

R.M. MOVSESYAN, A.S. SAHAKYAN, A.N. KOCHARYAN

THE NONCOLLINEARITY EFFECTS IN ONE-DIMENSIONAL SPIN-DEPENDENT SCATTERING

The problem of 1D-scattering of spin-polarized wave on the finite barrier is solved. The polarization vectors of the incident wave and the magnetization of the barrier, in general, are not located in one plane. The dependences of the scattered waves' polarization on the degrees of freedom that define the orientation of the magnetization of the barrier are investigated.

Keywords: spin-polarized wave, finite barrier, spin-dependent scattering, transmission and reflection coefficients, reorientation of polarization vector.

УДК 538.975

С.Л. АРУТЮНЯН, А.А. ДЖИВАНЯН, О.Г. ДЕМИРЧЯН

ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ НАНОСЛОЕ В РАМКАХ МОДЕЛИ ПОТЕНЦИАЛА ВУЛКАНО ПРИ НАЛИЧИИ ПРОДОЛЬНОГО ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПОТЕНЦИАЛА
(Гюмри)

Исследованы особенности электронных состояний в цилиндрическом нанослое при наличии продольного дополнительного потенциала с конечным радиусом действия. Установлено однозначное соответствие между геометрическими и квантовомеханическими характеристиками нанослоя.

Ключевые слова: нанослой, локализация, радиус, эффективная толщина.

Введение. В последнее время сильно возрос интерес к изучению физических свойств двумерного электронного газа на искривленной поверхности полупроводника в таких моделях, как квантовый цилиндр, квантовая сфера, нанотрубки различной геометрии. Проведены также эксперименты на фасетированных поверхностях структур $GaAs/GaAlAs$, содержащих двумерный электронный газ [(см., напр., [1-5])].

В большинстве теоретических работ, посвященных исследованию физических свойств цилиндрических нанослоев, обычно с самого начала предполагается, что носители зарядов локализованы на поверхности нанослоев (см., напр., [3-5]), тем самым пренебрегается конечность толщины образца. При описании широкого круга явлений такой подход во многом оправдан, однако при этом теряется уникальное свойство квантового цилиндра – комбинация характерных физических особенностей квантовой нити и квантовой пленки [6].

Другая особенность указанного цикла работ заключается в том, что дополнительный потенциал, образуемый при росте наноструктуры, обычно моделируется либо прямым [4,5] (проходящим по образующей цилиндра), либо протя-

женным спиральным δ - барьером, то есть пренебрегается реально существующая пространственная протяженность потенциального барьера.

В настоящей работе рассматривается более реалистичная модель кругового цилиндрического сектора, а именно, учитываются: а) конечность толщины цилиндра, б) пространственная протяженность барьера, которая проходит по образующей цилиндра.

Установлено также однозначное соответствие между геометрическими и квантовомеханическими характеристиками нанослоя.

1. Основные предположения. Особенности электронных состояний наносистемы

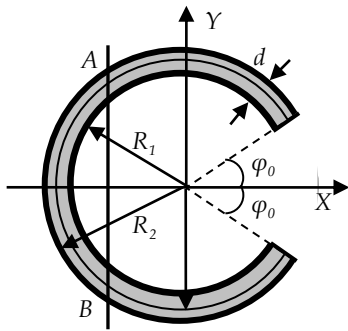


Рис. 1. Поперечное сечение нанотрубки

Движение электронов в нанотрубке, поперечное сечение которой показано на рис. 1, одновременно ограничено в радиальном и азимутальном направлениях, а вдоль оси трубки - свободное. В этом случае ограничивающий потенциал можно представить в виде

$$U(\rho, \phi, z) = U(\rho) + U(\phi), \quad (1)$$

где $U(\rho)$ - радиальный потенциал (моделируется потенциалом Вулкано [7]; $U(\phi)$ - азимутальный потенциал (моделируется потенциалом бесконечной глубокой ямы).

Решая уравнения Шредингера и используя очевидные граничные условия, для волновой функции и энергетического спектра электронов получим $\Psi(\rho, \phi, z) = \psi(\rho)\Phi(\phi)\sqrt{1/L} \exp(ikz)$, где

$$\psi(\rho) = \psi_{n,M}(\rho) = C(n, M) \left(\frac{\rho^2}{2\Delta^2} \right)^{\frac{M}{2}} \exp\left(-\frac{\rho^2}{4\Delta^2} \right) L_n^M \left(\frac{\rho^2}{2\Delta^2} \right), \quad (2)$$

$$\Phi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi - \phi_0}} \cdot \begin{cases} \sin \frac{\pi m(\pi - \phi)}{2(\pi - \phi_0)}, & m = \pm 2, \pm 4, \dots, \\ \cos \frac{\pi m(\pi - \phi)}{2(\pi - \phi_0)}, & m = \pm 1, \pm 3, \dots, \end{cases} \quad (3)$$

$$E = E^\perp(n, m) = \frac{\hbar^2}{2m^* \Delta^2} \left(2n + 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_0}{\Delta} \right)^2 + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{\rho_0}{\Delta} \right)^4 + \frac{\pi^2 m^2}{4(\pi - \varphi_0)^2}} \right). \quad (4)$$

