

**Г.Г. КИРАКОСЯН, А.Г. КАМАЛЯН**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
СТАЦИОНАРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В СРЕДЕ MATLAB**

В практических приложениях желаемые характеристики производительности систем определяются в терминах величин во временной области. Системы с элементами накопления энергии не могут реагировать мгновенно и будут демонстрировать переходный отклик всякий раз, когда они внезапно подвергаются воздействию или помехам. В статье применен процедурный подход к анализу цепей для получения уравнений состояния образца сложной схемы. Уравнения состояния были запрограммированы в MATLAB для получения переходных характеристик. Результаты моделирования могут применяться при разработке микропроцессорных систем управления и роботов.

**Ключевые слова:** переменный ток, MATLAB, переходный процесс, схема, моделирование.

**Введение.** Переходные процессы в цепях с источниками постоянных или периодических электродвижущих сил (ЭДС) и токов возникают в результате различных коммутаций, которые приводят к изменению схемы или параметров цепи: включение или выключение источников питания и нагрузок, короткие замыкания и т.п. Если в цепи имеются индуктивные катушки и (или) конденсаторы, то переход от одного установившегося режима (до коммутации) к другому (после коммутации) не может совершиться мгновенно даже при мгновенной коммутации, поскольку не может мгновенно измениться энергия магнитного и электрического полей, связанных с индуктивностями и емкостями.

Таким образом, переход от одного установившегося режима к другому осуществляется в течение некоторого промежутка времени. Теоретически длительность переходного процесса бесконечно велика, практически она измеряется долями секунды. Как правило, длительность переходного процесса много больше длительности коммутации, поэтому коммутацию можно считать мгновенной.

Анализ переходных процессов в цепях переменного тока, вероятно, является одной из самых актуальных областей компьютерной инженерии и по своей природе требует более высокого математического аппарата по сравнению с другими областями компьютерной инженерии. Анализ переходных процессов используется для описания поведения схемы как функции времени до достижения устойчивого состояния. Целью данной работы является

разработка вычислительного метода с помощью системы MATLAB, что позволит с относительной легкостью получить переходные характеристики типичных электрических цепей.

MATLAB – это система, предназначенная для обеспечения интегрированных числовых вычислений и графической визуализации на языке высокого уровня программирования [1]. Сочетание возможностей анализа, гибкости, надежности и мощной графики делает MATLAB лучшим программным обеспечением для инженеров и ученых. MATLAB — это язык технических вычислений высокого уровня и интерактивная среда для разработки алгоритмов, визуализации данных, анализа данных и числовых вычислений. Используя систему MATLAB, можно решать технические вычислительные задачи быстрее, чем с помощью традиционных языков программирования, таких как C, C++ и FORTRAN [2].

**1. Моделирование с помощью MATLAB.** Задача моделирования переходного поведения электрических цепей в MATLAB влечет за собой разработку уравнений анализа в форме пространства состояний. Анализируемая электрическая цепь представляется в виде дифференциальных уравнений, сформированных с помощью законов Кирхгофа по напряжению и току, а также других связанных с ними соотношений. Описание в пространстве состояний позволяет представить непрерывную систему  $n$ -го порядка в виде системы  $n$  дифференциальных уравнений первого порядка [3, 4]. Эти уравнения в матричном виде имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $x$  - вектор состояния;  $u$  - вектор входного сигнала;  $y$  - вектор выходного сигнала;  $A$  - матрица системы;  $B$  - матрица входа;  $C$  - матрица выхода;  $D$  - матрица прямой передачи.

В целях анализа переходных процессов с использованием MATLAB применяется процедурный подход для математического описания цепи переменного тока, изображенной на рис. 1. Полученные дифференциальные уравнения представлены в форме пространства состояний, подходящей для программирования MATLAB.

