

Վ.Ա. ՄԻՐԶՈՅԱՆ, Ա.Ռ. ՆԱԶԱՐՅԱՆ

**ՐԻԶՄԻ ՏԵՆԶՈՐԻ ՄԵԿ ՈՉ ԶՐՈՅԱԿԱՆ ՍԵՓԱԿԱՆ ԱՐԺԵՔՈՎ Ric –
ԿԻՍԱՍԻՄԵՏՐԻԿ ԵՆԹԱԲԱԶՄԱԶԵՎՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ**

Էվկլիդեսյան տարածություններում տրվում է երկու կոչափի նորմալ հարթ Ric – կիսասիմետրիկ ենթաբազմաձևությունների երկրաչափական նկարագրությունը այն դեպքում, երբ Րիչչի տենզորն ունի միայն մեկ ոչ զրոյական սեփական արժեք, իսկ ենթաբազմաձևության - ռեգուլյարության ինդեքսը հավասար է մեկի:

Առանցքային բառեր. Ric – կիսասիմետրիկ ենթաբազմաձևություններ, հիպերմակերևույթներ, էյնշտեյնյան և կիսաէյնշտեյնյան ենթաբազմաձևություններ:

V.A. MIRZOYAN, A.R. NAZARYAN

**RIC-SEMISSYMMETRIC SUBMANIFOLDS WITH
ONE NONZERO EIGENVALUE OF THE RICCI TENSOR**

A geometric description of normally flat Ric-semisymmetric submanifolds of codimension two in Euclidean spaces is presented in the case when the Ricci tensor has only one nonzero eigenvalue, and the regularity index of the submanifold is equal to one.

Keywords: Ric-semisymmetric submanifolds, hypersurfaces, Einstein and semi-Einstein submanifolds.

ՀՏԴ-519.7/8

Ն.Վ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ

**ՍԽԵՄԱՅԻՑ ԱԿՏԻՎ ՄԱՍԻ ԱՆՋԱՏՄԱՆ ԱԼԳՈՐԻԹՄԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՔԱՅԼԻ
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՀԻՄՆԱՎՈՐՈՒՄԸ**

Ներկայացված է բուլյան ֆունկցիայի նորմի և նրա արգումենտների ակտիվությունների միջև երկկողմանի կապը: Ցույց է տրվում, որ եթե ֆունկցիայի արգումենտների ակտիվությունները բավականաչափ մոտ են զրոյին, ապա նրա նորմը բավականաչափ մոտ է 0 կամ 1 հաստատուններից որևէ մեկին և հակառակը:

Ստացված արդյունքներն օգտագործվում են սխեմայից ակտիվ մասի անջատման ալգորիթմում, որն իր հերթին օգտագործվում է սխեմայի նախագծման վերիֆիկացիայի և թեստավորման փուլերում:

Առանցքային բառեր. բուլյան ֆունկցիա, նորմ, արգումենտի ակտիվություն, սխեմա:

1.Բուլյան ֆունկցիայի նորմը և նրա արգումենտների համախմբի ակտիվությունը:

Իր արգումենտներից բուլյան ֆունկցիայի կախվածության “չափը” բնորոշվում է այդ արգումենտների ակտիվությամբ [1,2,3], որի սահմանումը և հատկու-

թյունները կբերվեն ստորև: Նախ՝ սահմանենք բուլյան ֆունկցիայի նորմի գաղափարը:

Սահմանում 1: $f(x_1, \dots, x_n)$ բուլյան ֆունկցիայի նորմ կոչվում է հետևյալ թիվը՝
 $\|f(\tilde{x})\| = 2^{-n} \sum_{\tilde{\alpha} \in E^n} f(\tilde{\alpha})$:

Նշենք նորմի որոշ հատկություններ.

