ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՃԱՐՏԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ (ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿ) ՏԱՐԵԿԱՆ ԳԻՏԱԺՈՂՈՎ

ՆՅՈՒԹԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

ՀԱՏՈՐ 1

ГОДИЧНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ГОСУДАРСТВЕННОГО ИНЖЕНЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА (ПОЛИТЕХНИК) АРМЕНИИ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

ТОМ 1

ԵՐԵՎԱՆ 2005 ЕРЕВАН

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՃԱՐՏԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ (ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿ) ՏԱՐԵԿԱՆ ԳԻՏԱԺՈՂՈՎ

ՆՅՈՒԹԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

24– 28 հոկտեմբեր
2005թ.

Հատոր 1

ГОДИЧНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ГОСУДАРСТВЕННОГО ИНЖЕНЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА (ПОЛИТЕХНИК) АРМЕНИИ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

Том 1

Երևան 2005 Ереван

Տպագրվում է Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանի (Պոլիտեխնիկ) 30 մարտի 2005թ. Գիտական խորհրդի թիվ 46 որոշմամբ:

Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանի (Պոլիտեխնիկ) տարեկան գիտաժողով. Նյութերի ժողովածու, Երևան, ՀՊՃՀ 2005: 3 հատորով: Հատոր 1- 360 էջ:

Ժողովածուի մեջ ընդգրկված են ՀՊՃՀ տարեկան գիտաժողովին ներկայացված (2005թ. հոկտեմբերի 24-28) և փորձաքննական հանձնաժողովների կողմից երաշխավորված զեկուցումները:

Պատվեր՝ 1168 Տպաքանակ՝ 120

Տպագրված է Հայաստանի Պետական ճարտարագիտական Համալսարանի տպարանում

Երևան, Տերյան 105

ԴԻՐԻԽԼԵԻ ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ ԿՇՌԱՅԻՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՒՄ

Հ. Հայրապետյան

1. Դիցուք $D=\{z;|z|<1\}$ միավոր շրջան է կոմպլեքս հարթության մեջ, $T=\{z:|z|=1\}$ - նրա եզրագիծն է: Դիտարկենք Դիրիխլեի խնդիրը այդ շրջանում հետևյալ դրվածքով: Գտնել $u(z)$ հարմոնիկ ֆունկցիան D - ում այնպես, որ տեղի ունենա հետևյալ եզրային պայմանը.

$$\lim_{r\to 1-0}\|u(rt)-f(t)\|_{L^1(\rho)}=0 \ , \qquad (1)$$

որտեղ ρ - ն կշռային ֆունկցիա է և $f\in L^1(\rho)$: Երբ $\rho(t)$, $t\in T$, ֆունկցիան ունի մեկ եզակիության կետ $(t=1)$ և այդ կետում այն պատկանում է RO դասին [1], (1) խնդիրը ուսումնասիրված է այն դեպքում, երբ եզակիության կարգը

$$\alpha=\sup\left\{\beta;|1-t|^{-\beta}\rho(t)\in L^{\infty}(T)\right\}$$

ոչ բացասական է (տես. [2]) : Ներկա աշխատանքում (1) խնդիրը հետազոտվում է այն դեպքում, երբ α - ն կամայական իրական թիվ է:

2. $t=1$ կետը $\rho(t)$ ֆունկցիայի համար կոչվում է եզակիության կետ, եթե այդ կետի ցանկացած $U\in T$ շրջակայքում տեղի ունեն հետևյալ պայմաններից գոնե մեկը $\rho(t)\notin L^{\infty}(U)$ կամ $(\rho(t))^{-1}\notin L^{\infty}(U)$: Քանի որ, ըստ պայմանի ենթադրվում է, որ $\rho(t)$ ֆունկցիան $t=1$ կետում պատկանում է RO դասին, ուստի այն ունի հետևյալ ներկայացումը [1]

$$\rho\left(e^{i\theta}\right)=\exp\left\{g_1(\theta)+\frac{1}{2\pi i}\int_{\theta}^{\pi}\frac{g_2(\lambda)}{\lambda}d\lambda\right\} \ , \qquad (2)$$

երբ $\theta\in(0,\pi]$, որտեղ g_1 և g_2 ֆունկցիաները սահմանափակ են $[0;\pi]$-ում: Նմանատիպ ներկայացում տեղի ունի նաև, երբ $\theta\in[-\pi,0)$: Այստեղից հետևում է, որ եթե $\rho(t)$ RO դասի ֆունկցիա է $t=1$ կետում, ապա α - ն վերջավոր թիվ է:

Նշանակենք $\gamma=[\alpha]+1$, $\rho_1(t)=|1-t|^{-\gamma}\rho(t)$: [1] աշխատանքում ապացուցվել է հետևյալ պնդումը. որպեսզի (1) խնդիրը ունենա լուծում ցանկացած

$f \in L^1(\rho)$ ֆունկցիայի համար անհրաժեշտ է և բավարար, որպեսզի ρ_1 ֆունկցիան բավարարի հետևյալ պայմանը

$$M(\rho_1)(t) < C\rho_1(t) \quad , \tag{2}$$

որտեղ M -ը Հարդի-Լիթլվուդի մաքսիմալ ֆունկցիան է, C -ն հաստատուն է:
Երբ $\alpha < 0$ (1) պայմանի մեջ անհրաժեշտ է կատարել որոշակի փոփոխություն: Պատճառը այն է, որ ի տարբերություն նախորդ դեպքի, ընդհանրապես տեղի չունի $u(rt) \in L^1(\rho)$ առնչություն և, հետևաբար, (1) կորցնում է իր իմաստը: Այնպես որ, այս դեպքում, այդ պայմանը անհրաժեշտ է փոխարինել մեկ այլ պայմանով, որը ավելի ընդհանուր է և թույլ է տալիս հետազոտել Դիրիխլեի խնդիրը նաև այս դեպքում: Ներմուծենք հետևյալ ֆունկցիան

$$\rho_r(t) = |1 - rt|^{-\gamma} \rho_1(t)$$

և դիտարկենք Դիրիխլեի խնդիրը հետևյալ դրվածքով. Գտնել $u(z)$ հարմոնիկ ֆունկցիան D - ում այնպես, որ տեղի ունենա հետրյալ եզրային պայմանը:

$$\lim_{r \to 1-0} \|u(rt) - f(t)\|_{L^1(\rho_r)} = 0 \quad : \tag{3}$$

Համասեռ խնդիր ասելով կհասկանանք այն դեպքը, երբ (3)-ում $f \equiv 0$: Տեղի ունեն հետևյալ պնդումները.

Թեորեմ 1. Եթե $\alpha < 0$, ապա Դիրիխլեի (3) համասեռ խնդիրը բացի զրոական լուծումից այլ լուծումներ չունի:

Թեորեմ 2. Դիցուք $\alpha \in (-1, 0)$: Որպեսզի (3) խնդիրը ունենա լուծում ցանկացած $f \in L^1(\rho)$ ֆունկցիայի համար անհրաժեշտ է և բավարար, որպեսզի տեղի ունենա (2) պայմանը:

Թեորեմ 3. Եթե տեղի ունի (2) պայմանը, ապա (3) եզրային խնդիրը ունի լուծում ցանկացած $f \in L^1(\rho)$ ֆունկցիայի համար և այդ լուծումը տրվում է հետևյալ բանաձևով:

$$u(z) = Re\Big(\frac{1}{2\pi(1-z)^\gamma}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(e^{i\theta})(1-e^{i\theta})^\gamma e^{i\theta}d\theta}{e^{i\theta}-z} +$$

$$+\frac{z^{\gamma+1}}{2\pi(1-z)^\gamma}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(e^{i\theta})(1-e^{i\theta})^\gamma d\theta}{e^{i\gamma\theta}(e^{i\theta}-z)}\Big) \quad :$$

Գրականություն

1. Сенета Е. Правильно меняющиеся функции. -М.:Наука.- 1975.- 143с..
2. Айрапетян Г.М. Задача Дирихле в пространствах с весом. -2001.-Т.36.- N3, С.12-35.

НЕЛОКАЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БИЦАДЗЕ В ЕДИНИЧНОМ КРУГЕ

Н.Товмасян, А. Бабаян

Пусть $D = \{z \,||\, z| < 1\}$ – единичный круг комплексной плоскости и $\Gamma = \partial D$ – его граница. В области D рассмотрим уравнение Бицадзе ([1]):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \bar{z}^2}(x, y) = 0, \ (x, y) \in D \tag{1}$$

Решение уравнения (1) предполагается принадлежащим $C^{(1,\alpha)} \bigcap C^2(D)$ и на границе Γ удовлетворяет условию

$$a\frac{\partial u}{\partial z}(x, y) + b\frac{\partial u}{\partial \bar{z}}(x, y) + c\frac{\partial u}{\partial z}(x, -y) +$$
$$+ d\frac{\partial u}{\partial \bar{z}}(x, -y) = F(x, y), \ (x, y) \in \Gamma. \tag{2}$$

Здесь a, b, c и d – комплексные постоянные, F – заданная на Γ функция, удовлетворяющая условию Гельдера, а $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)$ и $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right)$ – комплексные операторы дифференцирования.

Пусть (x_0, y_0) – фиксированная точка границы Γ. Будем предполагать, что в этой точке неизвестная функция u удовлетворяет дополнительным условиям

$$\alpha u'_z(x_0, y_0) + \beta u'_{\bar{z}}(x_0, y_0) = Q_1, \ (x_0, y_0) = Q_0. \tag{3}$$

Здесь Q_0 и Q_1 – произвольные комплексные постоянные, а постоянные α и β удовлетворяют соотношению

$$det\begin{pmatrix} a+c & b+d \\ \alpha & \beta \end{pmatrix} \neq 0. \tag{4}$$

Если a и b или c и d обращаются в нуль, то задача (1), (2) приводится к задаче Пуанкаре для уравнения (1), которая для неправильно эллиптического уравнения (1) не является нетеровой (см. [1,2]). Нетеровость общей локальной граничной задачи (когда значения всех слагаемых в (2) вычисляются в одной точке $(x, y) \in \Gamma$) для эллиптической системы второго порядка с действительными коэффициентами была исследована в [3], а для одного уравнения второго порядка с комплексными коэффициентами (когда в (2)содержатся производные функций u и $\bar{u}$) – в [4]. В настоящей работе по коэффициентам граничного условия (2) определяются условия нетеровости задачи (1), (2), (3) а также описана эффективная процедура решения данной задачи.