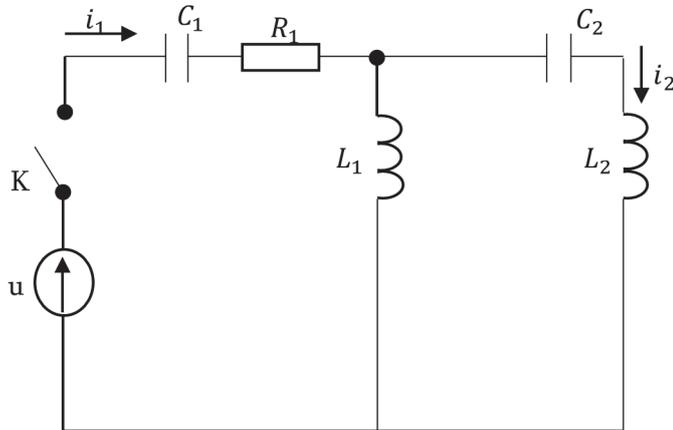


Рис. 1. Образец цепи переменного тока

Выберем направления контурных токов, которые обозначим через  $i_1$  и  $i_2$ . По второму закону Кирхгофа составим уравнение для контура  $i_1$ :

$$u - \frac{1}{c_1} \int i_1(t) dt - i_1 R_1 - L_1 \frac{d}{dt} (i_1 - i_2) = 0. \quad (2)$$

Предполагается, что в момент замыкания ключа к источнику переменной ЭДС все токи и заряды равны нулю. Выразив в выражении (2) токи  $i_1$  и  $i_2$  через заряды  $Q_1$  и  $Q_2$  на обкладках конденсаторов C1 и C2, получаем

$$u - \frac{Q_1}{c_1} - R_1 \frac{dQ_1}{dt} - L_1 \frac{d^2 Q_1}{dt^2} + L_1 \frac{d^2 Q_2}{dt^2} = 0. \quad (3)$$

По второму закону Кирхгофа составим уравнение для контура  $i_2$ :

$$-L_1 \frac{d}{dt} (i_2 - i_1) - \frac{1}{c_2} \int i_2(t) dt - L_2 \frac{di_2}{dt} = 0. \quad (4)$$

Выразив токи  $i_1$  и  $i_2$  через заряды  $Q_1$  и  $Q_2$  на обкладках конденсатора, получаем

$$-L_1 \frac{d^2 Q_2}{dt^2} + L_1 \frac{d^2 Q_1}{dt^2} - \frac{Q_2}{c_2} - L_2 \frac{d^2 Q_2}{dt^2} = 0. \quad (5)$$

Введем следующие обозначения для компонентов (составляющих) вектора состояния  $x_1 = Q_1$ ,  $x_2 = \dot{Q}_1$ ,  $x_3 = Q_2$  и  $x_4 = \dot{Q}_2$ . Тогда уравнение (3) примет вид

$$\frac{x_1}{c_1} - R_1 x_2 - L_1 x_2' + L_1 x_4 = 0. \quad (6)$$

Уравнение (5) можно записать в следующем виде:

$$-L_1 \dot{x}_4 + L_1 \dot{x}_2 - \frac{x_3}{C_2} - L_2 \dot{x}_4 = 0. \quad (7)$$

Из уравнения (6) следует, что

$$\dot{x}_2 = \frac{u}{L_1} - \frac{1}{L_1 C_1} x_1 - \frac{R_1}{L_1} x_2 + \dot{x}_4. \quad (8)$$

Уравнение (7) можно представить в виде

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_4 + \frac{1}{L_1 C_2} x_3 + \frac{L_2}{L_1} \dot{x}_4. \quad (9)$$

Из выражений (8) и (9) имеем

$$\dot{x}_4 = \frac{u}{L_2} - \frac{1}{L_2 C_1} x_1 - \frac{R_1}{L_2} x_2 - \frac{1}{L_2 C_2} x_3. \quad (10)$$

Подставив уравнение (10) в (6), найдем

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{L_1} u - \frac{1}{L_1 C_1} x_1 - \frac{R_1}{L_1} x_2 + \frac{1}{L_2} u - \frac{1}{L_2 C_1} x_1 - \frac{R_1}{L_2} x_2 - \frac{1}{L_2 C_2} x_3. \quad (11)$$

После приведения подобных слагаемых имеем

$$\dot{x}_2 = \left( \frac{L_2 + L_1}{L_1 L_2} \right) u - \left( \frac{L_2 + L_1}{L_1 L_2 C_1} \right) x_1 - \left( \frac{R_1 L_2 + R_1 L_1}{L_1 L_2} \right) x_2 - \frac{1}{L_2 C_2} x_3. \quad (12)$$