1. Ֆունկցիայի նորմը չի փոխվի ոչ էական փոփոխականներ ներմուծելու կամ հեռացնելու դեպքում:

$$2. \|f(\tilde{x})\| = 1 - \|f(\tilde{x})\|$$

3. Ցանկացած բուլյան $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիայի և զրոների ու մեկերի $(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ հավաքածուի համար տեղի ունի հետևյալ հավասարությունը՝

$$\|f(x_1^{\sigma_1}, \dots, x_n^{\sigma_n})\| = \|f(x_1, \dots, x_n)\|:$$

4. Ցանկացած $f_1(\tilde{x})$ և $f_2(\tilde{x})$ ֆունկցիաների համար՝

ա) եթե $f_1(\tilde{x})$ -ը և $f_2(\tilde{y})$ -ը չունեն ընդհանուր արգումենտներ, ապա՝

$$\|f_1(\tilde{x})f_2(\tilde{y})\| = \|f_1(\tilde{x})\| \cdot \|f_2(\tilde{y})\|:$$

բ) $\|f_1(\tilde{x}) \vee f_2(\tilde{x})\| = \|f_1(\tilde{x})\| + \|f_2(\tilde{x})\| - \|f_1(\tilde{x})f_2(\tilde{x})\|$:

գ) $\|f_1(\tilde{x}) \oplus f_2(\tilde{x})\| = \|f_1(\tilde{x})\| + \|f_2(\tilde{x})\| - 2 \cdot \|f_1(\tilde{x})f_2(\tilde{x})\|$:

Սահմանում 2: $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիայի արգումենտների $A = (x_{i_1}, \dots, x_{i_k})$ ($1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$) համախմբի ակտիվություն կոչվում է հետևյալ թիվը՝

$$\omega_A^f = \|f(x_1, \dots, x_{i_1}, \dots, x_{i_k}, \dots, x_n) \oplus f(x_1, \dots, \overline{x_{i_1}}, \dots, \overline{x_{i_k}}, \dots, x_n)\|:$$

Նշենք ակտիվության որոշ հատկություններ [1-4].

1. Ցանկացած A համախմբի համար $0 \leq \omega_A^f \leq 1$:

2. Որպեսզի $f(\tilde{x})$ -ը x_i արգումենտից կախված լինի ոչ էապես, անհրաժեշտ է և բավարար, որ $\omega_i^f = 0$:

3. $\psi = \psi(x_1, \dots, x_m)$ և $\varphi = \varphi(x_{m+1}, \dots, x_n)$ ֆունկցիաների համար, եթե $A = \{i_1, \dots, i_k\} \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$, ապա՝

$$\text{ա) } \omega_A^{\varphi \oplus \psi} = \omega_A^\psi, \quad \text{բ) } \omega_A^{\varphi \psi} = \|\varphi\| \cdot \omega_A^\psi, \quad \text{գ) } \omega_A^{\varphi \vee \psi} = \|\overline{\varphi}\| \cdot \omega_A^\psi:$$

4. Ցանկացած A -ի և 0 -ների և 1 -երի ցանկացած $(\sigma, \sigma_1, \dots, \sigma_n)$ հավաքի համար տեղի ունի հետևյալ հավասարությունը.

$$\omega_A^{f^\sigma(x_1^{\sigma_1}, \dots, x_n^{\sigma_n})} = \omega_A^{f(x_1, \dots, x_n)}:$$

5. Սկզբում կատարենք նշանակում՝ $\Omega^f = \sum_A \omega_A^f$, որտեղ գումարը վերցվում է ըստ բոլոր հնարավոր A համախմբերի:

$$\Omega^f = 2^{n+1} \cdot \|f\| \cdot \|\overline{f}\|$$

6. Ցանկացած $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիայի և ցանկացած երկու $A = \{i_1, \dots, i_k\}$ և $B = \{j_1, \dots, j_m\}$ ինդեքսների համախմբերի համար ($AB = \{i_1, \dots, i_k, j_1, \dots, j_m\}, 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k < j_1 < \dots < j_m \leq n$) տեղի ունի հետևյալ կրկնակի անհավասարությունը.

$$|\omega_A^f - \omega_B^f| \leq \omega_{AB}^f \leq \min\{\omega_A^f + \omega_B^f, 2 - (\omega_A^f + \omega_B^f)\}:$$

2. Բուլյան ֆունկցիայի նորմի և նրա արգումենտների ակտիվությունների միջև կապը:

Թեորեմ 1: Ցանկացած f բուլյան ֆունկցիայի համար ճիշտ է հետևյալ անհավասարությունը.

$$\max_{1 \leq i \leq n} \frac{\omega_i^f}{2} \leq \|f\| \leq 1 - \max_{1 \leq i \leq n} \frac{\omega_i^f}{2}:$$