Доказывается следующая теорема.

Теорема 1 *Задача* (1), (2), (3) *является нетеровой тогда и только тогда, когда*

$$ad - bc \neq 0. \tag{5}$$

Пусть это неравенство выполнено. Тогда при условии

$$ad - bc \neq c^2 - a^2 \tag{6}$$

задача (1), (2), (3) однозначно разрешима. Если это условие не выполнено, то для разрешимости неоднородной задачи (5), (2), (3) необходимо и достаточно, чтобы граничная функция F удовлетворяла одному условию ортогональности. Соответствующая однородная задача при этом имеет одно линейно независимое решение.

Доказательство.. Общее решение задачи (1), (2) представим в виде

$$u(x,y) = \Phi(z) + \bar{z}\Psi(z) + C_0 + C_1 z + C_2\bar{z} + C_3 z\bar{z}. \tag{7}$$

Здесь Φ и Ψ – аналитические в D функции, такие, что $\Phi(0) = \Phi'(0) = \Psi(0) = \Psi'(0) = 0$, а C_j ($j = 0,1,2,3$)– постоянные. После подстановки в граничное условие ((2) имеем

$$\begin{aligned} &a\Phi'(z) + a\bar{z}\Psi'(z) + b\Psi(z) + c\Phi'(\bar{z}) + cz\Psi'(\bar{z}) + d\Psi(\bar{z}) + \\ &+ (c+b)C_3 z + (a+d)C_3\bar{z} + (a+c)C_1 + (b+d)C_2 = \\ &= F(x,y), (x,y) \in \Gamma. \end{aligned} \tag{8}$$

Представим функцию F в виде суммы функций, допускающих аналитическое продолжение внутрь и вне единичной окружности

$$F(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k z^k + \sum_{k=1}^{\infty} q_{-k} z^{-k} + q_0 \equiv G(z) + H(z^{-1}) + q_0$$

(здесь G и H - аналитические в круге функции, такие, что $G(0) = H(0) = 0$), и используем равенство $z\bar{z} = 1$ при $z \in \Gamma$. Тогда, отделяя в (8) функции, допускающие аналитическое продолжение вне и внутрь D, и вводя новую функцию $\Phi_1(z) = \Phi'(z) + z^{-1}\Psi'(z) - \Psi''(0)$, аналитическую в D (при этом $\Phi_1(0) = 0$), получим систему для определения Φ_1 и Ψ:

$$\begin{aligned} &a\Phi_1(z) + b\Psi(z) + (b+c)C_3 z + \\ &+ (a+c)(C_1 + \Psi''(0)) + (b+d)C_2 = H(z) + q_0, \\ &c\Phi_1(z) + d\Psi(z) + (a+d)C_3 z = G(z). \end{aligned} \tag{9}$$

Так как эти соотношения выполняются при всех $z \in D$, то, под-

ставляя $z = 0$, получим

$$(a+c)(C_1 + \Psi''(0)) + (b+d)C_2 = q_0. \tag{10}$$

Далее, дифференцируя оба уравнения (6) и снова подставляя $z = 0$, получим систему для определения C_3 и $\Phi_1'(0)$:

$$a\Phi_1'(0) + (b+c)C_3 = H'(0),\ c\Phi_1'(0) + (a+d)C_3 = G'(0). \tag{11}$$

Используя равенства (6) и (7), систему (7) представим в виде

$$\begin{aligned} &a(\Phi_1(z) - \Phi_1'(0)z) + b\Psi(z) = H(z) - H'(0)z, \\ &c(\Phi_1(z) - \Phi_1'(0)z) + d\Psi(z) = G(z) - G'(0)z. \end{aligned} \tag{12}$$

Рассмотрим систему (12). При условии $ad - bc \neq 0$ из этой системы однозначно определяются функции $\Phi_1(z) - \Phi_1'(0)z$ и $\Psi(z)$. Далее из (11), если основной определитель этой системы отличен от нуля, то есть при условии (6), однозначно определяем C_3 и $\Phi_1'(0)$. Затем из (10) и (3), используя (4), однозначно определяем C_j при $j = 0,1,2$. Если условие (6) не выполнено, то для разрешимости (11) необходимо, чтобы правая часть системы удовлетворяла равенству $cH'(0) = aG'(0)$, то есть граничная функция F должна удовлетворять одному условию ортогональности. При этом задача (1), (2), (3) имеет решение, а соответствующая однородная задача имеет одно линейно независимое решение. Итак, при условии (5) задача (1), (2), (3) фредгольмова. Если $ad - bc = 0$, то для того, чтобы система (12) имела решение, необходимо, чтобы функции H и G удовлетворяли условию

$$d(H(z) - H'(0))z = b(G(z) - G'(0)z),\ z \in D,$$

то есть граничная функция F должна удовлетворять бесконечному числу условий, и, следовательно, исходная задача не является нетеровой. Теорема доказана.

Отметим, что при нарушении условия (6) единственное решение однородной задачи определяется в явном виде. В частности, при $b + c \neq 0$ это решение определяется по формуле

$$u(x,y) = \frac{z^2}{2} - \frac{az\bar{z}}{b+c} + C_1 z + C_2\bar{z},$$

где постоянные C_1, C_2 определяются из системы

$$\begin{aligned} &(a+c)C_1 + (b+d)C_2 = 0, \\ &\alpha C_1 + \beta C_2 = \frac{a\alpha\bar{z}_0 + a\beta z_0}{b+c} - \alpha z_0. \end{aligned}$$

Здесь $z_0 = x_0 + iy_0$, (x_0, y_0)– фиксированная точка границы Γ из

С этой последовательностью ассоцируется следующая система функций:

$$\omega_{n,k}(x)=\frac{\prod\limits_{j=k+1}^{n}\lambda_j}{2\pi i}\int\limits_C\frac{e^{x\zeta}d\zeta}{\prod\limits_{j=k}^{n}(\zeta+\lambda_j)}$$

$$\sigma_{nk}=\sum_{j=k+1}^{n}\frac{1}{\lambda_j}$$

В работах [2,3] автором были введены обобщенные полиномы С. Бернштейна

$$\sum_{k=0}^{n}f(\sigma_{nk})\omega_{n,k}(x).$$

Интересно отметить, что если $\lambda_j=j$, $e^{-x}=t$, $0\le t\le 1$, то получим

$$\omega_{nk}(-\ln t)=C_n^k t^k(1-t)^{n-k}.$$

Эти приближающие операторы дают аппроксимацию для непрерывной на промежутке $[0,+\infty]$ функции.

Если использовать метод возрастающих множителей, то получится приближение в промежутке $(-\infty,+\infty)$. Эти приближающие квазиполиномы имеют вид

$$H_n[f(t);x]=\sum_{k=0}^{n}f(\sigma_{n,k}-\ln\alpha_n)\omega_{nk}(x+\ln\alpha_n)$$

при ограничениях на последовательность $\{\alpha_n\}$, а именно,

$$\alpha_n e^{-\sum\limits_{j=1}^{n}\frac{1}{\lambda_j}}\to 0,\quad n\to\infty$$

В частном случае $\lambda_j=j$. Из этих квазиполиномов получим классические полиномы Хлодовского.

В заключение отметим, что эти приближающие операторы порождают проблему моментов Гамбургера.

Литература

1. Chlodowsky. Compositio Math. -1937. -V.4. P.380-393.
2. Багиян Р.А. //ДАН АрмССР. -1975. -Т.61, N 3.
3. Багиян Р.А.// Известия АН АрмССР. -1991.- Т.26, N 4.

ТЕОРЕМЫ РАЗЛОЖЕНИЯ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ Ric-ПОЛУСИММЕТРИЧЕСКИХ ПОДМНОГООБРАЗИЙ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

В.Мирзоян, Г.Аракелян, О.Хосровян

Риманово многообразие M называется Ric-полусимметрическим, если его тензор Риччи R_1 удовлетворяет условию полупараллельности $R(X,Y)\cdot R_1=0$. Общая классификационная теорема для этого класса многообразий была доказана в [1]. Она гласит, что риманово многообразие является Ric-полусимметрическим тогда и только тогда, когда оно либо двумерно, либо эйнштейново, либо полуэйнштейново, либо является произведением перечисленных классов многообразий. В [2,3] было доказано, что всякий конус над произвольным эйнштейновым пространством является примером полуэйнштейнова пространства. Ric-полусимметрические гиперповерхности в евклидовых пространствах классифицированы в [4]. В этой работе геометрически описана гиперповерхность, которая представляет собой пример конуса над эйнштейновым пространством. В [3] этот же конус уже выступает в качестве подмногообразия произвольной коразмерности. Ric-полусимметрические подмногообразия, удовлетворяющие более сильным условиям, геометрически были описаны в [5,6].

В процитированных выше работах при изучении различных классов подмногообразий в качестве одной из основных проблем выступает проблема приводимости (или разложимости) подмногообразия. Эта проблема в общем случае является очень сложной, однако для многих частных классов подмногообразий она разрешима. Выделение неприводимых подмногообразий упрощает задачу исследования и позволяет строить новые подмногообразия путем составления произведения из неприводимых.

Целью настоящей работы является формулирование ряда структурных теорем для Ric-полусимметрических подмногообразий в евклидовых пространствах при некоторых дополнительных условиях.

Справедливы следующие теоремы разложения.

Теорема 1. Пусть M является Ric-полусимметрическим подмногообразием с нулевым индексом дефектности в евклидовом пространстве E_n. Если подпространства собственных векторов (или просто собственные подпространства) тензора Риччи R_1 в каждой точке сопряжены относительно второй фундаментальной формы α_2, то M локально разлагается в прямое произведение неплоских двумерных и эйнштейновых подмногообразий с нулевым индексом дефектности.

Доказательство теоремы 1 опирается на достаточный признак приводимости Дж.Мура и на V – и Z-разложения З.Сабо касательного пространства риманова многообразия в данной точке, которые строятся с использованием примитивной группы голономии. Условие Ric-полусимметричности подмногообразия позволяет строить V – разложение при помощи подпространств собственных векторов тензора Риччи. Далее V –

разложение продолжается до соответствующего Z – разложения, которое фактически представляет собой каноническое разложение да Рама.