В (2)-(4) введены следующие обозначения: $C(n, M) = 1/\Delta \sqrt{\Gamma(M + n + 1)n!}$ - коэффициент нормировки; $L_n^\beta(x)$ - обобщенные полиномы Лагера;

$$M = \sqrt{\beta^2 + \frac{\pi^2 m^2}{4(\pi - \phi_0)^2}} = \sqrt{\beta^2 + \frac{m^2}{4(1 - \gamma)^2}}, \quad \varphi_0 = \pi\gamma, \quad (0 \leq \gamma < 1), \quad \beta = \frac{\rho_0^2}{2\Delta^2};$$

$E_{n,m}^\perp$ - энергия электрона поперечного движения.

Как видно из формулы (4) и рис. 2, энергетический спектр электронов состоит из серии, которая образуется наложением энергии азимутального и радиального движений.

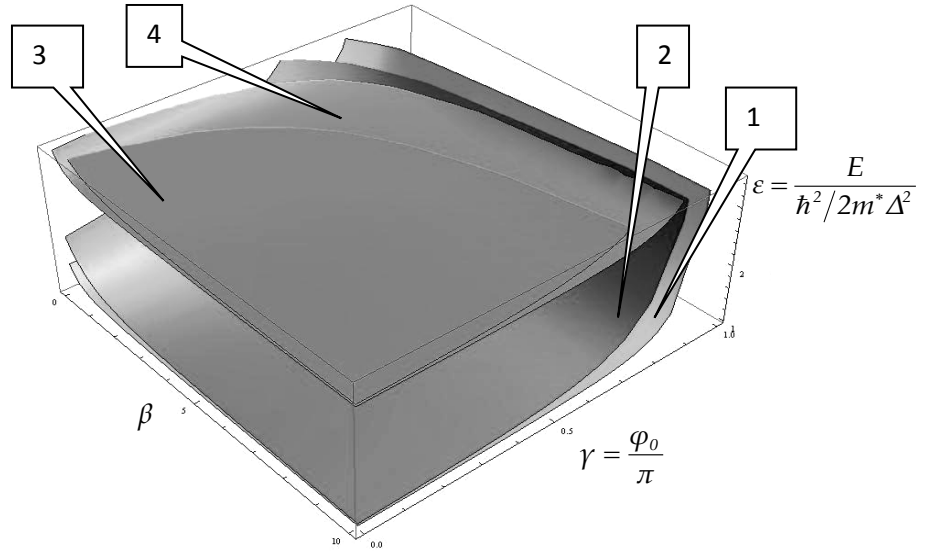


Рис. 2. Зависимость безразмерной энергии $\varepsilon = E / \frac{\hbar^2}{2m^* \Delta^2}$ от параметров γ и β , при разных значениях квантовых чисел n и m ; 1- $n=0, m=\pm 1$; 2- $n=0, m=\pm 2$; 3- $n=1, m=\pm 2$; 4- $n=1, m=\pm 1$

Из формулы (4) в предельном случае, когда выполняется условие

$$\varepsilon_1/\varepsilon_2 \propto (l_\phi/\Delta)^2 \gg 1, \quad (5)$$

где $\varepsilon_1 = \hbar^2/2m^*\Delta^2$ и $\varepsilon_2 = \hbar^2\pi^2/2m^*l_\phi^2$ ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - кванты энергии в радиальном и азимутальном направлениях соответственно, $l_\phi = 2(\pi - \varphi_0)\rho_0$ - длина области локализации в азимутальном направлении), для энергии будем иметь

$$E = E^\perp(n, m) = \varepsilon_1(2n + 1) + \varepsilon_2 m^2. \quad (6)$$

В этом случае уровни радиального квантования базовые, а уровни азимутального квантования являются спутниками.

Можно легко убедиться, что при выполнении обратного условия (5) для энергии электрона опять получается выражение (6), однако в этом случае базовые и спутниковые уровни меняются местами.

2. Геометрические параметры и квантовомеханические характеристики наносистем

Обычно принято считать, что толщина нанослоя совпадает с шириной классически допустимой области движения электронов (см., напр., [7]), т.е. определяется уравнением $E_F = U(\rho)$ (E_F - энергия Ферми), однако такой подход, на наш взгляд, является непоследовательным.