Ապացույց: Նախ գտնենք f ֆունկցիայի նորմի և նրա արգումենտների ակտիվությունների միջև կապը: Դրա համար օգտվենք նորմի (4) հատկությունից.

$$\begin{aligned} \omega_i^f &= \|f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \oplus f(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n)\| = \|f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)\| + \\ &+ \|f(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n)\| - 2 \|f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)f(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n)\| = \\ &= 2 \|f\| - 2 \|f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)f(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n)\| \Rightarrow \\ &\Rightarrow \|f\| = \|f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)f(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n)\| + \frac{\omega_i^f}{2} \geq \frac{\omega_i^f}{2} \end{aligned}$$

Ստացանք, որ ցանկացած i -ի համար $\|f\| \geq \frac{\omega_i^f}{2} \Rightarrow \|f\| \geq \max_i \frac{\omega_i^f}{2}$:

Այդ անհավասարությունը ճիշտ է ցանկացած f ֆունկցիայի, մասնավորապես՝ $g = f \oplus 1 = \bar{f}$ ֆունկցիայի համար: g և f ֆունկցիաների արգումենտների ակտիվությունները հավասար են, քանի որ.

$$\begin{aligned} \omega_i^g &= \|g(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \oplus g(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n)\| = \\ &= \|f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \oplus 1 \oplus f(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n) \oplus 1\| = \\ &= \|f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \oplus f(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n)\| = \omega_i^f \Rightarrow \|g\| \geq \max_i \frac{\omega_i^f}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \|1 \oplus f\| \geq \max_i \frac{\omega_i^f}{2} \Rightarrow 1 - \|f\| \geq \max_i \frac{\omega_i^f}{2} \Rightarrow \|f\| \leq 1 - \max_i \frac{\omega_i^f}{2} \end{aligned}$$

Ստացվեց, որ $\max_i \frac{\omega_i^f}{2} \leq \|f\| \leq 1 - \max_i \frac{\omega_i^f}{2}$:

Մասնավորապես, եթե $\omega_i^f = 1$, ապա $\|f\| = 1/2$:

Այսպիսով, եթե $\min\{\|f\|, \|\bar{f}\|\} < \varepsilon$, ապա $\max_i \frac{\omega_i^f}{2} < \varepsilon$: Այսինքն, եթե f ֆունկցիայի նորմը բավականաչափ մոտ է 0-ին կամ 1-ին, ապա նրա արգումենտների ակտիվությունները բավականաչափ մոտ են 0-ին [5]:

Թեորեմ 2: Եթե $f(x_1, \dots, x_n)$ բուլյան ֆունկցիայի համար $\max_i \omega_i^f = \varepsilon$, ապա.

$$\|f\| \cdot (1 - \|f\|) \leq \frac{n \cdot \varepsilon}{4}:$$

Ապացույց: Ապացույցի ընթացքում օգտվում ենք ակտիվության (5) և (6) հատկություններից:

$\omega_i^f \leq \varepsilon$ ցանկացած i -ի համար, ըստ թեորեմի պայմանի:

$\omega_{i_1, i_2}^f \leq \omega_{i_1} + \omega_{i_2} \leq 2\varepsilon$ ցանկացած (i_1, i_2) -ի համար, ըստ ակտիվության (6)

հատկության և վերևում գրվածի:

Նույն տրամաբանությամբ կստանանք.

$\omega_{i_1, i_2, i_3}^f \leq 3\varepsilon$ ցանկացած (i_1, i_2, i_3) -ի համար,

⋮

$\omega_{i_1, i_2, \dots, i_{n-1}}^f \leq (n-1)\varepsilon$ ցանկացած $(i_1, i_2, \dots, i_{n-1})$ -ի համար,

$\omega_{1, 2, \dots, n}^f \leq n\varepsilon$:

Քանի որ 1 երկարությամբ համախմբերի քանակը հավասար է $\binom{n}{1}$, 2 երկարությանը՝ $\binom{n}{2}$ և այլն, ապա կստանանք՝

$$\Omega^f = \sum_A \omega_A^f \leq \varepsilon \binom{n}{1} + 2\varepsilon \binom{n}{2} + \dots + n\varepsilon \binom{n}{n} = \varepsilon \sum_{i=1}^n i \binom{n}{i},$$