Теорема 2. Пусть M является нормально плоским Ric-полусимметрическим подмногообразием с нулевым индексом дефектности в E_n. Тогда M локально разлагается в прямое произведение нормально плоских неплоских двумерных подмногообразий и нормально плоских эйнштейновых подмногообразий с нулевым индексом дефектности.

В теореме 2, а также во всех следующих теоремах условие плоской нормальной связности является существенным. В [7] было доказано, что тензор Риччи нормально плоского подмногообразия в евклидовом пространстве одновременно со всеми вторыми фундаментальными тензорами приводится к диагональному виду. Отсюда следует, что подпространства собственных векторов тензора Риччи, в случае плоской нормальной связности, будут сопряжены относительно второй фундаментальной формы, что является одним из условий признака Дж.Мура.

Теорема 3. Пусть M является нормально плоским Ric-полусимметрическим подмногообразием в E_n с ненулевым индексом дефектности. Если собственное распределение тензора Риччи R_1, отвечающее нулевому собственному значению, является параллельным, то M разлагается в прямое произведение нормально плоских подмногообразий $M_1, \ldots, M_p$, где M_1 - риччи-плоское с таким же индексом дефектности, что и M, а каждое M_k, k>1, является либо неплоским двумерным, либо эйнштейновым (но не риччи-плоским) подмногообразием.

Теорема 4. Пусть M является нормально плоским Ric-полусимметрическим подмногообразием в E_n с ненулевым индексом дефектности и пусть распределение дефектности $T^{(0)}$ является омбилическим относительно любого нормального векторного поля. Тогда M разлагается в прямое произведение двумерных, эйнштейновых и полуэйнштейновых нормально плоских подмногообразий.

Теорема 5. Пусть M является нормально плоским Ric-полусимметрическим подмногообразием в E_n с ненулевым индексом дефектности и пусть собственное распределение тензора Риччи R_1, отвечающее нулевому собственному значению, является омбилическим относительно любого нормального векторного поля. Тогда M разлагается в прямое произведение так же, как и в теореме 4.

Теорема 6. Пусть M является нормально плоским Ric-полусимметрическим подмногообразием в E_n и пусть его индекс дефектности совпадает в каждой точке с индексом относительной дефектности. Тогда M разлагается в прямое произведение так же, как и в теореме 4.

Теорема 7. Пусть M является нормально плоским минимальным Ric-полусимметрическим подмногообразием в E_n. Тогда M разлагается в прямое произведение нормально плоских подмногообразий $M_1, \ldots, M_p$, где каждое M_k является либо двумерным, либо эйнштейновым, либо полуэйнштейновым.

Следующая теорема дает геометрическое описание одного класса минимальных Ric-полусимметрических подмногообразий.

Теорема 8. Пусть в евклидовом пространстве E_n m-мерное нормально плоское минимальное полуэйнштейново подмногообразие M индекс дефектности $\mu \geq 1$ имеет в каждой точке q $(3 \leq q \leq n-m+1)$ ненулевых главных векторов кривизны $n_1, \ldots, n_q$ с кратностями $p_1 \geq 2, \ldots, p_q \geq 2$ соответственно. Если соответствующие этим векторам собственные распределения параллельны на M друг относительно друга (но не относительно распределения дефектности), то 1) векторы $n_1, \ldots, n_q$ образуют попарно равные углы и $p_1 = \cdots = p_q (= p)$, 2) $M = E_{\mu-1} \times P$, где $E_{\mu-1}$ - $(\mu-1)$-мерная плоскость, а подмногообразие P несет $(q+1)$-компонентную ортогональную сопряженную систему, состоящую из q одинаковых сфер $S_1^p(R), \cdots, S_q^p(R)$ $(p \geq 2)$ и прямой L, и представляет собой конус (с образую-щей L в каждой точке) над прямым произведением $S_1^p(R) \times \cdots \times S_q^p(R)$, которое: а) является pq-мерным эйнштейновым подмногообразием в $E_{n-\mu+1}$; б) принадлежит гиперсфере $S^{n-\mu}(\overline{R})$ пространства $E_{n-\mu+1}$ и является минимальным в этой гиперсфере; радиусы R и $\overline{R}$ связаны условием $\overline{R}^2 = qR^2$ и являются линейными (но непостоянными) функциями на L.

Литература

1. Мирзоян В.А. Структурные теоремы для римановых Ric-полусимметрических пространств // Известия вузов. Математика. – 1992. – N° 6. – С.80-89.
2. Мирзоян В.А. Конусы над эйнштейновыми пространствами // Известия НАН Армении. Математика. – 1998. -Т.33, N° 5. – С.46-54.
3. Мирзоян В.А. Скрещенные произведения, конусы над эйнштейновыми пространствами и классификация одного класса Ric-полупараллельных подмногообразий // Известия РАН. Сер. Математическая. – 2003. – Т.67, N° 5. – С.107-124.
4. Мирзоян В.А. Классификация Ric-полупараллельных гиперповерхностей в евклидовых пространствах // Математический сборник. – 2000. – Т.191, N° 9. – С.65-80.
5. Лумисте Ю.Г. Полусимметрические подмногообразия // Итоги науки и техники. Проблемы геометрии. – М.: ВИНИТИ. – 1991. – Т.23. – С.3-28.
6. Lumiste Ü. Stmiparallelity, semisymmetricity, and Ric- semisymmetricity for flat submanifolds in Euclidean space // Proc.Estonian Acad.Sci.Phys.Math.- 2002. – 51, N° 2. – P.67-85.
7. Мирзоян В.А. Подмногообразия с параллельным тензором Риччи в евклидовых пространствах // Известия вузов. Математика. – 1993. - N° 9. – С.22-27.

СВЯЗЬ НОРМЫ БУЛЕВОЙ ФУНКЦИИ И АКТИВНОСТЕЙ ЕЕ АРГУМЕНТОВ

Н. Бадалян

Активности аргументов булевой функции являются ее важными функциональными характеристиками. Содержательный смысл активности данного аргумента является мерой зависимости функции от этого аргумента.

В данной работе устанавливается связь между нормой булевой функции и ее активностями. Показывается, что если норма достаточно близка к одной из постоянных 0 и 1, то активности достаточно близки к нулю.

Рассмотрим булеву функцию $f(x_1,...,x_n)$, активности аргументов которой равны $\omega_1,...,\omega_n$. Как известно [1-7], активность определяется следующим образом:

$$\omega_i = \| f(x_1,...,x_i,...,x_n) \oplus f(x_1,...,\overline{x_i},...,x_n) \|,\ i=1,2,...,n. \quad (1)$$

<u>Теорема</u>.

Для любой булевой функции $f(x_1,...,x_n)$ имеет место следующее неравенство:

$$\max_i \frac{\omega_i}{2} \le \| f \| \le 1 - \max_i \frac{\omega_i}{2}.$$

<u>Доказательство</u>.

Из (1) и свойств нормы имеем

$$\omega_i = \| f(x_1,...,x_i,...,x_n) \oplus f(x_1,...,\overline{x_i},...,x_n) \| =$$

$$= \| f(x_1,...,x_i,...,x_n) \| + \| f(x_1,...,\overline{x_i},...,x_n) \| -$$

$$-2 \| f(x_1,...,x_i,...,x_n) f(x_1,...,\overline{x_i},...,x_n) \| =$$

$$= 2 \| f(x_1,...,x_i,...,x_n) \| - 2 \| f(x_1,...,x_i,...,x_n) f(x_1,...,\overline{x_i},...,x_n) \|,$$

из него следует

$$\| f(x_1,...,x_n) \| = \| f(x_1,...,x_i,...,x_n) f(x_1,...,\overline{x_i},...,x_n) \| + \frac{\omega_i}{2} \ge \frac{\omega_i}{2},$$

т.е. для любого аргумента x_i:

$\| f(x_1,...,x_n) \| \ge \frac{\omega_i}{2}$, а следовательно,

$$\| f(x_1,...,x_n) \| \ge \max_i \frac{\omega_i}{2}. \quad (2)$$

Поскольку полученное неравенство имеет место для любой функции $f(x_1,...,x_n)$, то оно справедливо и для функции $\overline{f}(x_1,...,x_n)$. Так как активности аргументов функций $f(x_1,...,x_n)$ и $\overline{f}(x_1,...,x_n)$ равны, имеем

$\| \overline{f}(x_1,...,x_n) \| = \| 1 \oplus f(x_1,...,x_n) \| \ge \max_i \frac{\omega_i}{2}$, из чего следует

$1 - \| f(x_1,...,x_n) \| \ge \max_i \frac{\omega_i}{2}$, т.е.

$$\| f(x_1,...,x_n) \| \le 1 - \max_i \frac{\omega_i}{2} \quad (3)$$

Из (2) и (3) получим

$$\max_i \frac{\omega_i}{2} \le \| f(x_1,...,x_n) \| \le 1 - \max_i \frac{\omega_i}{2}.$$

В частности, если $\omega_i = 1$, то $\| f \| = \frac{1}{2}$.

Итак, если $\min\{\| f(x_1,...,x_n) \|, \| \overline{f}(x_1,...,x_n) \|\} < \varepsilon$, то $\max_i \frac{\omega_i}{2} < \varepsilon$.

Результаты работы могут быть применены в области проектирования схем при выделении важной части схемы с целью верификации и тестирования.

Дело в том, что важной частью схемы является ее подсхема, входами которой являются входы схемы, которым соответствуют наиболее активные аргументы функции, реализуемой этой схемой. Наиболее пассивные «части» схемы зависят от тех входов, которым соответствуют наиболее пассивные аргументы функции.

Литература

1. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. – М.:Наука , 1979. - 272с.
2. Журавлев Ю.И. Алгоритмы построения минимальных дизъюнктивных нормальных форм для функций алгебры логики.- В кн.: Дискретная математика и математические вопросы кибернетики / Под ред С.В. Яблонского и О.Б. Лупанова.- М.:Наука, 1974, м.1. -С. 67-98.
3. Бозоян Ш. Е. , Торосян Б.Е. Исследование функций алгебры логики с точки зрения активности совокупности переменных // Изв.АН Арм СССР . Математика. -1979, 14, 2. - С. 124-141.
4. Бозоян Ш.Е. Язык описания функциональных схем //Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. -1978. -6. –С.158-166.
5. Бозоян Ш.Е., Егиазарян В.С. Некоторые процедуры над логическими схемами и их реализация на языке Alex // Электронный журнал

"ИССЛЕДОВАНО В РОССИИ" ,. http://zhurnal.ape.relarm.ru/2003/073.pdf -С. 817-824 .
6. Бозоян Ш.Е., Егиазарян В.С. Новый подход к модульно-ориентированному проектированию систем на чипах // Электронный журнал "ИССЛЕДОВАНО В РОССИИ", http://zhurnal.ape.relarm.ru/2003/115.pdf . -С.1386-1395.
7. Բոզոյան Շ.Ե. Բուլյան ֆունկցիաներ և թվային սխեմաների նկարագրության ALEX լեզուն: //Ուսումնական ձեռնարկ, ՀՊՃՀ, 2004. -67էջ.

