

**Ս.Շ. ԲԱԼԱՍԱՆՅԱՆ, Հ.Մ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ**

**ՀԱՄԱՍԵՌԻ ՄԱՐԿՈՎՅԱՆ ՇՂԹԱՅԻ ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ԵՎ ԱՆԱԼԻՏԻԿ  
ՄՈԴԵԼՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐԺԵՔՈՒԹՅԱՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ  
(Կապան)**

Առաջարկվում է համասեռ մարկովյան շղթայի անալիտիկ և նմանակային մոդելների համարժեքությունը գնահատել անալիտիկ և նմանակային մոդելավորման արդյունքում ստացված ստացիոնար հավանականությունների բաշխման օրենքների նույնականության վերաբերյալ գիտավարկածի ստուգմամբ՝ կիրառելով Պիրսոնի վիճակագրական չափանիշը, ինչը հնարավորություն է ընձեռում՝ առավել լիարժեք և հստակ գնահատելու վերոնշյալ մոդելների համարժեքությունը:

**Առանցքային բառեր.** մարկովյան շղթա, նմանակային մոդել, համարժեքություն, գիտավարկած, Պիրսոնի չափանիշ:

**Ներածություն:** Բարդ տեխնիկական, այդ թվում՝ ավտոմատացված համակարգերը գործում են տարաբնույթ պատահական բազմաթիվ գործոնների ազդեցությունների ներքո, որի պատճառով նրանց գործելաընթացը կրում է հավանականային բնույթ, այսինքն՝ ժամանակի ցանկացած պահին օբյեկտը տրված վիճակից որոշակի հավանականությամբ կարող է անցնել գործընթացի հնարավոր ուրև վիճակի: Եթե  $p_{ij}(t, \tau)$ -ով նշանակենք այն հավանականությունը, որ  $t = t_n$  պահին  $z_i$  վիճակում գտնվող  $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$  հնարավոր վիճակներով ընդհատ պատահական գործընթացը  $t = t_n + \tau$  պահին կանցնի  $z_j$  վիճակի, ապա պատահական գործընթացը լիովին կարելի է բնութագրել անցումների հավանականությունների  $P = \|p_{ij}(t, \tau)\|$  մատրիցով [1-3]: Մարկովյան պատահական գործընթացի դեպքում  $p_{ij}(t, \tau)$ -ն կախված է միայն  $t_n$ -ից,  $\tau$ -ից և  $i, j$  վիճակներից: Եթե  $p_{ij}(t, \tau)$  հավանականությունը կախված չէ  $t$ -ից, ապա մարկովյան գործընթացը (շղթան) կոչվում է համասեռ կամ ստացիոնար [1-3]: Համասեռ մարկովյան շղթան տրվում է  $P = \|p_{ij}\| = \|P(t_n, z_i, t_{n+1}, z_j)\|$  անցումների հավանականությունների մատրիցով.





$$I_{k-1} < r_i \leq I_k,$$

$$\text{որտեղ } I_k = \sum_{j=1}^k p_{ij} :$$

Եթե հերթական  $r_i$  հենքային թվի համար նշված պայմանը կատարվում է, ապա արձանագրվում է, որ խաղարկման արդյունքում տեղի է ունեցել  $A_k$  պատահույթը, այսինքն մարկովյան գործընթացը  $i$  վիճակից անցել է  $k$  վիճակին: Նկարագրված ընթացակարգը կրկնվում է ժամանակի հաջորդ պահերին՝ մինչև մարկովյան գործընթացի տրված  $n$  քանակությամբ իրացումների ստացումը:

Առաջարկվում է համասեռ մարկովյան շղթայի անալիտիկ և նմանակային մոդելների համարժեքության գնահատումն իրականացնել  $\chi^2$  չափանիշի միջոցով՝ մարկովյան գործընթացի  $m$  վիճակների տեսական  $p_1, p_2, \dots, p_m$  և փորձնական  $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_m$  հավանականությունների  $F$  և  $\hat{F}$  բաշխումների նույնականության վերաբերյալ առաջադրված  $H_0 : F = \hat{F}$  գիտավարկածի ստուգմամբ:

Առաջադրված գիտավարկածի ստուգումն իրականացվում է հետևյալ ընթացակարգով.

