

M.K. DARAKHCHYAN, L.M. BUNIATYAN, H.G. DARBINYAN,  
S.A. MNATSAKANYAN

### DESIGNING A CONTROL SYSTEM BY THE VERTICAL POSITION OF THE ROD INSTALLED ON A MOBILE PLATFORM

The QUBE-Servo 2 system has been studied to maintain the vertically balanced state of a rod mounted on a manipulator, at that ensuring the specified position of the manipulator. The coefficients of the LQR controller have been calculated, and with the help of a Simulink model, the control of the balanced position of the inverted pendulum has been implemented.

**Keywords:** control system, inverted pendulum, manipulator, controller, state space.

УДК 681.3.06

С.Ш. БАЛАСАНЯН, Э.М. ГЕВОРГЯН

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

(Капан)

Путем сравнительного анализа результатов компьютерных имитационных экспериментов сделан вывод о целесообразности и эффективности применения шагового регрессионного метода при построении статистических моделей технологических процессов.

**Ключевые слова:** статистическая модель, регрессия, учет аргументов, имитационный эксперимент, эффективность.

**Введение.** Построение математических моделей технологических процессов (ТП) часто осуществляется статистическими методами. Одной из основных проблем построения статистических моделей сложных ТП является выбор наилучших входных переменных и определение оптимальной структуры модели. Наряду с широко применяемыми на практике регрессионными методами (всевозможных регрессий, исключения, включения, шаговой регрессии и т.д.) [1-4], выбором наилучшего состава входных переменных и структуры модели используется также метод группового учета аргументов (МГУА) [5, 6].

**Постановка задачи.** С практической точки зрения большой интерес представляет исследование эффективности применения шагового регрессионного метода и МГУА, а также определение условий рационального применения каждого из этих методов.

При классическом регрессионном анализе постулированная модель представляется в следующем виде:

$$\tilde{y} = G(\tilde{x}, \beta) + \tilde{\varepsilon}, \quad (1)$$

где  $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m)$  - вектор входных (зависимых) переменных;  $\tilde{y}$  - случайная выходная (зависимая) переменная;  $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)$  - неизвестный вектор коэффициентов модели;  $\tilde{\varepsilon}$  - случайная величина (случайное возмущение, ошибка, шум), формально учитывающая влияние случайных факторов. Предполагается, что как переменные модели, так и случайное возмущение распределены нормально ( $M[\tilde{\varepsilon}] = 0$ ,  $\sigma_{\varepsilon}^2 = \sigma^2 = const$ ).

С целью сравнения эффективности шагового регрессионного метода и МГУА, с точки зрения их возможности выявления и описания существующих зависимостей между выходными и входными переменными различных объектов, проводились компьютерные имитационные эксперименты.

Блок-схема моделирующего алгоритма приведена на рисунке.

Блок 1 осуществляет ввод исходных данных моделирования: значения параметров  $\mu_j, \sigma_j$  распределения входных переменных  $\tilde{x}_j (j = \overline{1, m})$ , корреляционную матрицу  $\|r_{lj}\|, (l, j = \overline{1, m})$  моделируемого объекта, среднеквадратическое отклонение  $\sigma$  случайного возмущения  $\varepsilon$  и требуемое количество  $n$  имитируемых статистических данных.

Блоки 2-4 осуществляют имитацию функционирования исследуемого объекта в соответствии с соотношением (1), т.е. моделируют возможные реализации вектора входных переменных  $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m)$ , случайного возмущения  $\tilde{\varepsilon}$ , и в соответствии с заданной функцией  $G(x, \beta)$  формируют возможные значения выходной переменной  $\tilde{y}$ . Далее на основании полученных в результате имитационного моделирования исследуемого объекта статистических данных  $\{(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi}, y_i) : i = \overline{1, n}\}$  шаговым регрессионным методом и методом ГУА строятся регрессионная модель  $M_p$ , иерархическая многоуровневая модель  $M_{МГУА}$  и вычисляются коэффициенты детерминации  $R_p^2$  и  $R_{МГУА}^2$  полученных моделей. В процессе имитационных экспериментов были рассмотрены линейные (первого порядка) и квадратичные функции  $G(x, \beta)$  при различных значениях соотношений  $\hat{\sigma}^2 / \hat{\sigma}_y^2$  ( $0 \div 0,5$ ) и количестве реализаций  $n$  ( $50 \div 1000$ ).