ՈՐՈՇ ՆՇԱՆԱՎՈՐ ԿՈՐԵՐԻ ԿԻՆԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՆԿԱՐԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆ MATLAB ՀԱՄԱԿԱՐԳՉԱՅԻՆ ԾՐԱԳՐԻ ՄԻՋՈՑՆԵՐՈՎ

Լ. Գևորգյան

Գործնականում հանդիպող կորերի մեծամասնությունը (շրջանագիծ, էլիպս, հիպերբոլ, պարաբոլ, ցիկլոիդ, կարդիոիդ, շրջանագծի փռվածք, Կասինիի ձվածիրներ) ունի պարզ և մատչելի երկրաչափական կամ մեխանիկական սահմանումներ: MatLab համակարգչային մաթեմատիկական ծրագիրը հնարավորություն է տալիս ստանալ բավականին տպավորիչ անիմացիոն պատկերներ: Ստորև բերվում են մի քանի օրինակներ:

1. Ցիկլոիդ: Ինչպես հայտնի է, ցիկլոիդ կարելի է ստանալ, ուղղի երկայնքով առանց սահքի գլորելով շրջանագիծ: Այն իրականացվում է հետևյալ ծրագրով՝

```
t=0:.01*pi:2*pi;
for k=0:300
  x=k*pi/150-sin(t);
  y=1-cos(t);
  plot(x,y)
  hold on
  a=k*pi/150-sin(k*pi/150);
  b=1-cos(k*pi/150);
  plot(a,b,'o','MarkerFaceColor','g','MarkerEdgeColor','g')
  p=linspace(0,k*pi/150,k);
  u=p-sin(p);
  v=1-cos(p);
  plot(u,v,'g','Linewidth',3)
  h_fig=gcf;
  set(h_fig,'Position',[180 10,750 680]);
  axis([-1.2 7.5 -.1 2])
  line('XData',linspace(-.5,2*pi+.5),'YData',zeros(1,100))
  line('XData',zeros(1,100),'YData',linspace(-.5,2.5))
  set(gca,'Nextplot','replacechildren')
  axis('equal')
  text(-.18,-.17,'O')
```



```
  text(-.2,2.4,'Y')
  text(6.6,-.17,'X')
  text(.073,2.5,'V','Rotation',180)
  text(6.65,0,'>')
  drawnow
end
text(2.8,3,['\lceilx=a(t-sint) ';'\lfloory=a(1-cost)'],'Fontsize',14)
text(6.18,-.17,'2a\pi')
```

2. Աստրոիդը ստացվում է անշարժ շրջանագծի ներսում չորս անգամ ավելի փոքր շառավղով շրջանագիծ գլորելով և հետևելով դրա մի սկզբնական կետի տեղաշարժին: Համապատասխան ծրագիրն է՝

```
for k=1:600
t=0:.01*pi:2*pi;
x=cos(t);
y=sin(t);
plot(x,y)
hold on
h_fig=gcf;
set(h_fig,'Position',[180 10,750 680]);
hold on
  a=.75*cos(k*pi/300);
  b=.75*sin(k*pi/300);
  u=a+.25*cos(t);
  v=b+.25*sin(t);
  plot(u,v,'r');
  c=a+.25*cos(k*pi/100);
  d=b-.25*sin(k*pi/100);
  plot(c,d,'o','MarkerFaceColor','g','MarkerEdgeColor','g')
  x=(cos(pi/300:pi/600:k*pi/300)).^3;
  y=(sin(pi/300:pi/600:k*pi/300)).^3;
  plot(x,y,'Color','g','Linewidth',3)
  set(gca,'Nextplot','replacechildren')
  axis('equal')
  drawnow
end
```

3. Պատկերացնենք, թե շրջանագիծը փաթաթված է հաստություն չունեցող անվերջ երկար թելով: Եթե թելը ձգված պահելով այն քանդենք, ապա նրա ծայրը կգծի մի կոր, որը հայտնի է որպես շրջանագծի փռվածք: Համապատասխան ծրագիրն է՝

```
for k=0:300
  t=0:.01*pi:2*pi;
```

```
x=cos(t);
y=sin(t);
plot(x,y,'b','Marker','.')
axis('equal')
hold on
a=cos(k*pi/150);
b=sin(k*pi/150);
plot(a,b)
h_fig=gcf;
set(h_fig,'Position',[180 10,750 680]);
hold on
m=0:pi/300:k*pi/150;
r=cos(m)+m.*sin(m);
t=sin(m)-m.*cos(m);
plot(r,t,'.','MarkerFaceColor','g','MarkerEdgeColor','g')
hold on
p=cos(m);
q=sin(m);
plot(p,q,'r','Marker','.')
u=r(end);
v=t(end);
s=linspace(a,u,300);
t=linspace(b,v,300);
plot(s,t,'b','Marker','.')
set(gca,'Nextplot','replacechildren')
axis('equal')
axis([-5 2.5 -7 5])
drawnow
end
```

4. Կարդիոիդ կարելի է ստանալ, անշարժ շրջանագծի երկայնքով գլորելով նույն շառավիղով մեկ այլ շրջանագիծ: Համապատասխան ծրագիրն է`

```
for k=1:600
  t=0:.01*pi:2*pi;
  x=cos(t);
  y=sin(t);
  fill(x,y,'b')
  hold on
  x=2*cos(pi/300:pi/300:k*pi/300)+cos(2*(pi/300:pi/300:k*pi/300));
  y=2*sin(pi/300:pi/300:k*pi/300)+sin(2*(pi/300:pi/300:k*pi/300));
  plot(x,y,'g','linewidth',3)
  hold on
```



```
  h_fig=gcf;
  set(h_fig,'Position',[180 10,750 680]);
  hold on
  a=cos(k*pi/300);
  b=sin(k*pi/300);
  u=2*a+cos(t);
  v=2*b+sin(t);
  plot(u,v,'r');
  c=2*a+cos(k*pi/150);
  d=2*b+sin(k*pi/150);
  plot(c,d,'o','MarkerFaceColor','g','MarkerEdgeColor','g')
  set(gca,'Nextplot','replacechildren')
  axis('equal')
  axis([-3.1 3.15 -3.1 3.1]);'
  drawnow
end
```

Այլ օրինակների կարելի է ծանոթանալ, այցելելով հեղինակի www.gevorgyan.com անձնական էջը:

Գրականություն

1. Говорухин В. Н., Цибулин Б. Г. Компьютер в математическом исследовании: Maple, MatLab, LaTex. -СПб, 2001.- 624 с.
2. Кетков Ю., Кетков А., Шульц М. MatLab 6.x: программирование численных методов. -СПб, 2004.-670 с.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО РЕШЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ФРОНТАЛЬНОЙ РАДИКАЛЬНОЙ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ

А. Закарян, Г. Айрапетян

Принцип квазистационарных концентраций (КСК) Боденштейна – Семенова [1,2] широко применяется в различных задачах химической кинетики. При этом строгое математическое обоснование этого метода для конкретных задач химической кинетики сопряжено со значительными математическими трудностями. Задача еще больше осложняется для процессов, протекающих в неизотермических условиях.

В работах [3-5] сделана попытка математического обоснования строгости использования принципа КСК. Окончательное решение этого вопроса для цепных обратимых реакций, протекающих в неизотермических условиях, дано в работах [4, 5]. Для необратимых реакций возможны случаи, когда возникают собственные значения, близкие к нулевым. В этих случаях требуются дополнительные исследования применимости принципа КСК. Так, например, в работах [6-8] исследовались пределы применимости принципа КСК для процессов радикальной полимеризации, протекающих в адиабатическом режиме. С математической точки зрения, в работах [6-8] имеет место указанная выше особенность. Поэтому были определены те соотношения между кинетическими параметрами, при выполнении которых метод КСК применим.

Таким образом, несмотря на то, что принцип КСК достаточно подробно изучен, задача существования и единственности квазистационарного решения остается открытой. Цель данной работы - исследование существования и единственности квазистационарного решения для процессов радикальной фронтальной полимеризации виниловых мономеров.

Рассмотрим радикальную полимеризацию, включающую реакции: инициирования путем распада инициатора, роста и бимолекулярной гибели цепей по механизму рекомбинации:

$$I \to 2R, \tag{1}$$

$$R + M \to R, \tag{2}$$

$$R + R \to P. \tag{3}$$

В кинетическую схему (1)-(3) не включены реакции передачи цепи на мономер, полимер и растворитель с дальнейшей регенерацией радикалов, поскольку эти реакции, за исключением редких случаев, не влияют на концентрацию макрорадикалов, следовательно, и на скорость полимеризации.