1. Տրված մարկովյան գործընթացի համար կազմվում է Կոլմոգորովի դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգը, և դրան համապատասխան՝ հանրահաշվական հավասարումների համակարգը, որը ստացվում է դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգից  $t \rightarrow \infty$  ստացիոնար դեպքի համար:

2. Հանրահաշվական համակարգի լուծման արդյունքում որոշվում են մարկովյան գործընթացի հնարավոր վիճակներում գտնվելու տեսական ստացիոնար հավանականությունները՝  $p_1, p_2, \dots, p_m$ :

3. Մարկովյան գործընթացի նմանակային մոդելի  $n$  իրացումների արդյունքում որոշվում են մարկովյան գործընթացի հնարավոր վիճակներում գտնվելու հավանականությունների վիճակագրական գնահատականները՝  $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_m$ :

4. Հաշվարկվում է Պիրսոնի  $\chi^2$ -չափանիշի արժեքը հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{\chi} = n \sum_{j=1}^m \frac{(p_j - \hat{p}_j)^2}{p_j} : \quad (4)$$

5. Առաջադրվում է  $H_0 : F = \hat{F}$  գիտավարկածը:

6. Գիտավարկածի ստուգման նշանակալիության  $\alpha$  մակարդակի և  $n$  ազատության աստիճանների համար Պիրսոնի  $\chi^2$  բաշխման աղյուսակից ընտրվում է  $\chi_{\alpha,n}^2$  արժեքը ( $\alpha$  մակարդակի քվանտիլը):

7. Եթե  $\hat{\chi}^2 \leq \chi_{\alpha,n}^2$  պայմանը կատարվում է, ապա ընդունում են, որ  $F$  և  $\hat{F}$  բաշխման օրենքների նույնականության վերաբերյալ  $H_0$  գիտավարկածը չի հակասում մոդելավորման արդյունքներին, այսինքն՝ նմանակային մարկովյան մոդելը համարժեք է մարկովյան անալիտիկ մոդելին: Այլապես նմանակային մոդելը համարվում է անալիտիկին ոչ համարժեք:

**Եզրակացություն:** Համասեռ մարկովյան շղթայի անալիտիկ և նմանակային մոդելների համարժեքության գնահատումը անալիտիկ և նմանակային մոդելավորման արդյունքում ստացված ստացիոնար հավանականությունների բաշխման օրենքների նույնականության վերաբերյալ գիտավարկածի ստուգմամբ հնարավորություն է ընձեռում, ի տարբերություն գոյություն ունեցող համարժեքության կետային գնահատման մեթոդի, առավել լիարժեք և հստակ գնահատելու վերոնշյալ մոդելների համարժեքությունը:

#### ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Галажинская О.Н., Моисеева С.П.** Теория случайных процессов. Ч. 2: Марковские процессы: Учеб. пособие. – Томск: Издательский дом Томского государственного университета, 2016. – 126 с.
2. **Բալասանյան Ա. Շ.** Ճարտարագիտական մոդելավորում. – Երևան: Ճարտարագետ, 2023. – 216 էջ:
3. **Советов Б.Я., Яковлев С.А.** Моделирование систем: Учебник для бакалавров.– 7-е изд. – М.: Издательство Юрайт, 2012. – 343 с.
4. **Марголис Н.Ю.** Имитационное моделирование: Учеб. пособие. – Томск: Издательский дом Томского государственного университета, 2015. – 130 с.
5. **Yue Wang.** Probabilistic spinning reserve adequacy evaluation for generating systems using an Markov chain Monte Carlo-integrated cross-entropy method // IET Digital Library.- May 2015. – Vol. 9, issue 8, 21. - P. 719 – 726.

**С.Ш. БАЛАСАНЯН, Э.М. ГЕВОРГЯН**

**ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ И ИМИТАЦИОННОЙ  
МОДЕЛЕЙ ОДНОРОДНОЙ МАРКОВСКОЙ ЦЕПИ**

Дается оценка адекватности аналитической и имитационной моделей однородной цепи Маркова путем проверки гипотезы об идентичности законов распределения стационарных вероятностей, полученных в результате аналитического и имитационного моделирования, с использованием статистического критерия Пирсона. Такой подход дает возможность более полно и наглядно оценить адекватность вышеуказанных моделей.

*Ключевые слова:* цепь Маркова, имитационная модель, адекватность, гипотеза, критерий Пирсона.

**S.SH. BALASANYAN, H.M. GEVORGYAN**

**EVALUATING THE ADEQUACY OF ANALYTICAL AND SIMULATION  
MODELS OF A HOMOGENEOUS MARKOV CHAIN**

It is proposed to evaluate the adequacy of analytical and simulation models of a homogeneous Markov chain by testing the hypothesis on the identity of the distribution laws of stationary probabilities obtained as a result of analytical and simulation modeling, using the Pearson statistical criterion. This approach makes it possible to more fully and clearly assess the adequacy of the above models.

*Keywords:* Markov chain, simulation model, adequacy, hypothesis, Pearson criterion.