որտեղ $\sum_{i=1}^n i \binom{n}{i} = n2^{n-1}$: Ստացվեց՝

$$\Omega^f = \varepsilon n 2^{n-1}$$

Ըստ ակտիվության (5) հատկության ունենք.

$$\Omega^f = 2^{n+1} \cdot \|f\| \cdot (1 - \|f\|) \Rightarrow 2^{n+1} \cdot \|f\| \cdot (1 - \|f\|) \leq n\varepsilon 2^{n-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \|f\| \cdot (1 - \|f\|) \leq \frac{n \cdot \varepsilon}{4}$$

Թեորեմն ապացուցվեց:

Եթե արգումենտների ակտիվությունները բավականաչափ փոքր են, ապա դրանք լինում են $1/2^n$ կարգի: Հետևաբար՝ $\varepsilon n/4$ -ը նույնպես կլինի բավականաչափ փոքր $\Rightarrow \|f\| \cdot (1 - \|f\|)$ -ը նույնպես մոտ է զրոյին, այսինքն՝ զրոյին մոտ է լինում կամ $\|f\|$ -ը, կամ $(1 - \|f\|)$ -ը: Ստացվում է, որ f -ը մոտ է կամ 0, կամ 1 հաստատունին:

Հետևաբար, եթե ենթափնեմայի արգումենտների ակտիվությունները բավականաչափ փոքր են, ապա այն կարելի է փոխարինել 0 կամ 1 հաստատունով: Այդ փաստն օգտագործվում է սխեմայից ակտիվ մասի անջատման ալգորիթմում [6]:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. Բոգոյան Շ.Ե. Բուլյան ֆունկցիաներ և թվային սխեմաների նկարագրության ALEX լեզուն. Ուսումնական ձեռնարկ, ՀՊՃՀ.- 2004.- 67 էջ:
2. **Яблонский С.В.** Введение в дискретную математику.- М.: Наука, 1979.- 272с.
3. **Бозоян Ш.Е., Торосян Б.Е.** Исследование функций алгебры логики с точки зрения активности совокупности переменных // Изв. АН АрмССР. Математика.- 1979.- С.124-141.
4. **Бозоян Ш.Е.** Некоторые свойства булевых дифференциалов и активностей аргументов булевых функций и вопросы построения надёжных схем из ненадёжных элементов // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика.- 1975.- С. 148-160.
5. **Бадалян Н.В.** Связь нормы булевой функции и активностей её аргументов // Сб. мат. год. научн. конф. ГИУА.- Ереван, 2005.-Т. 1.- С. 14-16.
6. **Бадалян Н.В., Бозоян Ш.Е., Егиазарян В.С., Кочаров Д.А.** Применение булевых дифференциалов и активностей переменных булевых функций для выделения активной части схемы // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. Техн. науки.- 2008. – Т. 61, №1.-С. 129-138.

Н.В. БАДАЛЯН

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ОСНОВНОГО ШАГА АЛГОРИТМА ВЫДЕЛЕНИЯ АКТИВНОЙ ЧАСТИ СХЕМЫ

Рассматриваются двусторонние связи между нормой булевой функции и её активностями. Показывается, что если активности аргументов функции достаточно близки к нулю, то норма функции будет достаточно близка к одной из постоянных 0 или 1 и наоборот. Полученные результаты применяются в алгоритме выделения активной части схемы, который, в свою очередь, применяется при проектировании схем на стадиях верификации и тестирования.

Ключевые слова: булева функция, норма, активность аргумента, схема.

N.V. BADALYAN

MATHEMATICAL SUBSTANTIATION OF THE MAIN STEP OF THE ALGORITHM FOR ISOLATION OF THE SCHEME ACTIVE PART

Two-way connections between the norm of a boolean function and its activities are considered. It is shown that if the activities of the function arguments are close enough to zero, the norm of the function will be close enough to one of the constants 0 or 1 and vice versa. The results obtained are applied in the isolation algorithm of the active part of the scheme, which in its turn, is used for designing of schemes at the stages of verification and testing.

Keywords: boolean function, norm, argument activity, scheme.