Используя уравнения (10) и (12), получаем стационарную динамическую систему, которая описывается в пространстве состояния следующим матричным уравнением:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{L_2 + L_1}{L_1 L_2 C_1} & -\frac{R_1 L_2 + R_1 L_1}{L_1 L_2} & -\frac{1}{L_2 C_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{L_2 C_1} & -\frac{R_1}{L_2} & -\frac{1}{L_2 C_2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{L_2 + L_1}{L_1 L_2} \\ 0 \\ \frac{1}{L_2} \end{pmatrix} u.$$

**2. Обсуждение результатов.** Для расчета переходных характеристик схемы была составлена файл-функция, программный код которой имеет вид

```
%Function file that defines equation 12
%and save as transient_analysis.m
%and represent the function as xdot=Ax+BU
function[xdot]= transient_analysis(t,x)
xdot=zeros(4,1);
x1=[x(1);x(2);x(3);x(4)];
```

```

L1=1.2;
R1=3000;
L2=0.45;
C1=50e-6;
C2=12e-6;
u=100*sin(10*t);
A=[0 1 0 0;(-L2-L1)/(L1*L2*C1) (-R1*L2-R1*L1)/(L1*L2) -1/(L2*C2) 0;0
0 0 1;-1/(L2*C1) -R1/L2 -1/(L2*C2) 0];
B=[0;(L2+L1)/(L1*L2);0;1/L2];
U=u;
xdot=A*x1+B*U;

```

Произведены правильный выбор и инициализация компонентов схемы, а именно - катушек индуктивности L1 и L2, конденсаторов C1 и C2, резистора R1 и синусоидальной ЭДС  $100\sin(10t)$ .

Для задания схемы, показанной на рис.1, используется описание в пространстве состояний, т.е. конструктор ss (от state space - пространство состояний). Причем выходной сигнал Y в данной задаче не используется. Результаты моделирования показаны на рис.2 и 3 для входного сигнала в виде синусоиды.

Выбирается двумерный график, который используется для определения соответствующих токов цепи через C1 и C2 и дроссель L1.

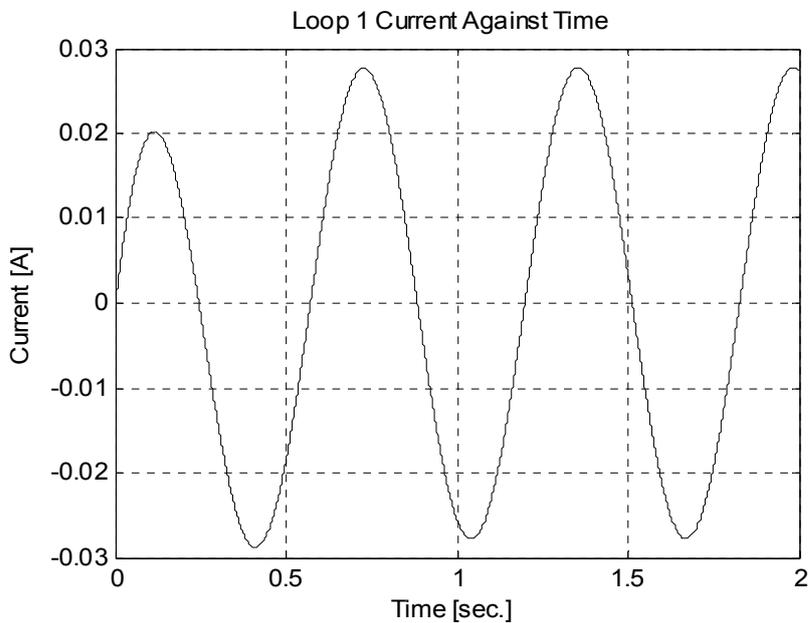


Рис. 2. Кривые отклика для контура 1

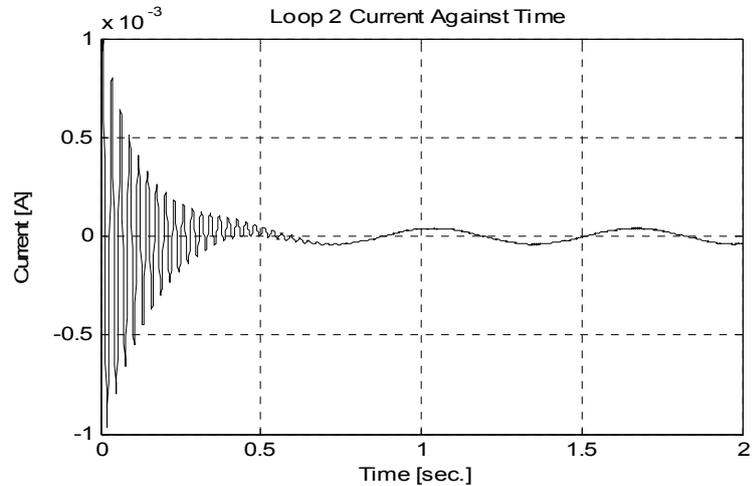


Рис. 3. Кривые отклика для контура 2

**Заключение.** В работе получен элегантный способ решения задач, связанных с переходными процессами в электрических цепях. Показано, что, помимо хорошего знания концепций программирования в среде MATLAB, язык сверхвысокого уровня требует хорошей математической подготовки и знания основных законов анализа цепей.

Разработанный с помощью системы MATLAB метод обладает большим быстродействием и высокой точностью, в результате которого осуществляется довольно подробный анализ переходных процессов в цепи переменного тока.

Поэтому улучшение переходных характеристик стационарных динамических систем может привести к оптимизации динамических параметров микропроцессорных систем и роботов.

Заметим также, что в разработанном методе входные воздействия могут быть не только стандартными (единичный скачок, импульс, синусоида), но и произвольными.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Gilat A.** MATLAB. An introduction with applications. -New York: John Wiley & Sons, Inc, 2011. – 430p.
2. **Hahn B.D., Valentine D.T.** Essential MATLAB for engineers and scientists. -New York: Elsevier, 2018. – 564p.
3. **Kulakowski B.T., Gardner J.F., Shearer J.L.** Dynamic modeling and control of engineering systems.- New York: Cambridge university Press, 2015. – 486p.
4. **Bober W.** Introduction to numerical and analytical methods with MATLAB for engineers and scientists.-London: CRC Press, 2018. – 524p.

Գ.Հ. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ, Ա.Գ. ՔԱՄԱԼՅԱՆ

**ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ԴԻՆԱՄԻԿ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ  
ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ MATLAB ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ**

Գործնական հավելվածներում համակարգերի ցանկալի արտադրողականության բնութագրերը սահմանվում են ժամանակային տիրույթի մեծություն տերմինով: Էներգիայի կուտակման տարրերով համակարգերը չեն կարող ակնթարթորեն արձագանքել և ամեն անգամ կցուցաբերեն անցումային արձագանք, երբ դրանք հանկարծակի ենթարկվեն ներգործությունների կամ խանգարումների: Այս աշխատանքում կիրառվել է ընթացակարգային մոտեցում շղթայի վերլուծության ընթացքում՝ բարդ շղթայի նմուշի վիճակի հավասարումները ստանալու համար: Վիճակի հավասարումները ծրագրավորվել են MATLAB-ում՝ անցումային բնութագրեր առաջացնելու համար: Մոդելավորման արդյունքները կօգտագործվեն միկրոպրոցեսորային կառավարման համակարգերի և ռոբոտների մշակման գործընթացում:

**Առանցքային բաներ.** փոփոխական հոսանք, MATLAB, անցումային գործընթաց, սխեմա, մոդելավորում:

**G.H. KIRAKOSYAN, A.G. QAMALYAN**

**MODELING OF TRANSIENT CHARACTERISTICS OF STATIONARY  
DYNAMIC SYSTEMS IN THE MATLAB ENVIRONMENT**

In practical applications, the desired performance characteristics of systems are specified in terms of time-domain quantities. Systems with energy storage elements cannot respond instantaneously and will exhibit transient response whenever they are suddenly subjected to inputs or disturbances. In this paper, a procedural approach to circuit analysis in arriving at the state equations of a sample complex circuit is applied. The state equations were programmed in MATLAB to generate transient responses. The results of the modeling will be used in the development of microprocessor control systems and robots.

**Keywords:** alternating current, MATLAB, transient process, circuit, modeling.