ՄԱՍԻՆ
(Կապան)

Ուսումնասիրվել է իրական պայմաններում՝ հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ նետած մարմնի շարժումը: Վերլուծվել են շարժման տեսական երկու դեպքեր:

Կատարվել է թվային հետազոտություն համեմատաբար պարզ դեպքում, երբ դիմադրության ուժը համեմատական է արագության առաջին աստիճանին, որի սահմաններում ընդունելի մոտավորությամբ ներկայացված է խնդրի պարզ մաթեմատիկական լուծումը:

Առանցքային բառեր. իրական պայմաններ, անալիտիկ հետազոտություն, օդի դիմադրության ուժ, թռիչքի հեռավորություն, թվային հետազոտություն:

Ներածություն. Շատ հաճախ հարկ է լինում ուսումնասիրել մարմնի շարժումը, որը սկզբնական արագությունն ստացել է ոչ թե ծանրության ուժին