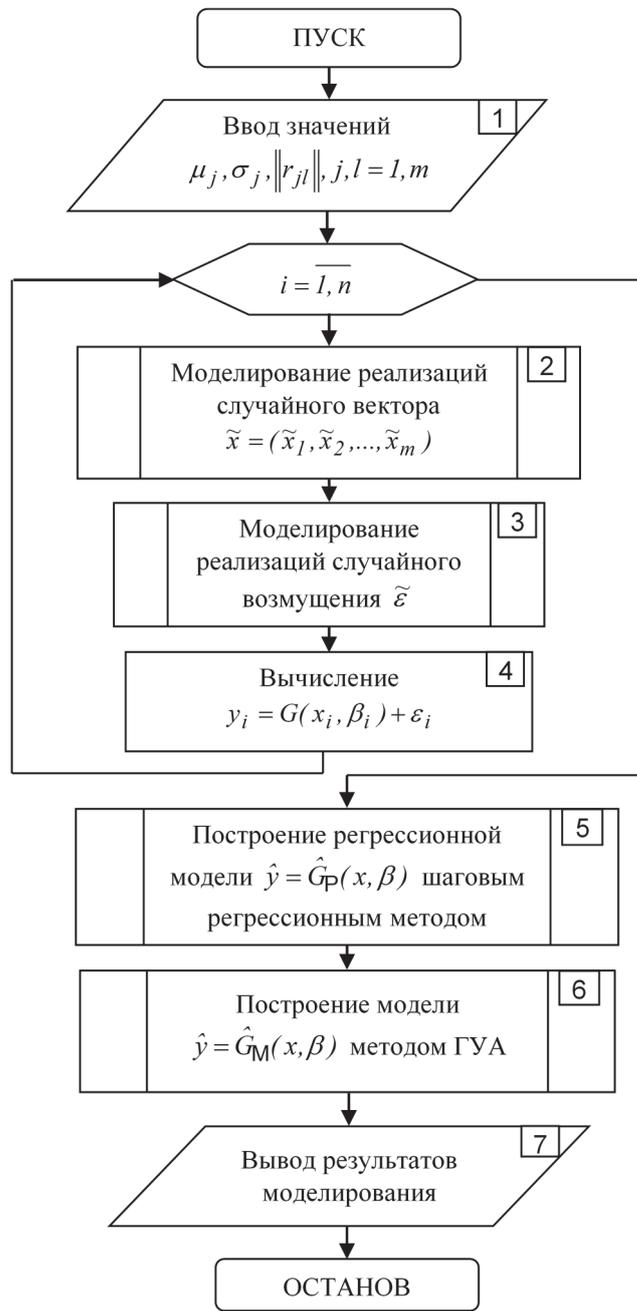


Рис. Блок-схема алгоритма имитационного эксперимента

При построении регрессионных моделей объектов с квадратичными функциями  $G(x, \beta)$  были рассмотрены дополнительные переменные, представляющие собой квадратичные формы переменных первого порядка.

Построенные в результате имитационных экспериментов регрессионные модели всегда совпадали с рассматриваемыми функциями (многочленами)  $G(x, \beta)$  как первого, так и второго порядка. Значения коэффициента  $\hat{R}^2$  находятся в пределах  $0.5 \div 0.81$  и в основном зависят от коэффициентов корреляции  $r_{x,y}$  и величины соотношения  $\hat{\sigma}^2 / \hat{\sigma}_y^2$ .

Построенные методом ГУА модели совпали с рассматриваемыми функциями лишь при отсутствии или незначительном уровне случайного возмущения ( $\hat{\sigma}^2 / \hat{\sigma}_y^2 = 0 \div 0.05$ ). При больших значениях соотношения  $\hat{\sigma}^2 / \hat{\sigma}_y^2$  модели, построенные методом ГУА, несмотря на достаточно большие значения  $R_{\text{МГУА}}^2$ , не совпали с рассматриваемыми функциями и имели иерархическую многоуровневую (до 5-7) структуру и довольно большой порядок ( $8 \div 14$ ) исходных входных переменных.

Значение коэффициента  $R_{\text{МГУА}}^2$  уменьшается с уменьшением значения  $\hat{\sigma}^2 / \hat{\sigma}_y^2$ , оставаясь при этом всегда больше значения  $R_p^2$  регрессионных моделей.

**Заключение.** Высокое прогнозирующее свойство моделей, построенных методом ГУА, особенно проявляется при малых выборках, соизмеряемых с количеством входных переменных, полученных при незначительном статистическом шуме. Учитывая практический опыт построения статистических моделей производственных процессов и на основании сравнительного анализа полученных результатов имитационных экспериментов, можно сделать следующие выводы.

1. Статистические данные, полученные в результате пассивных экспериментов (наблюдений) над нормально функционирующими технологическими системами, измеряются с заметными погрешностями, иногда соизмеримыми со среднеквадратическими отклонениями переменных.

2. Входные и выходная переменные современных, обычно автоматизированных технологических процессов изменяются в небольших пределах, при которых вполне достаточно рассмотрение математических моделей в виде многочлена  $G(x, \beta)$  второго порядка.

Как показывает практический опыт математического моделирования производственных процессов, при вышеописанных условиях более эффективно применение регрессионных методов, особенно метода шаговой регрессии и его модификаций, используемых во многих современных прикладных программных средствах статистического анализа производственных процессов (Data Mining и т.п.). Несмотря на сравнительно невысокое прогнозирующее свойство, эти модели достаточно адекватны, компактны и вполне пригодны для оперативного управления технологическими процессами.

3. МГУА, который следует рассматривать скорее как своеобразный метод интерполяции, чем метод идентификации объектов, целесообразно и эффективнее использовать при малочисленных, измеренных достаточно точно статистических данных.

4. Построенные методом ГУА статистические иерархические многоуровневые модели настолько громоздки и сложны, что, несмотря на хорошее прогнозирующее свойство, практически мало пригодны для использования с целью оперативного управления современными технологическими процессами. Чрезмерная сложность этих моделей, включающих переменные высокого порядка (до 14-20), исключает возможность их исследования аналитическими методами.

5. Сравнительно высокое прогнозирующее свойство моделей, построенных методом МГУА, обеспечивается как исключением мало информативных переменных, так и за счет описания случайного возмущения. Последнее обстоятельство, несмотря на хорошее прогнозирующее свойство моделей, построенных МГУА, является основной причиной их несовпадения с постулированными функциями  $G(x, \beta)$  в имитационных экспериментах.

Таким образом, регрессионные методы, позволяющие выбрать наилучший состав входных переменных и оптимальную структуру модели, были и остаются наиболее эффективными методами построения статистических моделей сложных технологических процессов.

МГУА целесообразно использовать при построении статистических моделей таких объектов, переменные которых могут быть измерены с высокой точностью и нет возможности получить необходимое количество статистических данных (объем выборки соизмерим с числом входных переменных).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Draper N.R., Smith H.** Applied regression analysis.- 3 ed.- «Wiley-Interscience», 1998.- 736p.
2. **George A.F. Seber, Alan J. Lee.** Linear Regression Analysis.- 2 ed.-Wiley, 2012.- 592 p.
3. **Frost Jim.** Regression Analysis: An Intuitive Guide for Using and Interpreting Linear Models.- Statistics By Jim Publishing, 2020.- 355 p.
4. **Fox John.** Applied Regression Analysis and Generalized Linear Models.- 3 ed.-SAGE, 2015.-791 p.
5. **Dag O., Yozgatligil C.** GMDH: An R Package for Short Term Forecasting via GMDH-Type Neural Network Algorithms // R Journal.- 2016. - Vol. 8/1. - P. 379-386.
6. **Ивахненко А.Г.** Принятие решений на основе самоорганизации.-М.: Сов. радио, 1976.-280с.

## Ս.Շ. ԲԱԼԱՍԱՆՅԱՆ, Հ.Մ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

### ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՄԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏՈՒԹՅԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԻ ՄՈԴԵԼՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Քոմպյուտերային նմանակային գիտափորձերի արդյունքների համեմատական վերլուծության միջոցով ձևավորվել է եզրակացություն՝ տեխնոլոգիական գործընթացների վիճակագրական մոդելների կառուցման դեպքում քայլային ռեգրեսիոն մեթոդի կիրառման նպատակահարմարության և արդյունավետության մասին:

**Առանցքային բաներ.** վիճակագրական մոդել, ռեգրեսիա, արգումենտների հաշվառում, նմանակային գիտափորձ, արդյունավետություն:

## S.SH. BALASANYAN, H.M. GEVORGYAN

### STUDYING THE EFFECTIVENESS OF APPLYING STATISTICAL METHODS IN BUILDING MODELS OF TECHNOLOGICAL PROCESSES

Through comparative analysis of the results of computer simulation experiments, a conclusion has been drawn regarding the appropriateness and effectiveness of applying the stepwise regression method in the construction of statistical models for technological processes.

**Keywords:** statistical model, regression, data handling, computer experiment, efficiency.