Уравнения, описывающие изменение температуры (T), концентрации инициатора (I), мономера (M) и макрорадикалов (R) в условиях стационарного распространения одномерного фронта полимеризационных волн, могут быть записаны следующим образом:

Уравнения, описывающие изменение температуры (T), концентрации инициатора (I), мономера (M) и макрорадикалов (R) в условиях стационарного распространения одномерного фронта полимеризационных волн, могут быть записаны следующим образом:

$$c\rho \frac{dT}{dt} = \lambda \frac{d^2T}{dx^2} - Q\frac{dM}{dt}, \tag{4}$$

$$-\frac{dI}{dt} = fK_iI \tag{5}$$

$$-\frac{dM}{dt} = K_pRM, \tag{6}$$

$$\frac{dR}{dt} = fK_iI - K_tR^2, \tag{7}$$

где c, r, l - теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности; Q - тепловой эффект реакции; f - эффективность инициирования, значение которой в дальнейшем для простоты принимается равной единице, а $K_i = K_{i0}\exp(-\frac{E_i}{RT})$, $K_p = K_{p0}\exp(-\frac{E_p}{RT})$, $K_t = K_{t0}\exp(-\frac{E_t}{RT})$ - температурные зависимости констант скоростей инициирования, роста и бимолекулярного обрыва цепей; K_{i0}, K_{p0}, K_{t0}, E_i, E_p, E_t - предэкспоненциальные множители

и энергии активации указанных констант, соответственно. Предполагается, что в начальный момент времени

$$T(0,x) = T_0,\ T(t,0) = T_з,\ I(0,x) = I_0,$$
$$M(0,x) = M_0,\ R(0,x) = R_0 \tag{8}$$

Анализ системы (4)-(8) удобнее вести в безразмерных переменных. Уравнение теплопроводности (4) в безразмерных переменных с учетом z=x+ut перепишется следующим образом:

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} = u\frac{d\theta}{dz} - \frac{u}{\gamma}\frac{d\alpha}{dz}. \tag{4'}$$

Проинтегрировав уравнение теплопроводности (4)′ по z с учетом (8) и произведя замену переменных, получим соотношение

$$\frac{d\theta}{dz} = u\frac{\left[\kappa(\theta - \theta_0) - \alpha\right]}{\gamma}, \tag{9}$$

$$\theta_k = \theta_0 + \frac{\alpha_k}{\gamma}, \tag{10}$$

где $\theta_k=\theta(+\infty)$, $\alpha_k=\alpha(+\infty)$ - конечные температура и глубина превращения. В данной задаче θ_k и α_k являются неизвестными величинами, которые необходимо определить наряду со скоростью фронта u. Именно этим исследуемая задача отличается от обычно рассматриваемых задач подобного рода.

Безразмерная температура $\theta(z)$ является монотонной функцией z, поэтому с учетом (9) для стационарного фронтального режима система уравнений (4)-(7) может быть переписана следующим образом:

$$\frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\omega\Gamma\varphi_0(\theta)(1-\alpha)r}{\Omega(\theta,\alpha)}, \tag{11}$$

$$\frac{dr}{d\theta} = \omega\frac{b\eta\varphi_1(\theta)(1-i) - B\varphi_2(\theta)r^2}{\Omega(\theta,\alpha)}, \tag{12}$$

$$\frac{di}{d\theta} = \omega\eta\frac{\varphi_1(\theta)(1-i)}{\Omega(\theta,\alpha)}, \tag{13}$$

$$\omega = \frac{\gamma^2}{u^2}, \qquad \Omega(\theta,\alpha) = \gamma(\theta - \theta_n) - \alpha$$

$$\begin{array}{ll} \theta = \theta_0; & \alpha = r = i = 0 \\ \theta = \theta_k; & \alpha = \alpha_k;\ r = 0;\ i = 0 \end{array}, \tag{14}$$

$$\varphi_j(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad \theta_0 \le \theta \le \theta_0 + \delta \\ \exp\left(\dfrac{S_j\theta}{1+\beta\theta}\right) = \left[\varphi(\theta)\right]^{S_j} & \text{при } \theta > \theta_0 + \delta;\ j = 0,1,2 \end{cases}, \tag{15}$$

где δ- малое положительное число; $\varphi_j(\theta)$ (j=0,1,2) -непрерывные функции от θ, а $S_1>1$; $S_1>S_2$. Следует также добавить, что соотношения (16) записаны в известном в теории горения предположении об "обрезке" источника [9].

Задачу (11)-(14) будем называть полной задачей, тогда как использование принципа КСК сводит задачу к квазистационарной , т.е.

$$\frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\omega b^{\frac{1}{2}} \varphi_0(\theta)(1-\alpha)(1-i)^{\frac{1}{2}}}{\Omega(\theta,\alpha)} \qquad (11)'$$

$$r = \frac{1}{\Gamma}\left[b\varphi_1(\theta)(1-i)/\varphi_2(\theta)\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (12)'$$

$$\frac{di}{d\theta} = \omega\eta \frac{\varphi_1(\theta)(1-i)}{\Omega(\theta,\alpha)}, \qquad (13)'$$

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0; \quad \alpha = i = 0 \\ \theta &= \theta_k; \quad \alpha = \alpha_k; \ i = 1 \end{aligned} \qquad (14)'$$

Доказано, что для любой пары чисел (θ_k, α_k) из области $\theta_0+\delta < \theta_k < \theta_{max}$, $0 < \alpha_k < 1$, $\theta_{max} = \theta_0 + 1/\gamma$, удовлетворяющих равенству (10), можно единственным образом подобрать такое значение $u = u_1$, что интегральная кривая $\alpha(\theta, u_1)$, выходящая из точки (θ_k, α_k) на фазовой плоскости (θ, α), попадет в точку($\theta_0+\delta$, 0). При этом может оказаться, что интегральная кривая $i(\theta, u_1)$, выходящая из точки (θ_k, 1) на фазовой плоскости (θ, i), не попадет в точку ($\theta_0+\delta$, 0). Далее доказано, что точку (θ_k, α_k) можно выбрать так, чтобы i ($\theta_0+\delta$, u_1) = 0. Далее показано, что тот α_{k_0} (соответственно θ_{k_0}), при котором $i(\theta_0 + \delta, u_1(\alpha_{k_0})) = 0$ можно определить единственным образом.

Таким образом, проведенное исследование показывает, что для процессов фронтальной радикальной полимеризации виниловых мономеров квазистационарное решение существует и при определенных начальных и граничных условиях является единственной.

Литература

1. Bodenstein M., Unger W. Photocheoche Kinetik des chlorknallgases Saueratoffreil Gase // Zeit schrift for Physikoliache chemie. -1930. - V.II. -P. 253.
2. Семенов Н. Н. Кинетика сложных гомогенных реакций // Ж. Физ. химия. -1943. -Т.17, вып. 4. -С. 187.
3. Саясов Ю. С., Васильев А.Б. Особенности и условия применимости метода квазистационарных концентраций Семенова-Боденштейна // Ж. Физ. химия. - 1955. -Т. 29, вып. 5. -С. 802.
4. Васильев В.М., Вольперт А.И., Худяев С.И. О методе квазистационарных концентрации для уравнения химической кинетики // Вычислит. мат. и матем. физ. -1973. -Т. 13, N 3. -С. 683.
5. Лебедев М.И. Математические проблемы химии // Сб. научных трудов. - Новосибирск, 1975. -С. 47.
6. Давтян С.П., Гельман Е.А., Карян А.А., Тоноян А.О., Ениколопян Н.С. О применимости принципа квазистационарных концентрации при радикальной полимеризации виниловых мономеров в адиабатическом режиме // Докл. АН СССР. -1980. -Т. 253, N2. -С. 380.

7. Гельман Е.А., Карян А.А., Давтян С.П., Вольперт А.И. Применимость принципа квазистационарных концентрациq при расчете молекулярно-массового распределения для процессов радикальной полимеризации виниловых мономеров в неизотермических условиях // Докл. АН СССР. – 1981. -Т.260, N6. -С. 139.
8. Давтян С.П. Неизотермические методы синтеза полимеров. I. Теория и практика процессов адиабатической полимеризации. – Ереван: Асогик, 2004.
9. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. -М.: Наука. -1967.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕПЛИЦЕВЫХ МАТРИЦ К СЛУЧАЙНЫМ ПРОЦЕССАМ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

А. Аракелян

Теплицевой матрицей называется $n \times n$ матрица $T_n = t_{k,j}$, где $t_{k,j} = t_{k-j}$, т.е. матрица вида

$$T_n = \begin{bmatrix} t_0 & t_{-1} & t_{-2} & \cdots & t_{-(n-1)} \\ t_1 & t_0 & t_{-1} & \cdots & t_{-(n-2)} \\ t_2 & t_1 & t_0 & \cdots & t_{-(n-3)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ t_{n-1} & t_{n-2} & t_{n-3} & \cdots & t_0 \end{bmatrix}. \qquad (1)$$

Примерами таких матриц являются ковариационные матрицы стационарных (в узком смысле) случайных временных рядов. Существуют другие различные применения в математике, физике, теории информации, статистике и т.д. Сравнительно полные изложения на счет поведения таких матриц можно найти в работах Гренандера и Сеге [1] и Уидома [2].

В настоящей работе рассматривается применение теплицевых матриц к изучению асимптотического поведения ковариационных матриц и факторов для двух важных линейных моделей случайных временных рядов.

Предположим, что X_t, $t \in Z$ - случайный процесс с дискретным временем, нулевым математическим ожиданием $E(X_t) = 0$ и ковариационной матрицей $R_n = \{r_{k,j}\}$. Если матрица R_n теплицева ($R_n = T_n(f)$), то $r_{k,j} = r_{k-j}$, и процесс называется *стационарным в узком смысле.* В этом случае можно определить $f(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_k e^{ikl}$ как спектральную плотность процесса. Если матрица R_n не теплицева, а асимптотически теплицева, т.е. $R_n \sim T_n(f)$, то скажем, что процесс асимптотически узко стационарен, и, как прежде, определим $f(\lambda)$ как спектральную плотность процесса.

Процесс скользящего среднего. Пусть U_n - процесс скользящего среднего, одпределяемый разностным уравнением

$$U_n = \sum_{k=0}^{n} b_k W_{n-k} = \sum_{k=0}^{n} b_{n-k} W_k \tag{2}$$

$$b_0 = 1;\ U_n = 0;\ n < 0,$$

где W_k - последовательность независимо и одинаково распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2. Так как рассматривается статистическое поведение величины U_n при произвольно больших n, то естественно наложить некоторые предположения на последовательности b_k для гарантии, что (2) сходится в среднеквадратическом смысле. Самое слабое возможное предположение есть

$$\sum_{k=0}^{\infty} |b_k|^2 < \infty. \tag{3}$$

Уравнение (2) можно переписать в матричной форме

$$U = B_n W, \tag{4}$$

где B_n - нижняя треугольная теплицева матрица:

$$B_n = \begin{bmatrix} 1 & & & & 0 \\ b_1 & 1 & & & \\ b_2 & b_1 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ b_{n-1} & \dots & b_2 & b_1 & 1 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Поскольку ковариационная матрица W_k есть $\sigma^2 I_n$, то для ковариационной матрицы U_n имеем

$$R_U^{(n)} = E[UU^*] = E[B_n WW^* B_n^*] = \sigma^2 B_n B_n^*, \tag{6}$$

или эквивалентно,

$$r_{k,j} = \sigma^2 \sum_{l=0}^{n-1} b_{l-k}\bar{b}_{l-j} = \sigma^2 \sum_{l=0}^{\min(k,j)} b_{l+(k-j)}\bar{b}_l. \tag{7}$$

Из равенства (7) очевидно, что матрица $R_U^{(n)}$ не теплицева по причине $\min(k,j)$. Покажем, что при $n \to \infty$ матрица $R_U^{(n)}$ становится асимптотически теплицевой. Если определить $b(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k e^{ikl}$, то $B_n = T_n(b)$ и

$$R_U^{(n)} = \sigma^2 T_n(b) T_n(b)^*. \tag{8}$$

Сопоставляя полученные результаты с результатами ных в работах [1] и [2], после несложных вычислений получаем следующую теорему.