Действительно, приведенное условие справедливо только в квазиклассической области, где квантовые числа n и m принимают достаточно большие значения. Поскольку при больших n и m заполняется много размерно-квантованных подзон, то размерные эффекты практически исчезают.

С другой стороны, так как энергия Ферми зависит от концентрации и энергетического спектра электронов, следовательно, эффективные геометрические характеристики наносистемы определяют и волновые функции квазичастиц.

Для определенности рассмотрим основное состояние ($n = 0$), для функции распределения которого из (2) будем иметь

$$P(x) = \frac{2}{\Gamma(M+1)} x^{2M+1} \exp(-x^2), \quad (7)$$

где $x = \sqrt{2}\rho/2\Delta$. Очевидно, что эффективный радиус и толщину наноструктуры можно характеризовать соответственно математическим ожиданием

$R_0 = \bar{\rho} = \langle 0|\rho|0 \rangle$ и дисперсией $\sigma = \left(\langle n|\rho^2|n \rangle - (\langle n|\rho|n \rangle)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ функции распределения (7), для которых имеем

$$R_0 = \bar{\rho} = \langle 0 | \rho | 0 \rangle = 2^{\frac{1}{2}} \Delta \frac{\Gamma\left(M + \frac{3}{2}\right)}{\Gamma(M+1)}, \quad (8)$$

$$\sigma = \sqrt{2} \Delta \sqrt{\left(\frac{\Gamma(M+2)}{\Gamma(M+1)} - \left(\frac{\Gamma\left(M + \frac{3}{2}\right)}{\Gamma(M+1)} \right)^2 \right)}. \quad (9)$$

В частном случае для тонкого слоя ($M \gg 1$) из (8) и (9) получаем

$$R_{01} = \rho_0, \sigma = \sqrt{2} \Delta / 2.$$

Формулы (8) и (9) позволяют определить размеры наносля (см. рис.1):

$$R_1 = R_0 - \eta \sigma, R_2 = R_0 + \eta \sigma, d = R_2 - R_1 = 2\eta \sigma. \quad (10)$$

Здесь η - подгоночный параметр, который удобно представить в виде $\eta = [R_0/\sigma]([x]$ - целая часть величины x).

В таблице приведены численные значения этих величин при разных значениях параметра β

Таблица

Зависимость геометрических характеристик наносля и вероятности нахождения частицы внутри наносля от параметра β ($\varphi_0 = \pi/12, m = \pm 1, \eta = 2$)

β	0-0,1	0,1	1	10	100
$\tilde{R}_0 = R_0/\Delta$	1,148	1,152	1,38	3,281	10,038
$\tilde{\sigma} = \sigma/\Delta$	0,477	0,477	0,484	0,497	0,5
$\tilde{R}_1 = R_1/\Delta$	2,102	2,106	2,348	4,275	11,038
$\tilde{R}_2 = R_2/\Delta$	0,194	0,198	0,412	2,287	9,038
$\tilde{d} = d/\Delta$	1,908	1,908	1,936	1,988	2
Вероятность	0,962	0,961	0,959	0,955	0,955

Зная геометрические характеристики наносля - R_1, R_2 и φ_0 и используя приведенные численные значения, можно решить и обратную задачу. Имея в виду, что

$$R_1 = \tilde{R}_0 \Delta - 2\tilde{\sigma} \Delta, \quad R_2 = \tilde{R}_0 \Delta + 2\tilde{\sigma} \Delta,$$

получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{R_1}{R_2} = \frac{\tilde{R}_0 - 2\tilde{\sigma}}{\tilde{R}_0 + 2\tilde{\sigma}}, \\ R_2 - R_1 = 4\tilde{\sigma} \Delta. \end{cases} \quad (10)$$

Решая (10), с учетом (8) и (9) можно найти параметры β и Δ волновой функции и тем самым однозначно определить волновые функции электронов.

Таким образом, изложенная методика позволяет описать электронные состояния и установить однозначное соответствие между микроскопическими и макроскопическими характеристиками системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Margulis V. A., Pyataev M.A.** Electron transport on a cylindrical surface with one-dimensional leads //Phys. Rev. B. -2005.-V. 72.-P. 75312.
2. **Магарил Л.И., Чаплик А.В., Энтин М.В.** Спектр и кинетика электронов в криволинейных наноструктурах//Uspekhi Fiz. Nauk.-2005.-8- 175,9.
3. **Grigor`kin A.A., Dunaewskii S.M.** Electronic spectrum and ballistic transport in a helical nanotube// Physics of Solid State.-2007.- V. 49, N. 3.- P. 585-590.
4. **Grigor`kin A.A., Dunaewskii S.M.** Magnetic moment of a nanotube with helical symmetry//Physics of Solid State.-2008.- V. 50,N. 3.- P. 525-530.
5. **Grigor`kin A.A., Dunaewskii S.M.** Optical absorption in a nanotube with helical symmetry upon longitudinal polarization of radiation //Physics of Solid State.-2009.- V 51, N. 2.- P. 427-434.
6. **Harutunyan V.A., Harutunyan S.L., Demirjan G.H., Gasparyan N.H.** Optical absorption in a semiconductor cylindrical nanolayer// Journal of Contemporary Physics. - 2008.-43(5).-Sp218-225.
7. **Tan W.C., Inkson J.C.** Electron states in a two-dimensional ring - an exactly soluble model //Phys. Rev.-1999.- B60, 5626.