ТЕОРЕМА 1. *Пусть U_n процесс скользящего среднего с ковариационной матрицей $R_U^{(n)}$. Предположим, что λ_k - собственные значения матрицы $R_U^{(n)}$, тогда*

$$R_U^{(n)} \sim \sigma^2 T_n(|b|^2) = T_n(\sigma^2 |b|^2), \tag{9}$$

т.е. U_n асимптотически узко стационарен. Если $m \le |b(\lambda)|^2 \le M$ и $F(x)$ - непрерывная функция на $[m, M]$, тогда

$$\lim_{n\to\infty} n^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} F(\lambda_k) = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} F(\sigma^2 |b(\lambda)|^2) d(\lambda). \tag{10}$$

Если $|b(\lambda)|^2 \ge m > 0$, то

$$R_U^{(n)-1} \sim \sigma^{-2} T_n(1/|b|^2). \tag{11}$$

Процесс авторегрессии. Пусть X_n -процесс авторегрессии:

$$X_n = -\sum_{k=1}^{n} a_k X_{n-k} + W_k, \quad n = 0, 1, \dots \quad , \tag{12}$$

$$X_n = 0,\ n < 0.$$

Запишем уравнение (12) в следующей матричной форме:

$$A_n X = W,$$

где A_n -нижняя треугольная матрица:

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ a_1 & 1 & \\ & \ddots & \ddots \\ a_{n-1} & \dots & a_1 \quad 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Имеем $R_W^{(n)} = A_n R_X^{(n)} A_n^*$. Так как $\det A_n = 1 \ne 0$, то

$$R_X^{(n)} = \sigma^{-2} A_n^{-1} A_n^{-1*}$$

и

$$\left(R_X^{(n)}\right)^{-1} = \sigma^2 A_n^* A_n .$$

Последнее можно записать в следующей эквивалентной форме: если $\left(R_X^{(n)}\right)^{-1} = \{t_{k,j}\}$, тогда

$$t_{k,j} = \sigma^2 \sum_{m=0}^{n} \overline{a}_{m-k} a_{m-j} = \sigma^2 \sum_{m=0}^{n-\max(k,j)} \overline{a}_m a_{m+(k-j)} \qquad (14)$$

В отличие от процесса скользящего среднего, имеем, что обратная ковариационной матрицы есть произведение двух треугольных теплицевых матриц. Если определить $a(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k e^{ikl}$, то

$$\left(R_X^{(n)}\right)^{-1} = \sigma^{-2} T_n(a)^* T_n(a),$$

откуда и следующую теорему.

ТЕОРЕМА 2. *Пусть X_n -процесс авторегрессии с ковариационной матрицей $R_X^{(n)}$. Предположим, что λ_k -собственные значения матрицы $R_X^{(n)}$, тогда*

$$\left(R_X^{(n)}\right)^{-1} \sim \sigma^{-2} T_n(|a|^2). \qquad (15)$$

Если $m' \le |a(\lambda)|^2 \le M'$ и $F(x)$ - непрерывная функция на $[m, M]$, тогда

$$\lim_{n\to\infty} n^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} F(1/\lambda_k) = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} F(\sigma^2 |a(\lambda)|^2)\, d\lambda, \qquad (16)$$

где $1/\lambda_k$ - собственные значения матрицы $\left(R_X^{(n)}\right)^{-1}$. Если $|a(\lambda)|^2 \ge m' > 0$, то

$$R_X^{(n)} \sim \sigma^2 T_n(1/|a|^2), \qquad (17)$$

т.е. X_n асимптотически стационарен.

Литература

1. Grenander U. and Szegö G. *Toeplitz Forms and Their Applications*, University of Calif. Press, Berkeley and Los Angeles, 1958.
2. Widom H. *Toeplitz Matrices*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1965.

О ТАБЛИЧНОМ ИНТЕЛЛЕКТЕ

О.Асатрян, К.Эроянц

Как известно, разрешить подмножество $A \subseteq N$ в множестве N означает: для каждого $x \in N$ разузнать, $x \in A$ или же $x \in \overline{A} = N - A$. А также tt-разрешить A в B, где $A \subseteq N$ и $B \subseteq N$ означает: доказать существование алгоритма $tt(x)$, который по каждому x из N строит номер $w = tt(x)$ некоторой булевой функции φ_w и ее реализацию $\varphi_w(B)$ такие, что $\varphi_w(B)$ принимает истинное значение тогда и только тогда, когда $x \in A$. Изложенный метод tt-разрешения является одним из стандартных методов разрешения Е.Поста [1], который используется, в частности, для алгоритмического разрешения проблем в любой области науки. Обратим внимание на то, что в этом методе присутствуют: булева функция φ_w и некий алгоритм $tt(x)$.

В этой статье нас интересует следующий вопрос: можно ли tt-метод разрешения превратить в tt-тип искусственного интеллекта в такой форме, в какой он окажется завершенным с точки зрения Математического анализа, Топологии и Оснований математики, в том числе с точки зрения Математической логики, и одновремннно удовлетворит всем этим теориям. Для ее решения оказалось необходимым уточнить понятие множества Г.Кантора и нумерованной совокупности объектов А.Мальцева. Эти уточнения дали возможность установления критериев завершенности и полного решения поставленной задачи. Следует отметить, что ее постановка и решение преследуют более глубокие цели, о которых мы изложим ниже.

Как известно, в перечисленных теориях возникают, а в Основаниях математики и в Информатике неминуемо и до конца нераспознанно существуют пространства, которые невозможно назвать топологическими из-за их незавершенностей с точки зрения топологии в том смысле, что они либо не удовлетворяют некоторым аксиомам топологии, либо удовлетворяют аксиоме, но не в полной, а в достаточно естественной и разумно ограниченной форме. Очевидно, что класс таких пространств шире, чем класс топологических пространств. Следовательно, в Математике давно назрела необходимость описания и завершенного описания рассматриваемых пространств.

В наших исследованиях построена завершенная категория таких пространств, которые мы называем прототопологическими, т.е. дотопологическими. Создана также общая, завершенная теория таких пространств, которая названа прототопологией [2]. Фактически был создан тонкий и расширенный прототопологический метод Математики, содержащий универсальный топологический метод математики. С другой стороны, известно, что Г.Кантор при создании топологического метода исходил из нужд определения окрестности и окружения для Классической математики и из целей науки и философии, сформулированных Г.Лейбницем в 1664 г. в двух предложениях:

1. Открытие универсального, точного символического языка, в котором можно было бы сформулировать все утверждения науки и благодаря которому можно было бы получить ясное представление о смысле и справедливости этого утверждения.

2. Открытие такого метода преобразований суждения языка, который позволил бы непосредственно разъяснить их смысл и соотношения.

tt-интеллект в нашем исследовании преследует и эти цели. Так как история развития науки от Г.Лейбница вплоть до сегодняшней информатики свидетельствует о том, что истинную суть открытий, адресованных им в будущее, трудно понять до конца, и, кроме того, они до конца не реализованы по сей день, в частности, потому, что лежащие в основе всех полных алгоритмических языков Математическая логика и Теория алгоритмов содержат нерешенные проблемы, доказывающие отсутствие общей, естественно завершенной универсальной теории всех алгоритмических языков, наши исследования на пути к целям по Лейбницу показали следующее: упомянутые проблемы исходят из того, что Д.Гильберт, развивая формально-логический метод Математики, отделил язык Математической логики от своей естественной рекурсивно-топологической среды и, кроме того, вложил в этот язык потенциальную бесконечность в виде кванторов существования и общности. Вследствие этого язык потерял и свойства разрешимости. Поэтому в исследовании tt-интеллекта, исходя из преследуемых целей, мы пытаемся, в частности, обнаружить такие кванторы существования и общности, которые удовлетворили бы как свойству разрешимости языка и требованиям Математического анализа, так и требованиям прототопологии Математики. В этой проблеме мы можем утверждать лишь то, что прототопология дает возможность уточнений рассматриваемых кванторов в частных случаях. Ниже мы свяжем язык со своим универсумом Λ и построим tt-интеллект в категории языково-универсумных образований как алгебру преобразований этой категории.

Фундаментальным понятием, используемым в настоящей статье, является понятие неведомого.

Определение 1. Универсумом Λ называется нечто именованное неведомое.

Пусть n - имя для Λ: $\upsilon : n \to \Lambda$ именование Λ.

Определение 2. Сущностью в универсуме Λ называется нечто неведомое, выделяющееся в Λ как нечто целостное, содержащееся в Λ, а также нечто невыделяющееся, но предполагаемое существующим в Λ как целостное.

Пусть $\upsilon : x \to \upsilon(x)$ - именование сущности $\upsilon(x)$ из Λ. Очевидно, что $\upsilon(x)$ и $\upsilon(n) = \Lambda$ имеют идентичную природу, но отличаются тем, что $\upsilon(x) \subseteq \Lambda$ и имена n и x различные.

Определение 3. Именованная сущность $\upsilon(x)$ из Λ называется элементом или объектом Λ.

Определение 4. Предбазисом σ в универсуме Λ называется любое семейство пар $\sigma = \{(x, \upsilon(x))\}_{x \in N}$, где N - множество натуральных чисел $x \in N$ имя сущности $\upsilon(x) \subseteq \Lambda$. N называется предбазисным языком, $\{\upsilon(x)\}_{x \in N}$ - предбазисной структурой в Λ.

Следствие. Пара $(x, \upsilon(x))$ моделирует понятие, где (x, υ) - содержание понятия, x - символическое обозначение этого понятия в языке N, а $\upsilon(x)$ - объем понятия $(x, \upsilon(x))$ в универсуме Λ.

Следствие. Сущность Λ распознана в Λ, если она выделена в Λ и именована.

Мы предполагаем, что именованная сущность $\upsilon(x)$ состоит из сущностей $\lambda \in \upsilon(x)$, где λ еще не выделенная и не именованная, т.е. нераспознанная, следовательно, не отличимая от $\upsilon(x)$ и в $\upsilon(x)$.

Определение 5. Семейство $\{\upsilon(x)\}_{x \in N}$ называется множеством в Λ.

В определениях 1-5, с точки зрения целей по Г.Лейбницу мы придали гибкость понятию множества Г.Кантора и уточнили определение нумерованной совокупности объектов А.Мальцева – фундаментального понятия теории нумераций Ю.Ершова и категории нумерованных совокупностей объектов А.Мальцева и Ю.Ершова [3].

Здесь мы получили возможность развить общую теорию алгоритмических языков, непосредственно связанных со своими универсумами Λ посредством понятий $(n, \upsilon(n))$, а также возможность построить категорию $\wp$ языково-структурных образований, в которой и для которой будет построен tt-интеллект как алгебра A_{tt} языково-структурных стандартных преобразований в $\wp$.

Необходимо отметить, что свобода выбора tt-интеллектом Λ, σ и υ придает ему атрибуты абсолютной свободы в категории $\wp$ языково-универсумных образований. Из изложенного следует, что для применения tt-интеллекта в упомянутой категории достаточно определить и задать интерпретацию алфавита формально-логического языка tt-интеллекта в исследуемом универсуме Λ, т.е. задать предбазисную нумерацию объемов понятий в Λ как сущностей, предполагаемых распознанными в Λ к моменту применения tt-интеллекта к Λ.

Для большей ясности приведем пример. Геометрическая прямая, как понятие $(\pi, \upsilon(\pi))$ неведома. Однако сознание в универсуме Мироздания - Λ может, скажем, выделить лист бумаги как сущность $\lambda = \upsilon(\delta)$, где δ обозначает "лист бумаги", и далее в $\upsilon(\delta)$ выделить некую прямую ζ как сущность $\upsilon(\pi\delta)$ в понятии $(\pi\delta, \upsilon(\pi\delta)) \equiv$ "геометрическая прямая на бумаге". Двигаясь далее, с целью углубления знания о геометрической прямой, сознание использует другое понятие $(r, \upsilon(r)) \equiv$ "число" и пытается распознать его на выделенной прямой $\upsilon(\pi\delta)$. Для этого использует понятие $(t, \upsilon(t)) \equiv$ "точка" и находит ее на $\upsilon(\pi\delta)$ много. Чтобы и здесь достичь ясности, сознание выделяет одну $(0, \upsilon(0))$ из точек $(t, \upsilon(t))$, где "0" - имя выбранной точки. Потом вправо и влево от этой сущности $\upsilon(0)$ выделяют все объемы понятий $(t, \upsilon(t))$, как точки в универсуме Λ, на бумаге $\upsilon(\delta)$ и на прямой $(\pi\delta, \upsilon(\pi\delta))$. Таким образом, может воссоздаться и некоторая реальность рационального числа и, более того, сечения Дедекинда на прямой, от чего, в частности, исходил Г.Кантор для открытия топологии как универсального метода математики.

При этом продолжают оставаться в неведении все сущности, которые здесь были рассмотрены в составе объемов понятий. Следовательно, неведомое - это как раз то, чем и в чем оперирует интеллект с помощью языка для познания Мироздания или любого универсума Λ. Более того, в этом примере мы описали стандартное поведение интеллекта вообще. А наши определения 1-5, кажущиеся странными вначале, как мы заметили, превратились в точные определения, необходимые искусственному интеллекту, так как нельзя запретить интеллекту находиться в своей стихии, т.е. в неведомом.

Что касается неведомого в Основаниях математике, то оно, как мы убедились, присутствует там не меньше, чем в любой области познания разумного. Г.Кантор не до конца учел неведомое в своем определении топологии. Он учел неведомое в конечных пересечениях, но не в бесконечных суммах. От последних нам удалось освободиться и построить прототопологию в самой топологии Г.Кантора. В этом контексте следует отметить, что Д.Гильберт, исходя из топологии Г.Кантора, также не учел неведомое, и от неосторожности в обращении с неведомым заявил об утере Канторова рая Математики. Так как в наших исследованиях мы нашли упомянутый рай в виде прототопологии, то и с точки зрения прототопологии нас интересует возможность ее применения в области искусственного интеллекта. Поэтому мы выбрали tt -интеллект, который содержит все характерные черты рационального мышления, в целом может дать ясное представление об искусственном интеллекте и не содержит сложности иррационального мышления, присутствующего в других типах искусственного интеллекта.

Далее, имея в виду все изложенные требования к tt -интеллекту, определим два элемента базиса алгебры A_{tt}: $tt : \wp \to \wp$ и $tt' : \wp \to \wp$. Важно отметить, что в общем случае $\{\upsilon(x)\}_{x \in N}$ есть отношение толерантности в Λ. Не исключена возможность и пустого предбазиса. Напомним

известные обозначения [1]. D_u - конечное множество стандартного номера u $\upsilon^{-1}(\lambda) = \{x/\lambda \in \upsilon(x)\}$. Здесь $\lambda \in \upsilon(x)$ означает, что предполагаемая сущность λ входит в состав сущности $\upsilon(x)$. По имени x, λ и $\upsilon(x)$ не отличимы, и если λ_1, $\lambda_1 \in \upsilon(x)$, то они не отличимы также по имени x в предбазисе σ. Однако tt-интеллект, будучи примененным к σ, в Λ, возможно, сможет выявить, распознать и именовать λ, если сможет ее отделить от всех сущностей, существующих в Λ. $c(x, y), \ell(z)$ и $r(z)$ - известные функции нумерации пар натуральных чисел. Пусть $\wp$ обозначает категорию всех универсумов с заданным любым предбазисом $\sigma = (S, \upsilon)$ и любой нумерацией, где $S = \{\upsilon(x)\}_{x \in N}$, $\upsilon(x) \subsetneq \Lambda$. $S \subseteq P(\Lambda)$, $P(\Lambda)$ - множество всех подмножеств Λ. $\upsilon^{-1}(\lambda) = \{x/\lambda \in \upsilon(x)\}$, $\overline{\upsilon^{-1}(\lambda)} = N - \upsilon^{-1}(\lambda)$.

Определение 6. Нумерационно-структурное преобразование $tt : \wp \to \wp$ называем tt -преобразованным $\wp$ тогда и только тогда, когда для любого универсума Λ любого предбазиса $\sigma = (S, \upsilon)$ и любой нумерации $\upsilon : N \to S$ результат преобразования $tt : \sigma \to tt\sigma = (ttS, tt\upsilon)$ удовлетворяет следующим требованиям:
для любого $w \in N$:

$$tt\upsilon(w) = \left\{\lambda \middle/ \exists u\left[u \in D_{\ell(w)} \,\&\, D_{\ell(u)} \subseteq \upsilon^{-1}(\lambda) \,\&\, D_{r(u)} \subseteq \overline{\upsilon^{-1}(\lambda)}\right] \&\right.$$

$$\left. \& \,\exists \upsilon\left[\upsilon \in D_{r(w)} \,\&\, D_{\ell(\upsilon)} \in \overline{\upsilon^{-1}(\lambda)} \,\&\, D_{r(\upsilon)} \in \upsilon^{-1}(\lambda)\right]\right\}, \quad (1)$$

$ttS = \{ttv(w)\}_{w \in N}$.

Теорема. Для любого Λ, любого σ семейство $ttS = \{ttv(w)\}_{w \in N}$ является решеткой с дополнениями, содержащей пустое множество и Λ. $tt\sigma$ σ-разрешимо.

Пустое множество и Λ принадлежат решетке ttS постольку, поскольку если одна или обе не принадлежали предбазису σ, то в $tt\sigma$ они обязаны присутствовать. В общем случае S может не быть и полумодулярной. tt -интеллект строит новые понятия $(w, tt\upsilon(w))$, одновременно в $tt\sigma$ разрешимо, запоминая все предбазисные понятия, в том числе их предбазисные имена и объемы. Таким образом, строится максимально возможное новое знание о Λ путем выявления и именования сущностей из Λ, создавая вне себя новую решеточную структуру объемов понятий в Λ и формально логические выражения в расширенном языке $tt \cdot N$ для каждого элемента $tt\upsilon(w_0)$ этой решетки. $\{(w, tt\upsilon(w))\}_{w \in N} \equiv tt\sigma$ является нулевым уровнем построенного знания о Λ. С другой стороны, $tt(tt\sigma)$ рекурсивно изоморфно $tt\sigma$. Поэтому $tt^{n} = tt \cdot tt^{n-1}\sigma$ не добавляет ничего нового в знании о Λ. Для построения иерархии знания необходим скачок как второй и завершающей части tt-интеллекта.

Пусть $k(x)$ одноместная универсальная функция Клини:

$$k^{-1}(x) = \{y/K(x) = y\},\ k^{-1}(B) = \{y/K(x) \in B\},\ \text{где } B \subseteq N\ [1].$$

Определение 7. Нумерационно-структурное преобразование $tt' : \wp = \wp$ называется преобразованием tt-скачка в $\wp$ тогда и только тогда, когда для любого универсума Λ, любого предбазиса $\sigma = (S, \upsilon)$ и любой нумерации $\upsilon : N \to S$ результат преобразования $tt' : \sigma \to tt'\sigma = (tt'S, tt'\upsilon)$ удовлетворяет следующему требованию:

-для любого $w \in N$

$$tt'\upsilon(w) = \left\{\lambda \Big/ \exists u\left[u \in D_{\ell(w)}\ \&\ D_{\ell(u)} \subseteq k^{-1}\left(tt\upsilon^{-1}(\lambda)\right)\ \&\ D_{r(u)} \subseteq \overline{k^{-1}\left(tt\upsilon^{-1}(\lambda)\right)}\right]\ \& \right.$$

$$\left. \&\ \exists \upsilon\left[\upsilon \in D_{r(w)}\ \&\ D_{\ell(\upsilon)} \subseteq \overline{k^{-1}\overline{(tt\upsilon^{-1}(\lambda)}}\ \&\ D_{r(\upsilon)} \subseteq k^{-1}\overline{\left(tt\upsilon^{-1}(\lambda)\right)}\right]\right\}, \qquad (2)$$

$$tt'S = \{tt'\upsilon(w)\}_{w \in N}.$$

Для того, чтобы раскрыть выражение $tt'\upsilon(w)$, необходимо во всех вхождениях $tt\upsilon^{-1}(\lambda)$ в (2), где $tt\upsilon^{-1}(\lambda) = \{x/\lambda \in tt\upsilon(x)\}$, подставить соответственно преобразованное выражение (1), произвести отмеченные в (2) преобразования. Получится громоздкое выражение. Именно это выражение превратило себя в известную проблему [3].

Определение 8. tt–интеллектом называется алгебра A_{tt} преобразований над $\wp$, порожденная из преобразований tt и tt′ с помощью суперпозиции и итерации.

Из определения A_{tt} следует, что она бесконечная алгебра, и каждый ее элемент является преобразованием tt–интеллекта. Следовательно, каждое такое преобразование строит свою иерархию в любом универсуме Λ над любым его предбазисом. Таким образом, применяя прототопологический метод в области искусственного интеллекта, мы до конца выявили суть tt – интеллекта, которая стала независимой от любой точки зрения.

Литература

1. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. – М.: Мир, 1972. – 624 с.

2. Асатрян О.С. К $T^{0}UT^{*}$ - теории копродуктивности III (неклассические теоремы о рекурсии). – Ереван, АрмНИИНТИ. – N° 53-АР 86. Деп. 15.12.86. – 25 с.
3. Ершов Ю.Л. Теория нумераций. – М.: Наука, 1977. – 412 с.

ПРОТОТОПОЛОГИЯ. РАВНОМЕРНАЯ СТРУКТУРА ОКРУЖЕНИЙ, ФУНКЦИИ АБСОЛЮТНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

О. Асатрян, А. Асатрян

Как известно, если в множестве Λ выделено семейство S подмножеств Λ и если S удовлетворяет всем аксиомам топологии, то S называется топологией в Λ, пара (Λ,S) – топологическим пространством. Область науки, изучающая такие пары, называется Топологией.

<u>Определение Прототопологии</u>. Если в множестве Λ не выделено семейство S подмножеств Λ, или же если оно выделено и, возможно, не удовлетворяет некоторым, быть может, всем аксиомам топологии, то S назовем предбазисом Λ, пару (Λ,S)-прототопологическим пространством. Область науки, изучающую такие пары, назовем Прототопологией.

Таким образом, Топология содержится в Прототопологии.

Наши исследования развивают общую теорию трансфинитного, эффективного мажорирования предбазиса S для аппроксимирования в Прототопологии. Поэтому мы нумеруем предбазис S произвольным отображением ν:N→ S, где N - множество натуральных чисел, ν -отображение N на S. В частности, существует ν и при $|S| \leq \aleph_1$, где $\aleph_1$ обозначает мощность континуума [1].

В этой статье определяется эффективная равномерная тьюринговая T- структура окружений над предбазисом S с тем, чтобы в Прототопологии получить возможность эффективно-трансфинитного аппроксимирования как равномерной протоструктуры U окружений, в частности в Топологии, так и аналогичного аппроксимирования прототопологии, исходя из предбазиса S, преследуя следующие цели:

1. В Прототопологии, в частности в Топологии, получить возможность для эффективного трансфинитного аппроксимирования фильтра U равномерной структуры окружений, исходя из предбазиса S фильтра U, путем эффективно-трансфинитного мажорирования S в фильтре U или вне этого фильтра.

2. В Прототопологии, в частности в Топологии, получить возможность для равномерной прототопологии U_t, в частности для равномерной топологии U_t, порожденной посредством фильтра U, над порожденным в U_t предбазисом S_t построить аппроксимирующую U_t эффективно трансфинитную иерархию прототопологий, мажорирующих S_t в U_t или вне U_t.

Следует отметить, что в понятие T-структуры окружений вложено многое. В частности, математическая логика, теория нумераций, теория рекурсий, T°UT*-теория копродуктивности, теория структур, теория матроидов, общая теория алгебраических систем и т.д., с тем, чтобы можно было бы утверждать, что Протопология в своих фундаментальных понятиях состоялась.

Так как классическое определение равномерной структуры окружений требует уточнений в Протопологии, то здесь мы уточним ее с помощью перечисленных выше теорий. Важно отметить, что каждое понятие Топологии, такое как окрестность, непрерывность, окружение, равномерность, конечное, иррациональное, а также все производные этих понятий в Протопологии, следовательно, в любой области ее применения, классифицированы согласно ее свойству алгоритмической неразрешимости по Е. Посту и Г. Тьюрингу [1]. Кроме того, в каждой такой классификации оно разложено по уровням соответствующей иерархии. При этом, с протопологической точки зрения, уточнен, в частности, метод общей теории аппроксимирования.

Для данной статьи мы выбрали, с точностью тезиса Черча, завершающий нашу теорию тьюринговый T-тип аппроксимирования и мажорирования.

Пусть $\sigma=(S,\nu)$ -нумерованный предбазис Λ. Мы часто будем опускать слово "нумерованный", не в ущерб точности восприятия изложения. Введем обозначения, известные из [2]. Пусть Λ - некоторое множество объектов; $\Lambda\times\Lambda$ - декартово произведение Λ; S - семейство подмножеств $\Lambda\times\Lambda$; $\nu:N\to S$ - отображение множества натуральных чисел N на S; λ, ξ - переменные для Λ $\nu^{-1}(\lambda)=\{x/\lambda\in\nu(x)\}$; $\overline{\nu^{-1}(\lambda)}=\Lambda-\nu^{-1}(\lambda)$; c(x,y), l(w) и r(w) - нумерационные функции пар натуральных чисел; $\{\varnothing\}$ - пустое подмножество Λ; $P(\Lambda\times\Lambda)$- множество всех подмножеств $\Lambda\times\Lambda$; W_y рекурсивно перечислимое множество постовского номера y в постовской нумерации. Для любого W_y семейство $\{\nu(x)\}_{x\in W_y}$ называется ν-слабоперечислимым.

Определение 1. Любая пара $\sigma=(S,\nu)$, где для любого $x\in N$, $\nu(x)\subseteq\Lambda\times\Lambda$, $S=\{\nu(x)\}_{x\in N}$, называется предбазисом в $\Lambda\times\Lambda$.

Определение 2. T_o- структурой на $\Lambda\times\Lambda$, порожденной над предбазисом $\sigma=(S,\nu)$ в $\Lambda\times\Lambda$, называется нумерованная структура $T_o\sigma=(T_oS, T_o\nu)$, где для каждого $w\in N$ выполнено следующее требование:

$$T_o\nu(w)=\{<\lambda,\xi>/\exists u[u\in W_{l(w)}\&D_{l(u)}\subseteq \nu^{-1}(\lambda)\&D_{r(u)}\subseteq\overline{\nu^{-1}(\lambda)}]\&$$

$$\exists v[v\in W_{r(w)}\&D_{l(u)}\subseteq \overline{\nu^{-1}(\xi)}\&D_{r(v)}\subseteq\nu^{-1}(\xi)]\},$$

$$T_oS=\{T_o\nu(w)\}_{w\in N}.$$

Теорема 1. Для любого множества Λ, любого предбазиса $\sigma=(S, \nu)$ в $\Lambda\times\Lambda$ T_0-структура $T_0\sigma$ является решеткой с дополнениями, полной относительно $T\nu$-слабоперечислимых сумм, $T_0\sigma$ содержит $\{\varnothing\}$ $\Lambda\times\Lambda$ и $T_o\sigma$ σ-разрешима.

Определение 3. Ретрактом нумерованного семейства $\sigma=(S, \nu)$, где $\nu(x)\subseteq\Lambda\times\Lambda$ и $S=\{\nu(x)\}_{x\in N}$, называется любое подсемейство $S'\subseteq S$, для которого существует общерекурсивная функция g(x), удовлетворяющая следующим

требованиям: $\forall x\,[\nu(x)\in S'\to\nu(g(x))=\nu(x)]$; $\forall x\,[\nu(g(x))\in S']$ и $\forall x\forall y\,[\nu(x)=\nu(y)\Rightarrow$ $\Rightarrow\nu(g(x))=\nu(g(y))]$.

Теорема 2. Существуют общерекурсивные функции $\beta(z,w)$, $\delta(z,w)$, $h(z)$, $\omega(z)$, и $J(z)$ такие, что в любой T_o структуре $T_oS=(T_oS, T_o\nu)$ существует ретракт $T\sigma=(TS, T\nu)$ такой, для которого выполнены следующие требования:

(F_1) $\forall z\forall w\,[T\nu(z)\cap T\nu(w)=T\nu\beta(z,w)]$;

(F_2) $\varnothing\notin TS$;

(F_3) для любого фиксированного z_0 и любого $T\nu$-слабоперечислимого семейства $\{T\nu(y)\}_{y\in W_w}$;

$$T\nu(z_0)\cup(\bigcup_{y\in W_w}T\nu(y))=T\nu(\delta z_0, h(w))\};$$

(U_1) $\forall z\,[\Delta=\{<\lambda,\lambda>/\lambda\in\Lambda\}\in T\nu(z)]$;

(U_2) $\forall z\,[<\lambda,\xi>\in T\nu(z)\Leftrightarrow<\xi,\lambda>\in T\nu(\omega(z))]$;

(U_3) $\forall z\,[T\nu(J(z))\subseteq T\nu(z)\&$ $T\nu(J(z)$ транзитивно замкнуто$]$.

В теореме 2 мы вывели необходимое определение эффективного фильтра равномерной структуры окружений тьюрингового типа, обеспечив ее необходимыми функциями с удивительными свойствами абсолютной эффективности для всей категории протопологических пространств. Эти функции единственные с точностью рекурсивного изоморфизма. $T\sigma$ завершает построение протопологии в определениях своих фундаментальных структур и превращает последнюю в уточненный, утонщенный и расширенный канторов рай математики, который был утерян Д. Гилбертом [1]. Следы этого рая были обнаружены в [3].

Литература

1. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. - М.: Мир, 1972. – 624 с
2. Ершов Ю.Л. Теория нумераций. - М.: Наука, 1977. – 412 с.
3. Асатрян О.С. T°U T* теория копродуктивности III. (неклассические теоремы о рекурсии). - Ереван АрмНИИНТИ. N 53 Ар-86 . - Деп. 1985. – 25 с.