Ս.Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Հ.Ա. ԶԻՎԱՆՅԱՆ, Հ.Գ. ԴԵՄԻՐՃՅԱՆ

**ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ԳԼԱՆԱՁԵՎ ՆԱՆՈՇԵՐՏՈՒՄ ՎՈԼԿԱՆՈՅԻ
ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԻ ՄՈԴԵԼԻ ՇՐՋԱՆԱԿՈՒՄ ԼՐԱՅՈՒՑԻՉ ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ
ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ**

Հետազոտված են էլեկտրոնային վիճակների առանձնահատկությունները երկայնական լրացուցիչ վերջավոր գործողության շառավիղ ունեցող պոտենցիալի առկայությամբ: Միարժեք կապ է հաստատվել նանոշերտի երկրաչափական և քվանտա-մեխանիկական բնութագրիչների միջև:

Առանցքային բառեր. նանոշերտ, տեղայնացում, արդյունարար հաստություն:

S.L. HARUTUNYAN, H.A. JIVANYAN, H.G. DEMIRTSHYAN
ELECTRONIC STATES IN A CYLINDRICAL NANOLAYER WITHIN THE
MODEL POTENTIAL VOLKANO AT LONGITUDINAL ADDITIONAL
POTENTIAL

The features of the electronic states in a cylindrical nanolayer in the presence of longitudinal additional potential with a finite range is investigated. One correspondence between the geometric and quantum-mechanical characteristics of the nanolayer is determined.

Keywords: nanolayer, localization radius, effective thickness.

ՀՏԴ 537.218

Ն. Լ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Լ. Ն. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ՀԱՎԱՍԱՐԱԶԱՓ ԽՏՈՒԹՅԱՄԲ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՀԱՐԹ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ
ԷԼԵԿՏՐԱՍՏԱՏԻԿ ԴԱՇՏԵՐԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԻ ՔԱՆԻ ՕՐԻՆԱԿՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ
(Կապան)

Դիտարկված է հավասարաչափ խտությամբ լիցքավորված մակերևույթների ստեղծած էլեկտրական դաշտերի որոշման արդյունավետ եղանակներից մեկը՝ մարմնային անկյուն հասկացության օգտագործմամբ, ինչպես նաև այդ եղանակի կիրառմամբ խնդիրների լուծման մի քանի օրինակներ, որոնք հաջողությամբ կարող են դիտարկվել ինչպես ավագ դպրոցի, այնպես էլ ֆիզիկայի բուհական դասընթացում:

Առանցքային բառեր. էլեկտրական դաշտ, լիցքի խտություն, մարմնային անկյուն, վերադրման սկզբունք:

Ներածություն: Լիցքավորված մարմինների ստեղծած էլեկտրական (էլեկտրաստատիկ) դաշտերի հաշվարկման հիմնարար մեթոդներից է *վերադրման սկզբունքի* մեթոդը, որը մի շարք դեպքերում կարող է լինել միակը և արդյունավետ: Վերադրման սկզբունքի էությանը և այդ սկզբունքի կիրառմամբ էլեկտրաստատիկայի խնդիրների լուծման մի շարք օրինակներին անդրադարձ է կատարվել [1] աշխատանքում, ուստի դրան մանրամասն անդրադառնալու կարիք չկա:

Աշխատանքում դիտարկվում են վերադրման սկզբունքի կիրառմամբ խնդիրներ, որոնց լուծման մեթոդաբանությունը կառուցվում է մարմնային անկյան գաղափարի կիրառմամբ, որը, ինչպես պարզվում է, շատ ավելի դյուրին է դարձնում մի շարք լիցքավորված մարմինների էլեկտրական դաշտերի որոշումը:

Դիտարկված խնդիրներն ավելի հասկանալի ու կիրառական են դարձնում սովորական իմաստով ընկալվող վերադրման սկզբունքի դերն ու նշանակությունը, այն դեպքերում, երբ այլ մեթոդների կիրառումը կամ չափազանց դժվար է, կամ էլ անհնարին: