ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՃԱՐՏԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ
ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ՏԱՐԵԿԱՆ ԳԻՏԱԺՈՂՈՎ

ՆՅՈՒԹԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

ՀԱՏՈՐ 1

ГОДИЧНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ГОСУДАРСТВЕННОГО ИНЖЕНЕРНОГО
УНИВЕРСИТЕТА АРМЕНИИ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

ТОМ 1

ԵՐԵՎԱՆ 2000 ЕРЕВАН

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

Նվիրվում է
Հայաստանում քրիստոնեության
ընդունման 1700 ամյակին

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՃԱՐՏԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ
ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ՏԱՐԵԿԱՆ ԳԻՏԱԺՈՂՈՎ

ՆՅՈՒԹԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

30 հոկտեմբեր – 3 նոյեմբեր
2000թ.
Հատոր 1

ГОДИЧНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ГОСУДАРСТВЕННОГО ИНЖЕНЕРНОГО
УНИВЕРСИТЕТА АРМЕНИИИ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

Том 1

Երևան 2000 Ереван

Տպագրվում է Հայաստանի Պետական Ճարտարագիտական Համալսարանի
գիտական խորհրդի որոշմամբ

Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանի տարեկան
գիտաժողով, նյութերի ժողովածու, Երևան, ՀՊՃՀ 2000, 2 հատորով, հատոր 1:

Պատվեր՝ 809 Տպաքանակ՝ 200

Տպագրված է Հայաստանի Պետական Ճարտարագիտական Համալսարանի տպարանում

Երևան, Տերյան 105

К 1700 – ЛЕТИЮ ПРИНЯТИЯ ХРИСТИАНСТВА В АРМЕНИИ

В 301г. Григорий Просветитель крестил Армению. Принятие христианства в качестве официальной религии обусловило особенности развития армянской нации. Было провозглашено равенство всех армян независимо от социального происхождения и имущественного положения. Произошло разделение духовной и светской жизни личности. Каждый человек стал рассматриваться как микрокосмос, получивший право на бессмертие. Христианство брало на себя защиту верующих от несправедливостей в жизни, обещая карать неправедных и воздавать должное праведным. В отношении к государству использована формула: "Власть от Бога и нет власти не от Бога." Существование Армении в языческом окружении содействовало уникальности армянского монофизитского исповедания, когда единородный сын Бога сошел в Эчмиадзин. Армянская государственность провозглашалась исключительным явлением в варварском окружении, требующая сплочения национальных сил и самоутверждения.

Начальному христианству в Армении были присущи определенные черты. Утверждение в качестве социального и нравственного идеала "царства Божия" в национальных пределах, где интересы общества и индивида подлежали гармонии. "Царство Божие" должно было вытеснить из общественного сознания языческие идеи, сформировать национальный менталитет среди соседних арийских народов, помочь отстоять и укрепить государственность и независимость. Утверждение христианства в Армении обусловило её вселенский и соборный характер для всех армян. Потребовалось проведение колоссальной работы по изменению общественных устоев. Решающим средством явилось пробретение народного статуса. Ключевым моментом стало изобретение армянского алфавита Месропом Маштоцом в 405 г. Возник расцвет армянской литературы в пятом веке, получивший образное наименование "золотого", созданы оригинальные и переводные труды. Образована армянская классика: жемчужина армянской философии—"Книга откровений" Езника Кохбаци, "История Армении" Мовсеса Хоренаци, армянский перевод "Библии". Вклад в развитие астрономии и математики внес Анания Аштаракеци. Богослужение в церквях проводилось на родном языке, а духовенство осуществляло образование подрастающего поколения. Политическое размежевание с соседними народами обусловило длительную конфронтацию с Сасанидским Ираном и Византийской империей. Национальная индиференциация от язычества иранцев и сохранение самобытности от греков сформировали национальную доминанту развития как миницивилизации, имеющей самодостаточный и цивильный уровень.

На протяжении веков армянская церковь выступала как соратник армянской государственности. В периоды её потери она становилась национальным политическим институтом, являющимся маятником для всех разбросанных армян, сплачивая их вокруг единого духовного центра Эчмиадзинского престола. Движущей силой армянской церкви являлся её народный характер, демократическая доступность всем условиям, поборничество во имя национальных и светских идеалов. Церковь сплачивала, ваяла, образовывала. Эчмиадзин стал собственным путём к Богу и нормой жизни армянской семьи. Возникла формула: "Эчмиадзин- это нация, нация —это Эчмиадзин."

Армянская церковь возглавила борьбу нации за национальное возрождение в Новое время. В начале XIXв. армянская апостольская церковь состояла из патриаршеств : Эчмиадзинского, Константинопольского, Сисского, Ахтамарского и Иерусалимского. Своеобразие исторического процесса развития армянского народа, длительность его порабощения привели к уничтожению старой феодальной знати(за иключением незначительных осколков). Глава армянской церкви выступал как руководитель армянских титулярных патриархов, духовный владыка нации, который представлял её политические и гражданские интересы. Это явление учитывалось в политических видах соседних государств. В ходе закавказских войн первой трети XIXв армянское духовенство не только призвало народ к национальной борьбе, проповедуя деятельность Вардана Мамиконяна, но и возглавило её. На полях сражений доблестью отличился добровольческий отряд шамшадинского епископа Г. Манучаряна. Свой вклад внесли архиепископ Мартирос, бессарабский архиепископ Григорий и архимандрит Серовбе. Временно управляющий Эчмиадзинским престолом архиепископ Нерсес Аштаракеци,- известный как "Защитник Отечества" ,- призвал армян "не щадить последней капли крови" во имя освобождения.

Сложившееся содружество высшего армянского духовенства с самодержавием сыграло положительную роль в освобождении восточноармянских территорий. Деятельность армянского духовенства содействовала созданию Армянской области, способствовала консолидациии армян, воссоздавшей из исторического небытия понятие "Армения".

Эчмиадзинский престол зажег свечу просвещения. Было создано училище Нерсисян, имевшее в 1824г. 80 учащихся, а в 1826г.—360 воспитанников. Верховный католикос Аштаракеци в сороковых годах XIXв. осуществил формирование церковно-приходской системы образования, венцом которой в 1874г. стала Эчмиадзинская духовная Академия. Стараниями католикоса Геворка Брусского в 70-х годах XIXв. был образован самостоятельный армянский учебный округ из училищ, семинарий и Академии, который не зависил от надзора и контроля царской администрации. Число обучающихся подростков обоего пола составляло около 20 тыс. чел.

Глава Эчмиадзинского престола имел признанный вселенский статус. Нахождение Эчмиадзинского престола в составе Российской державы содействовало укреплению материальных и национальных устоев. Руководство церкви приняло активное участие в развитии национального патриотизма в период правления католикоса Макария. Армянскую общественную жизнь катализировала борьба за реформы в Западной Армении, которые были обещаны Европой по 61 статье Берлинского конгресса, вовлекшего представителей духовенства в повстанческое движение. В середине XIX в. состав революционных комитетов в Александропольском и Ново-Баязетском уездах состоял преимущественно из священнослужителей. Видную роль в патриотическом движении играл верховный каталикос Мкртыч Хримян. Лейтмотивом деятельности духовенства стала формула спасения армян: "уповать на свои силы и не признавать другого царя, кроме Бога". Участие Эчмиадзинского престола в освободительном движении навлекло репрессии царизма. Начались ссылки и аресты священнослужителей, закрытие церковно-приходских училищ и благотворительных организаций. Вершиной преследования царизма стала секуляризация имущества армянской церкви в 1903г. Под давлением самообороны и русской революции, царизм, спустя два года, был вынужден пойти на попятную в имущественном и школьном вопросах.

Армянская церковь выступила активным поборником первой республики Армении (1918-1920гг.), содействуя её утверждению и сохранению. Под давлением внешних сил республика пала, и в стране был установлен тоталитарный режим с коммунистической идеологией. Религия была провозглашена "опиумом для народа", а церковь антиобщественной организацией. Участники Даралагязского восстания понесли тяжелые наказания. На Эчмиадзинский престол были наложены фискальные и моральные путы, а католикос Хорен Мурадбекян умер насильственной смертью. Повсеместно стали закрываться церкви, численность которых в 1953г. достигла 18. И это, в Армении, где в столице Багратидов, Ани. насчитывалось более 300 церквей. Всесильный коммунистический режим намеревался вообще упразднить роль верховного католикоса в Эчмиадзине как духовного главы армян, но наличие спюрка и антипрестола в Сисе являлось отрезвляющим фактором. После второй мировой войны возникла определенная поблажка к Эчмиадзину, учитывались временные претензии Советского руководства на возвращение Карсского пашалыка и территории западная Армении.

В годы третьей республики Армения, Эчмиадзинский престол стал союзником армянской государственности как в Карабахской войне, так и в борьбе за развитие армянской государственности. Помощь страждущим оказывается на различных уровнях и зонах бедствия. Наличие новых отношений в обществе, инфильтрация различных сект, размежевание светской и духовной властей сказываются на деятельности церкви. Решается задача восполнения духовных кадров, строительства мест общения с Богом, содействие национальным устоям. Как и прежде, так и сейчас Армиянская церковь вместе с нацией.

Проф. В. Тунян

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

А. Бабаян, А. Закарян

Пусть D - единичный круг в комплексной плоскости, $D=\{z:|z|<1\}$, и Γ граница этого круга, $\Gamma=\{z:|z|=1\}$. В области D рассматривается дифференциальное уравнение четвертого порядка

$$\sum_{k=0}^{4} A_k \frac{\partial U^4}{\partial x^k \partial y^{4-k}} = 0 \quad z = x+iy,\ (x,y)\in D. \qquad (1)$$

где A_k -комплексные постоянные $(A_0 \neq 0)$. Характеристическое уравнение соответствующее уравнению (1) имеет вид

$$A_0\lambda^4 + A_1\lambda^3 + A_2\lambda^2 + A_3\lambda + A_4 = 0. \qquad (2)$$

Коэффициенты A_k будем предполагать такими, что уравнение (2) имеет корни $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4$ удовлетворяющие условиям

$$\lambda_1=\lambda_2\neq i,\ \Im m\lambda_1>0,\ \Im m\lambda_3<0,\ \Im m\lambda_4<0,\ \lambda_3\neq\lambda_4. \qquad (3)$$

На границе Γ решение U удовлетворяет условиям Дирихле

$$U|_\Gamma = f_1(x,y) \qquad (x,y)\in\Gamma \qquad (4)$$

$$\left.\frac{\partial U}{\partial N}\right|_\Gamma = f_2(x,y) \qquad (x,y)\in\Gamma \qquad (5)$$

Здесь N - внутренняя нормаль к Γ в точке (x,y), $f_1(x,y)$, $f_2(x,y)$ и $\frac{\partial f}{\partial S}(x,y)$ -непрерывные по Гёльдеру функции на Γ ($\frac{d}{dS}$ - производная по длине дуги в точке $(x,y)\in\Gamma$). Решение U задачи Дирихле (1), (4), (5) ищется в классе функций четырежды непрерывно дифференцируемых в D и имеющих непрерывные в $D\cup\Gamma$ производные первого порядка.

При выполнении условий (3) уравнение (1) эквивалентно следующему уравнению:

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}-\lambda_1\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\left(\frac{\partial}{\partial y}-\lambda_3\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial}{\partial y}-\lambda_4\frac{\partial}{\partial x}\right)U=0 \quad (x,y)\in D. \qquad (6)$$

Прежде чем сформулировать основной результат работы, перейдем к комплексным переменным и введем некоторые вспомогательные обозначения. Имеем

$$z = x + iy,\ x = \frac{z+\bar{z}}{2},\ y = \frac{z-\bar{z}}{2i}$$
$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right),\ \frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right) \qquad (7)$$

В этих обозначениях уравнение (4) представим в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial \bar{z}} - \mu_1\frac{\partial}{\partial z}\right)^2\left(\frac{\partial}{\partial z} - \mu_3\frac{\partial}{\partial \bar{z}}\right)\left(\frac{\partial}{\partial z} - \mu_4\frac{\partial}{\partial \bar{z}}\right)U = 0. \qquad (8)$$

Здесь

$$\mu_1 = \frac{i-\lambda_1}{i+\lambda_1},\ \mu_3 = \frac{i+\lambda_3}{i-\lambda_3},\ \mu_4 = \frac{i+\lambda_4}{i-\lambda_4}. \qquad (9)$$

Отметим, что в силу условий (3)

$$\mu_1 \neq 0, \mu_3 \neq \mu_4, |\mu_k| < 1,\ k = 1,3,4. \qquad (10)$$

Обозначим

$$\delta = \mu_1\mu_3,\ \gamma = \mu_1\mu_4. \qquad (11)$$

Основной результат данной работы формулируется следующим образом.

Теорема. Задача Дирихле (1), (4), (5) однозначно разрешима тогда и только тогда, когда выполнены условия

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} 1 & 1-\delta^k & 1-\gamma^k \\ \frac{1}{k} & 1-\delta & 1-\gamma \\ \frac{1}{k} & (1-\delta)\delta^k & (1-\gamma)\gamma^k \end{vmatrix} \neq 0 \quad k = 3,4,\ldots \qquad (12)$$

(под однозначной разрешимостью предполагается, что однородная задача (1), (4), (5) (при $f_1(x,y) \equiv f_2(x,y) \equiv 0$) не имеет нетривиальных решений, а неоднородная задача всегда имеет решение в определенном выше классе функций).

Отметим, что так как из (10) и (11) $|\delta| < 1$ и $|\gamma| < 1$, условия (12) выполняются для достаточно больших k.

Пример. Пусть $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{i}{7}, \lambda_3 = -\frac{1}{2}, \lambda_4 = -17i$. Используя обозначения (9) и (11), получим

$$\mu_1 = \frac{3}{4}, \mu_3 = \frac{1}{3}, \mu_4 = -\frac{8}{9}, \delta = \frac{1}{4}, \gamma = -\frac{2}{3}.$$

В этом случае

$$(1 + 2(\delta+\gamma) + \delta\gamma) = 0,$$

следовательно, $\Delta_3 = 0$.

Однозначная разрешимость задачи (1), (4), (5) нарушена, так как функция

$$U_3(x,y) = (x^2 + y^2 + 1)^2$$

является нетривиальным решением однородной задачи (1), (4), (5).

ԴԱՏՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՀԻԼԲԵՐՏՅԱՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ԲԱԶԻՍԻ ԳԱՂԱՓԱՐԻ ՇՈՒՐՋԸ

Լ. Գևորգյան

Դիցուք X - ը գծային տոպոլոգիական տարածություն է, իսկ $\{e_k\}, k \in \mathbb{N}$–ն այդ տարածության տարրերի հաջորդականություն: Ինչպես լավ հայտնի է (տես, օրինակ, [1]), $\{e_k\}$ համախումբը կոչվում է X տարածության բազիս, եթե ցանկացած $x \in X$ տարր միարժեքորեն վերլուծվում է շարքի ըստ բազիսի տարրերի

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n e_n.$$

Այս վերլուծության $\{\alpha_n\}$ գործակիցները կոչվում են x տարրի կոնտրավարիանտ կոորդինատներ $\{e_k\}$ բազիսում:

Հիլբերտյան տարածության դեպքում կարելի է սահմանել նաև կամայական հզորությամբ օրթոնորմավորված բազիսներ: Հիշեցնենք, որ $\{e_\lambda\}, \lambda \in \Lambda$ համախումբը կոչվում է հիլբերտյան տարածության օրթոնորմավորված բազիս, եթե $(e_\lambda, e_\mu) = \delta_{\lambda\mu}$ ($\delta_{\lambda\mu}$-ն Կրոնեկերի սիմվոլն է) և

$$x = \sum_{\lambda \in \Lambda} (x, e_\lambda) e_\lambda$$

(պարզվում է, որ ամեն մի այդպիսի գումարում միայն ոչ ավելի, քան հաշվելի թվով գործակիցներ են զրոյից տարբեր, այնպես որ գումարը միանգամայն հստակ իմաստ ունի): Որպես կոնկրետ օրինակ կարելի է նշել Բեզիկովիչի համարյա պարբերական ֆունկցիաների B_2 տարածությունը և $\{\exp(i\lambda t)\}, \lambda \in \mathbb{R}$ կոնտինուալ օրթոնորմավորված համախումբը (տես [2]):

Մեկ այլ սահմանում, ըստ երևույթին, անհաջող, տրվել է [3] գրքում, խնդիր 574.ըստ որի H տարածության միավոր վեկտորների $\{e_\lambda\}, \lambda \in \Lambda$ համախումբը, որտեղ Λ–ն μ – չափելի տարածություն է, կոչվում է անընդհատ բազիս, եթե կամայական x –ի համար H –ից $x(\lambda) = (x, e_\lambda)$ թվային ֆունկցիան չափելի է և

$$\|x\|^2 = \int |(x, e_\lambda)|^2 \mu(d\lambda).$$

Կան նաև կոնտինուալ հզորությամբ այլ օբեկտներ, որոնք նույնպես կարելի է համարել օրթոնորմավորված բազիսներ: Այդպիսին է, օրինակ, նույն էքսպոնենցիալ համախումբը $L^2(-\infty;+\infty)$ տարածությունում: Խոսել ընդունված իմաստով բազիսի մասին ներկա իրադրությունում չի կարելի, քանի որ այդ տարրերը նշված տարածությանը չեն պատկանում: Այս դժվարությունը ունի կոնցեպտուալ բնույթ, քանի որ սեպարաբել տարածությունում օրթոնորմավորված բազիսը ամենաշատը հաշվելի կարող է լինել: Վերոհիշյալ խնդիրը լուծելու, ինչպես նաև թվարկված տարբեր սահմանումները ի մի բերելու ցանկությունը մեզ բերել է հետևյալ մոտեցմանը:

Հիլբերտյան տարածության դեպքում y տարրին կարելի է համապատասխանության մեջ դնել մեկ այլ թվային հաջորդականություն $\{\beta_n\}, \beta_n = (y, e_n)$: Նրանք կոչվում են y տարրի կովարիանտ կոորդինատներ $\{e_k\}$ բազիսում: Տեղի ունի Պարսևալի

$$(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \overline{\beta_n}$$

հավասարությունը:

Դժվար չէ համոզվել, որ բազիսը նվազագույն (այսինքն նրա յուրաքանչյուր տարր չի պատկանում մյուսների գծային թաղանթի փակմանը) և լրիվ (այսինքն այդ տարրերի գծային թաղանթը ամենուրեք խիտ է X-ում) համախումբ: Եթե $\{e_k\}$ համախումբը մինիմալ է, ապա գոյություն ունի այսպես կոչված բիօրթոգոնալ $\{e_k^*\}$ համախումբ, որը բավարարում է $(e_k, e_m^*) = \delta_{km}$ պայմանին: Լրիվ համախմբի դեպքում բիօրթոգոնալ համախումբը որոշվում է միարժեքորեն: Այս երկու պայմանը բավարար չեն, որպեսզի համախումբը բազիս կազմի, սակայն տեղի ունի հետևյալը

Պնդում 1. Եթե $\{e_k\}, k \in \mathbb{N}$-ն H տարածության տարրերի համախումբ է, որը բավարարում է

ա) $\{e_k\}$ համախումբը մինիմալ է,

բ) այդ համախմբի համար տեղի ունի Պարսևալի հավասարությունը,

պայմաններին, ապա այն կազմում է H տարածության բազիս:

Նշված պայմանները ուղենիշ կհանդիսանան ընդհանուր դեպքը քննարկելիս:

Սահմանում. Դիցուք Λ-ն ինչ-որ μ լոկալ վերջավոր *չափով* տարածություն է $\{\varphi_\lambda\}$-ն և $\{\psi_\lambda\}$-ն ($\lambda \in \Lambda$) երկու ֆունկցիոնալների ընտանիք, այնպես որ ամեն մի x, y-ի համար H-ից $x(\lambda) = \varphi_\lambda(x)$, $\widetilde{y}(\lambda) = \psi_\lambda(y)$ ֆունկցիաները որոշված են համարյա ամենուրեք և չափելի են: $\{\varphi_\lambda\}$-ն և $\{\psi_\lambda\}$-ն կազմում են H տարածության բազիս, եթե տեղի ունեն ներքոշարադրյալ երկու պայմանները

ա) կամայական M չափելի ենթաբազմության համար, այնպիսին որ $\mu(\Lambda \setminus M) > 0$, գոյություն ունի գոնե մեկ, չեզոք տարրից տարբեր $a \in H$ $(b \in H)$ տարր, այնպիսին որ $a(\lambda) = 0$ $(\widetilde{b}(\lambda) = 0), \lambda \in M$,

բ) կամայական $x; y$-ի համար H – ից տեղի ունի Պարսևալի հավասարությունը՝

$$(x; y) = \int \widetilde{x}(\lambda)\overline{y(\lambda)}\mu(d\lambda).$$

Նշենք, որ բազիսը կոչվում է օրթոնորմալ, եթե $\varphi_\lambda = \psi_\lambda$: Դժվար չէ համոզվել, որ հիլբերտյան տարածության կոնվենցիոնալ օրթոնորմալ բազիսը համապատասխանում է այն դեպքին, երբ μ չափը համընկնում է ատոմար "հաշվող" չափի հետ $\mu(A) = cardA$:

Պնդում 2. (Րիս-Ֆիշերի ընդհանրացված թեորեմ): Հիլբերտյան H տարածության յուրաքանչյուր օրթոնորմավորված բազիս իզոմետրիկ իզոմորֆիզմ է հաստատում H-ի և L^2_μ-ի միջև և ընդհակառակը, H տարածության և L^2_μ-ի միջև ցանկացած իզոմետրիկ իզոմորֆիզմ որոշում է H տարածության ինչ-որ օրթոնորմավորված բազիս:

Գրականություն

1. Эдвардс Р., Функциональный анализ, М., Мир, 1969.
2. Zaanen A.C., Linear Analysis,North-Holland Publ. Co., 1960.
3. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д.,Теоремы и задачи функционального анализа, М., Наука, 1979.

ՌԻՄԱՆԻ ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐԸ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ ԷՔՍՊՈՆԵՆՑԻԱԼ ԱՃ ՈՒՆԵՑՈՂ ՖՈՒՆԿՑԻՈՆԱԼ ԴԱՍՈՒՄ

Գ. Հայրապետյան, Ա. Զաքարյան

1. A-ով նշանակենք վերին և ստորին կիսահարթություններում անալիտիկ ֆունկցիաների բազմությունը, որոնք ցանկացած $|y_m z| > \delta > 0$ շերտից դուրս բավարարում են

$$|\Phi(z)| < Me^{|z|^\delta}$$

որտեղ $\delta < 1$, իսկ M-ը հաստատուն է, որը կախված է միայն δ-ից:

Ուսումնասիրվում է հետևյալ եզրային խնդիրը

Գտնել $\Phi(z) \in A$ ֆունկցիան այնպես, որ տեղի ունենա հետևյալ եզրային պայմանը.

$$\lim_{y \to 0} \left\| \Phi^+(x+iy) - a(x)\Phi^-(x-iy) - f(x) \right\|_1 = 0 \qquad (1)$$

որտեղ $f(x) \in L^1(-\infty, \infty)$, $a(x)$-ը կտոր առ կտոր Հյոլդերի դասի ֆունկցիա է:

Դիցուք $S^{\pm}(z)$-ը $a(x)$ ֆունկցիայի ֆակտորիզացիայով ստացված ֆունկցիաներն են (տես [1]) այնպես որ $S^+(z)$-ը անալիտիկ է վերին, իսկ $S^-(z)$-ը ստորին կիսահարթություններում: $a(x)$ ֆունկցիայի ինդեքսը նշանակենք χ:

<u>ԹԵՈՐԵՄ</u> (1) եզրային խնդրի ընդհանուր լուծումն ունի հետևյալ տեսքը

$$\Phi(z) = \frac{S^+(z)}{\omega i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{S^+(t)} \frac{dt}{t-z} + P(z)S(z) \qquad (2)$$

որտեղ $P(z)$-ը կամայական բազմանդամ է, որի կարգը որոշվում է χ-ով, ընդ որում, եթե $\chi > 0$, ապա $P(z) \equiv 0$:

Թեորեմի ապացույցը հենվում է հետևյալ պնդման վրա:

<u>Լեմմա</u> Դիցուք $\Phi(z) \in A$ և

$$\lim_{y \to 0} \left\| \Phi^+(x+iy) - \Phi^-(x-iy) \right\|_1 = 0 \qquad (3)$$

Այդ դեպքում $\Phi(z) \equiv const$

խնդիրը լուծելու, ինչպես նաև թվարկված տարբեր սահմանումները ի մի բերելու ցանկությունը մեզ բերել է հետևյալ մոտեցմանը:

Հիլբերտյան տարածության դեպքում y տարրին կարելի է համապատասխանության մեջ դնել մեկ այլ թվային հաջորդականություն $\{\beta_n\}, \beta_n = (y, e_n)$: Նրանք կոչվում են y տարրի կովարիանտ կոորդինատներ $\{e_k\}$ բազիսում: Տեղի ունի Պարսևալի

$$(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \overline{\beta_n}$$

հավասարությունը:

Դժվար չէ համոզվել, որ բազիսը նվազագույն (այսինքն նրա յուրաքանչյուր տարր չի պատկանում մյուսների գծային թաղանթի փակմանը) և լրիվ (այսինքն այդ տարրերի գծային թաղանթը ամենուրեք խիտ է X-ում) համախումբ: Եթե $\{e_k\}$ համախումբը մինիմալ է, ապա գոյություն ունի այսպես կոչված բիօրթոգոնալ $\{e_k^*\}$ համախումբ, որը բավարարում է $(e_k, e_m^*) = \delta_{km}$ պայմանին: Լրիվ համախմբի դեպքում բիօրթոգոնալ համախումբը որոշվում է միարժեքորեն: Այս երկու պայմանը բավարար չեն, որպեսզի համախումբը բազիս կազմի, սակայն տեղի ունի հետևյալը

Պնդում 1: Եթե $\{e_k\}, k \in \mathbb{N}$-ն H տարածության տարրերի համախումբ է, որը բավարարում է

ա) $\{e_k\}$ համախումբը մինիմալ է,

բ) այդ համախմբի համար տեղի ունի Պարսևալի հավասարությունը,

պայմաններին, ապա այն կազմում է H տարածության բազիս:

Նշված պայմանները ուղենիշ կհանդիսանան ընդհանուր դեպքը քննարկելիս:

Սահմանում: Դիցուք Λ-ն ինչ-որ μ լոկալ վերջավոր _չափով_ տարածություն է $\{\varphi_\lambda\}$-ն և $\{\psi_\lambda\}$-ն ($\lambda \in \Lambda$) երկու ֆունկցիոնալների ընտանիք, այնպես որ ամեն մի x, y-ի համար H-ից $x(\lambda) = \varphi_\lambda(x)$, $\widetilde{y}(\lambda) = \psi_\lambda(y)$ ֆունկցիաները որոշված են համարյա ամենուրեք և չափելի են: $\{\varphi_\lambda\}$-ն և $\{\psi_\lambda\}$-ն կազմում են H տարածության բազիս, եթե տեղի ունեն ներքոշարադրյալ երկու պայմանները

ա) կամայական M չափելի ենթաբազմության համար, այնպիսին որ $\mu(\Lambda \setminus M) > 0$, գոյություն ունի գոնե մեկ, չեզոք տարրից տարբեր $a \in H$ $(b \in H)$ տարր, այնպիսին որ $a(\lambda) = 0$ $(\widetilde{b}(\lambda) = 0)$, $\lambda \in M$,

բ) կամայական $x; y$-ի համար H – ից տեղի ունի Պարսևալի հավասարությունը`

$$(x; y) = \int \widetilde{x}(\lambda)\overline{y(\lambda)}\mu(d\lambda).$$

Նշենք, որ բազիսը կոչվում է օրթոնորմալ, եթե $\varphi_\lambda = \psi_\lambda$: Դժվար չէ համոզվել, որ հիլբերտյան տարածության կոնվենցիոնալ օրթոնորմալ բազիսը համապատասխանում է այն դեպքին, երբ μ չափը համընկնում է ատոմար "հաշվող" չափի հետ $\mu(A) = cardA$:

Պնդում 2 (Րիս-Ֆիշերի ընդհանրացված թեորեմ): Հիլբերտյան H տարածության յուրաքանչյուր օրթոնորմավորված բազիս իզոմետրիկ իզոմորֆիզմ է հաստատում H-ի և L_μ^2-ի միջև և ընդհակառակը, H տարածության և L_μ^2-ի միջև ցանկացած իզոմետրիկ իզոմորֆիզմ որոշում է H տարածության ինչ-որ օրթոնորմավորված բազիս:

Գրականություն

1. Эдвардс Р., Функциональный анализ, М., Мир, 1969.
2. Zaanen A.C., Linear Analysis,North-Holland Publ. Co., 1960.
3. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д.,Теоремы и задачи функционального анализа, М., Наука, 1979.

ՌԻՄԱՆԻ ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐԸ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ ԷՔՍՊՈՆԵՆՑԻԱԼ ԱՃ ՈՒՆԵՑՈՂ ՖՈՒՆԿՑԻՈՆԱԼ ԴԱՍՈՒՄ

Հ. Հայրապետյան, Ա. Զաքարյան

1. A-ով նշանակենք վերին և ստորին կիսահարթություններում անալիտիկ ֆունկցիաների բազմությունը, որոնք ցանկացած $|y_m z| > \delta > 0$ շերտից դուրս բավարարում են

$$|\Phi(z)| < Me^{|z|^\delta}$$

որտեղ $\delta < 1$, իսկ M-ը հաստատուն է, որը կախված է միայն δ-ից:

Ուսումնասիրվում է հետևյալ եզրային խնդիրը.

Գտնել $\Phi(z) \in A$ ֆունկցիան այնպես, որ տեղի ունենա հետևյալ եզրային պայմանը.

$$\lim_{y \to 0} \left\| \Phi^+(x+iy) - a(x)\Phi^-(x-iy) - f(x) \right\|_1 = 0 \qquad (1)$$

որտեղ $f(x) \in L^1(-\infty, \infty)$, $a(x)$-ը կտոր առ կտոր Հյոլդերի դասի ֆունկցիա է:

Դիցուք $S^{\pm}(z)$-ը $a(x)$ ֆունկցիայի ֆակտորիզացիայով ստացված ֆունկցիաներն են (տես [1]) այնպես որ $S^+(z)$-ը անալիտիկ է վերին, իսկ $S^-(z)$-ը ստորին կիսահարթություններում: $a(x)$ ֆունկցիայի ինդեքսը նշանակենք χ:

<u>ԹԵՈՐԵՄ</u> (1) եզրային խնդրի ընդհանուր լուծումն ունի հետևյալ տեսքը

$$\Phi(z) = \frac{S^+(z)}{\omega i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{S^+(t)} \frac{dt}{t-z} + P(z)S(z) \qquad (2)$$

որտեղ $P(z)$-ը կամայական բազմանդամ է, որի կարգը որոշվում է χ-ով. ընդ որում, եթե $\chi > 0$, ապա $P(z) \equiv 0$:

Թեորեմի ապացույցը հենվում է հետևյալ պնդման վրա:

<u>Լեմմա</u> Դիցուք $\Phi(z) \in A$ և

$$\lim_{y \to 0} \left\| \Phi^+(x+iy) - \Phi^-(x-iy) \right\|_1 = 0 \qquad (3)$$

Այդ դեպքում $\Phi(z) \equiv const$

Ապացույց (3) առնչությունից հետևում է, որ $\Phi(z)$-ը անալիտիկ ֆունկցիա է ամբողջ հարթության վրա: Նշանակենք

$$\Psi_t(z) = \Phi^-(z+it) - \Phi^+(z-it)$$

Ըստ (3)-ի $\Psi_t(x) \in L^1(-\infty,\infty)$: $\Psi_t(z)$ ֆունկցիայի նախնականը $\widetilde{\Psi}_t(z)$-ը նույնպես անալիտիկ է ամբողջ հարթության վրա և սահմանափակ է իրական առանցքի վրա: Կիրառելով Ֆրագմեն-Լինդելոֆի սկուզբունքը ստանում ենք, որ $\widetilde{\Psi}(z)$-ը սահմանափակ է վերին և ստորին կիսահարթություններում, այնպես, որ $\widetilde{\Psi}(z) \equiv const$: Հետևաբար $\Psi_t(z) \equiv 0$ և $\Phi^+(z+it) \equiv \Phi^-(z-it)$ ցանկացած t-ի համար: Ստացված հավասարությունից հետևում. է, որ $2it$-ն ցանկացած $t>0$ դեպքում հանդիսանում է $\Phi(z)$ ֆունկցիայի համար պարբերություն: Դա հնարավոր է միայն այն դեպքում, երբ $\Phi(z) \equiv const$:

Բացի (1) խնդրից հետզոտվել է նաև եզրային խնդիրներ կշռային տարածություններում հետևյալ դրվածքով:

$$\lim_{y\to 0}\left\|\Phi^+(x+iy) - a(x)\Phi^-(x-iy) - f(x)\right\|_{L(\varsigma)} = 0$$

որտեղ $f(x) \in L'(\varsigma)$, $\varsigma = (1+x^2)^{-\alpha}$, $\alpha > 0$:

1. Հայրապետյան Հ.Մ., Պետրոսյան Վ. Հայաստանի ԳԱԱ տեղեկատու մաթեմատիկա, #3, XXXII:

ԴԻՐԻԽԼԵԻ ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐԸ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ ԿՏՈՐ ԱՌ ԿՏՈՐ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ԳՈՐԾԱԿՑՈՎ ԷԼԻՊՏԻԿ ՀԱՎԱՍԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Հ. Հայրապետյան, Գ. Մելիքսեթյան

Վերին կիսահարթության Π^+-ի մեջ դիտարկենք հետևյալ հավասարումը

$$\phi(y)\frac{\partial^2 U}{\partial^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \qquad (y>0), \tag{1}$$

որտեղ $\phi(y) = 1$, երբ $y \in [0;\ \pi]$ և $\phi(y) = a^2$, երբ $y \in a(\pi;\ \infty)$. (1) հավասարման համար ուսումնասիրվում է Դիրիխլեի խնդիրը

$$U(x,\ 0) = f(x), \tag{2}$$

որտեղ $f(x) \in L'(-\infty;\ \infty)$ և պատկանում է C^α Հյոլդեմի դասին: $U(x,\ y)$ ֆունկցիայից պահանջվում է, որ այն լինի սահմանափակ Π^+-ում իր առաջին կարգի մասնական ածանցյալների հետ միասին: $y=\pi$ ուղղի վրա, որի վրա $\phi(y)$ ֆունկցիան ունի խզում, դրվում է հետևյալ պայմանները:

$$U(x,\ \pi+0) = U(x,\ \pi-0) \qquad x \in (-\infty;\ \infty),$$

$$\frac{\partial U}{\partial y}(x,\ \pi+0) = \frac{\partial U(x,\ \pi-0)}{\partial y}, \quad x \in (-\infty;\ \infty);$$

(1)-(2) խնդիրները հետազոտվում են հետևյալ մեթոդով: Ըստ (2) պայմանի կատարում

ենք նշանակում

$$\frac{\partial U(x,\ \pi+0)}{\partial y} = \frac{\partial U(x,\ \pi-0)}{\partial y} = f(x),$$

որից հետո հավասարումը (1) դիտարկում ենք առանցքին $0<y<\pi$ շերտում, որտեղ այն դառնում է Լապլասի հավասարում և $y \in (\pi;\ \infty)$ կիսահարթությունում, որտեղ այն էլիպտիկ հավասարում է հաստատուն գործակցով: $y \in (0;\ \pi)$ շերտը կոնֆորմ արտապատկերման օգնությամբ Լապլասի հավասարման համար լուծում ենք Դիրիխլերի խնդիրը հետևյալ եզրային պայմանով`

$$U(x,\ 0) = f(x) \text{ և } U(x,\ \pi) = f_1(x);$$

$y>\pi$ կիսահարթության մեջ հավասարում (1)-ի ընդհանուր լուծումը ունի հետևյալ տեսքը $U(x,\ y) = \psi_1(x+iay) + \psi_2(x-iay)$, որտեղ ψ_1-ը և ψ_2-ը կամայական անալիտիկ ֆունկցիաներ են Δ_1 և Δ_2 տիրույթներում, որոնք ստացվում են $y>\pi$ կիսահարթության արտապատկերումից` $x+iagy$ և $x-iay$ արտապատկերումներով: Լուծելով $U(x,\ \pi) = f_1(x)$ Դիրիխլեի խնդիրը հավասարում (1)-ի համար $y>0$ կիսահարթությունում և հաշվի առնելով 1. պայմանը $f_1(x)$ ֆունկցիայի նկատմամբ ստանում ենք ինտեգրալ հավասարումը, որն ընդհանուր դեպքում սինգուլյար է:

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ Ric - ПОЛУПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПОДМНОГООБРАЗИЙ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

В. Мирзоян, Г. Аракелян, О. Хосровян, М. Сагателян

Пусть M – риманово многообразие с римановой связностью ∇ и операторами кривизны $R(X,\ Y) = [\nabla_X,\ \nabla_Y] - \nabla_{[X,\ Y]}$. Тензорное поле A на M называется полупараллельным, если $R(X,\ Y)\cdot A = 0$. Риманово многообразие M с полупараллельным тензором Риччи R_1 называется Ric-полупараллельным. Этот класс римановых многообразий включает в себя класс симметрических, полусимметрических и эйнштейновых пространств и является их естественным дифференциально-геометрическим обобщением. Условие $R(X,\ Y)\cdot R_1 = 0$, являясь внутренним, сохраняется при изометрических погружениях в другие римановы пространства. В настоящей работе мы даем геометрическое описание и классификацию одного класса Ric-полупараллельных подмногообразий в евклидовых пространствах.

Пусть $f: M \to E_n$ является изометрическим погружением m-мерного риманова многообразия M в евклидово пространство E_n и пусть h^α_{ij} $(i, j = 1, \ldots,\ m,\ \alpha, \beta = m+1, \ldots,\ n)$-компоненты второй фундаментальной формы в некотором адаптированном к M поле ортонормрепера $(e_i,\ e_\alpha)$.

Тензор

$$R^{\beta}_{\alpha i j} = \sum_k \left(h^{\alpha}_{ik} h^{\beta}_{kj} - h^{\beta}_{ik} h^{\alpha}_{kj}\right)$$

называется тензором кривизны нормальной связности. Если $R^{\beta}_{\alpha ij} = 0$, то говорят о нормально плоском подмногообразии. В этом случае все матрицы $\| h^{\alpha}_{ij} \|$ могут быть одновременно приведены к виду $\| \lambda^{\alpha}_i \delta_{ij} \|$. Нормальные векторы $n_i = \lambda^{\alpha}_i e_{\alpha}$ называются главными векторами кривизны нормально плоского подмногообразия, а вектор $H = \dfrac{1}{m} \sum_i n_i$ называется вектором средней кривизны. Если $H = 0$, то подмногообразие M называется минимальным.

Лемма 1. Пусть M – нормально плоское подмногообразие в евклидовом пространстве E_n. Для того чтобы M удовлетворяло условию $R(X, Y) \cdot R_1 = 0$, необходимо и достаточно, чтобы его главные векторы кривизны n_i и вектор средней кривизны H удовлетворяли условию

$$\left\{ |n_j|^2 - |n_k|^2 + \langle H,\ n_k - n_j \rangle \right\} \langle n_j,\ n_k \rangle = 0 \qquad (1)$$

или, что равносильно,

$$\langle n_j - n_k,\ n_j + n_k - H \rangle \cdot \langle n_j,\ n_k \rangle = 0 \qquad (2)$$

для любых j, k, где $\langle , \rangle$ обозначает скалярное произведение в E_n.

Лемма 2. Нормально плоское минимальное подмногообразие M в E_n имеет полупараллельный тензор Риччи тогда и только тогда, когда любые два его главных вектора кривизны либо равны по модулю, либо взаимно ортогональны.

Следующая теорема дает геометрическое описание и локальную классификацию одного класса нормально плоских Ric-полупараллельных подмногообразий в E_n при дополнительных условиях на главные векторы кривизны.

Теорема. Пусть главные векторы кривизны n_i m–мерного нормально плоского подмногообразия M в евклидовом пространстве E_n обладают следующим свойством: для любых i, j $(i \neq j)$ либо 1) $n_i = n_j$, либо 2) $n_i = 0$ или $n_j = 0$, либо 3) $n_i + n_j = H$. Тогда выполняются условия (2) и M локально является либо 1) m–мерной плоскостью E_m, либо 2) m– мерной сферой S^m, либо 3) подмногообразием с индексом относительной дефектности $\upsilon = m - 2$ или $\upsilon = m - 1$, либо 4) конусом вращения C^m, либо 5) произведением $E_k \times S^{m-k}$, либо 6) произведением сфер $S^p \times S^{m-p}$, либо 7) произведением $E_k \times S^p \times S^q$, $k + p + q = m$, либо 8) полуэйнштейновым подмногообразием $K^m \subset E_{m+1} \subset E_n$ и представляет собой конус над произведением $S^p(r_1) \times S^q(r_2)$, $p + q = m - 1$, которое является эйнштейновым подмногообразием в E_{m+1}, принадлежит гиперсфере $S^m(r) \subset E_{m+1}$, где $r^2 = r_1^2 + r_2^2$, либо 9) произведением $E_k \times K^{m-k}$, где K^{m-k} описывается так же, как и K^m в п. 8), либо 10) произведением $E_k \times C^{m-k}$.

Отметим, что классификация Ric-полупараллельных гиперповерхностей в E_n дана в [1]. Конструкция конусов над эйнштейновыми пространствами приведена в [2-3]. Классификация полупараллельных гиперповерхностей в E_n дана в [4] (см. также [5]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Мирзоян В. А. Локальная классификация Ric-полупараллельных гиперповерхностей в евклидовом пространстве. //Годич. Науч. Конф. ГИУА. Сборник материалов. 1998. С. 7-8.
2. Мирзоян В. А. Конусы с многомерными образующими над эйнштейновыми пространствами. //Докл. НАН Армении. 1998. Т. 98, N4. С. 265-269.
3. Мирзоян В. А. Конусы над эйнштейновыми пространствами. Математика //Известия НАН Армении. 1998. Т. 33, N5. С.40-46
4. Deprez I. Semi-parallel hypersurfaces. //Rend. Semin. Mat. Univ. Politecn. Torino. 1986. V. 44. P.303-316.
5. Lumiste U. Semi-parallel submanifolds as some immersed fibre bundles with flat connection. //Geom. Topol. of Submanifolds. VIII, World Scientific, Singapore 1996. P. 236-244.

КОНУСЫ С МНОГОМЕРНЫМИ ОБРАЗУЮЩИМИ НАД РИМАНОВЫМИ ПРОСТРАНСТВАМИ

В. Мирзоян, Г. Аракелян, О. Хосровян, М. Сагателян

В 1990 г. первым из авторов [1] было доказано, что риманово пространство с полупараллельным тензором Риччи R_1 разлагается в прямое произведение двумерного, эйнштейнова и полуэйнштейнова пространств. Полуэйнштейновы пространства были введены в [1] и определяются следующим образом. Пусть M – риманово пространство, $x \in M$ – произвольная точка, а $T_x(M) = T_x^{(0)} + T_x^{(1)}$ – разложение в прямую сумму, где $T_x^{(0)}$ – пространство дефектности, $T_x^{(1)}$ – ортогональное дополнение к $T_x^{(0)}$ в $T_x(M)$. Если в каждой точке x тензор Риччи R_1 на подпространстве $T_x^{(1)}$ пропорционален метрике g, то пространство M называется полуэйнштейновым. Проблема существования нетривиальных полуэйнштейновых пространств была решена в [2, 3] путем построения конусов с многомерными плоскими образующими над эйнштейновыми пространствами. Здесь мы рассмотрим несколько более общие конструкции и сформулируем три теоремы.

Теорема 1. Пусть M – риманово пространство с ненулевым индексом дефектности $\mu = \dim T^{(0)}$ и пусть распределение $T^{(1)}$ является инволютивным, а его интегральное многообразие $M^{(1)}$ – вполне омбилическим в M. Если $M^{(1)}$ эйнштейново с константой $\lambda \leq 0$, то M – полуэйнштейново с индексом дефектности μ. Если же $\lambda > 0$, то M либо полуэйнштейново с индексом дефектности μ, либо M является риччи-плоским с тем же индексом дефектности.

Теорема 2. Пусть E_m – евклидово пространство с метрикой $(dx^1)^2 + \ldots + (dx^m)^2$, а $\widetilde{M}$ – произвольное риманово пространство с метрикой

$$d\widetilde{s}^2 = \widetilde{g}_{rs}(x^\alpha, x^t)dx^r dx^s,$$

где $\alpha = 1, \ldots, m, \quad r, s, t = m+1, \ldots, n \ (n - m = \dim \widetilde{M})$. Пусть произведение $E_m \times \widetilde{M} = M$ наделено метрикой

$$ds^2 = \sum_{\alpha=1}^{m} (dx^\alpha)^2 + \widetilde{g}_{rs}(x^\alpha, x^t)dx^r dx^s.$$

Для того чтобы $\widetilde{M}$ было вполне омбилическим в M, необходимо и достаточно, чтобы метрика $d\widetilde{s}^2$ имела следующий вид:

$$d\widetilde{s}^2 = G(x^\alpha, x^t)h_{rs}(x^t)dx^r dx^s, \qquad (1)$$

где $G(x^\alpha, x^t)$ – положительная функция.

Теорема 3. Пусть выполняются условия теоремы 2 и пусть $\widetilde{M}$ является вполне омбилическим в $M = E_m \times \widetilde{M}$. Для того чтобы в каждой точке $x \in M$ направления $\partial / \partial x^a$ принадлежали пространству дефектности, необходимо и достаточно, чтобы в формуле (1) функция $G(x^\alpha, x^t)$ имела следующий вид:

$$G = (C_\alpha x^\alpha + C)^2 F(x^t),$$

где C_α – произвольные постоянные, $F(x^t) > 0$.

Последняя теорема показывает, чти при указанных условиях M является конусом с многомерными образующими над $\widetilde{M}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мирзоян В. А. Структурные теоремы для римановых Ric-полусимметрических пространств. //Изв. вузов. Математика. 1992. N6. С. 80-89.
2. Мирзоян В. А. Конусы над эйнштейновыми пространствами. //Изв. НАН Армении. Математика.1998. Т. 33, N5. С. 40-46.
3. Мирзоян В. А. Конусы с многомерными образующими над эйнштейновыми пространствами. Докл. НАН Армении. 1998. Т. 98, N4. С. 265-269.
4. Depez J. Semi-parallel hypersurfaces. //Rend. Semin. Mat. Univ. Politecn. Torino. 1986. V. 44. P. 303-316.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ВЕСОВОГО КЛАССА L^1_μ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ РЯДАМИ И РЯДАМИ ПО СИСТЕМЕ УОЛША

С.Епископосян

В 1932 году М.Рисс доказал, что существует функция $f_0(x) \in L^1[0,2\pi]$ такая, что ее ряд Фурье по тригонометрической системе не сходится в $L^1[0,2\pi]$.

Аналогичный результат был установлен и для системы Уолша.

В связи с этим возникает следующий вопрос.

Вопрос. Существует ли весовое пространство $L^1_\mu[0,1]$ ($0 < \mu(x) \leq 1$, $x \in [0,1]$) такое, что любую функцию

$$f(x) \in L^1_\mu[0,1] \equiv \left\{ f : \int_0^1 |f(x)|\mu(x)dx < \infty \right\}$$

можно представить тригонометрическими рядами или рядами по системе Уолша в весовом классе L^1_μ.

Оказывается, что поставленный вопрос имеет положительный ответ. Здесь же отметим, что вопросы представления измеримых функций тригонометрическими или общими ортогональными рядами, а также рядами по базисам пространств $L^p, 1 < p < +\infty$ в смысле сходимости почти всюду и по мере достаточно хорошо изучены. В этом направлении важные результаты получены Д.Е.Меньшовым, А.А.Талаляном, П.Л.Ульяновым и их учениками. Отметим некоторые фундаментальные результаты.

Из примера Рисса следует, что тригонометрическая система не является системой представления пространства $L^1_\mu[0,2\pi]$. Но, как показали К.Казарян и Р.Зинк, при некоторых условиях тригонометрическую систему можно сделать системой представления пространства $L^1_\mu[0,2\pi]$.

А именно, верна следующая теорема.

Теорема (Казарян-Зинк). *Для любого натурального числа N существует измеримая и неотрицательная функция $m(x)$ такая, что система $\{m(x) \cdot e^{ikx}\}_{|k|=N}^{\infty}$ является системой представления в пространстве $L^1[0,2\pi]$.*

В дальнейшем мы будем считать, что последовательности $\{\beta_k\}_{k=1}^{\infty}$ и $\{M_k\}_{k=1}^{\infty}$ фиксированы и удовлетворяют условиям

$$M_k \uparrow, \ \lim_{k\to\infty}(M_{2k} - M_{2k-1}) = +\infty, \qquad (1)$$

$$\beta_k > 0, \quad \lim_{k\to\infty} \beta_k = 0, \qquad (2)$$

и будем рассматривать подсистемы

$$\left\{e^{im_k x}\right\}_{m_k=-\infty}^{\infty} \text{ и } \left\{W_{n_k}(x)\right\}_{k=1}^{\infty},$$

где

$$\{n_k\}_{k=1}^{\infty} = \{m \in N : M_{2s-1} \le m < M_{2s},\ s = 1,2,\dots\}. \qquad (3)$$

В настоящей работе доказывается следующая теорема.

Теорема. *Для любого $\varepsilon > 0$ существует измеримая функция $\mu(x)$, $0 < \mu(x) \le 1$, $|\{x \in [0,2\pi] : \mu(x) \ne 1\}| < \varepsilon$ такая, что для каждой функции $f(x) \in L^1_\mu[0,2\pi]$ можно найти тригонометрический ряд вида*

$$\sum_{n_k=-\infty}^{\infty} c_{n_k} e^{in_k x} \quad \text{c} \quad \sum_{n_k=-\infty}^{\infty} |c_{n_k}| \cdot \beta_{|n_k|} < \infty, \quad c_{-n_k} = \bar{c}_{n_k},$$

который сходится к $f(x)$ в метрике $L^1_\mu[0,2\pi]$ т.е.

$$\lim_{m\to\infty} \int_0^{2\pi} \left| \sum_{|n_k| \le m} c_{n_k} e^{in_k x} - f(x) \right| \mu(x)\,dx = 0$$

Аналогичный результат имеет место и для системы Уолша.

Таким образом, для любого $\varepsilon > 0$ существует измеримая функция $\mu(x)$, $0 < \mu(x) \le 1$, $|\{x \in [0,2\pi] : \mu(x) \ne 1\}| < \varepsilon$ такая, что подсистема $\{\mu(x) \cdot e^{in_k x}\}_{n_k=-\infty}^{\infty}$ уже является системой представления в пространстве $L^1[0,2\pi]$. Этот результат является усилением теоремы К.Казаряна-Р.Зинка.

ОБ ОДНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ И ЕГО ОБРАЩЕНИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЯДОВ

Р.Багиян

Целая функция типа Миттаг-Леффлера определяется посредством разложения

$$E_\rho(z,\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\mu + \frac{k}{\rho})} \qquad (\rho > 0,\ -\infty < \mu < +\infty)$$

как известно имеет порядок ρ и тип, равный единице. В совместной статье автора с М.М. Джрбашяном получено следующее представление этой функции во всей комплексной плоскости:

$$E_\rho(z,\mu) = \int_0^{+\infty} e^{z\tau} \Phi_{\rho,\mu}(\tau)\,d\tau,$$

где $\Phi_{\rho,\mu}(\tau)$ – целая функция,подробно исследованная в работе (1). Обладая рядом замечательных свойств эта функция нашла большое применение как в теории приближений,так и в теории целых функций конечного роста. Так, например, с помощью этой функции $\Phi_{\rho,\mu}(\tau)$ автору удалось получить представление произвольной целой функции конечного роста на всей комплексной плоскости, а именно

$$F(z) = \int_0^{+\infty} \varphi(z\tau) \Phi_{\rho,\mu}(\tau)\,d\tau, \quad (\rho > 0,\ -\infty < \mu < +\infty),$$

где $\varphi(z)$ - целая функция экспоненциального типа. Это представление и ряд других результатов позволили получить обобщенное неравенство С.Н. Бернштейна для целых функций произвольного роста. Но в этих вопросах большую роль играет формула обращения функции φ с помощью F. Автором получена следующая формула обращения (2).

Теорема. Пусть $\Phi(s) \in P$, функции $k(x)$ и $K(s) = \dfrac{1}{\Phi(s)}$ двойственны по Меллину. Если

$$g(x) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{t} k\left(\frac{x}{t}\right) f(t)\,dt, \qquad f(t) \in L_2(0,+\infty) \qquad (1)$$

существует для некоторого $x > 0$, то для почти всех x

$$\Phi(\theta) g(x) = f(x), \qquad \theta = -x\frac{d}{dx} \qquad (2)$$

(о смысле оператора $\Phi(\theta)$ и классе P (3).

Допустим теперь,что функция $g(x)$ из (1) имеет степенное разложение

$$g(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k.$$

Тогда имеет место обращение,выраженное степенным рядом

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \Phi(-k) x^k, \qquad (3)$$

где $$\frac{1}{\Phi(s)} = \int_0^{\infty} k(x) x^{s-1}\,dx.$$

Отметим,что аналогичный результат для более узкого чем P класса E_0 Лагерра-Полиа, был установлен Д.Уиддером.

Литература

1. Джрбашян М.М., Багиян Р.А., ДАН СССР,т. 223, N 6, (1975).
2 Багиян Р.А., Доклады НАН РА т.99,N 1 (1999).
3 Джрбашян .М.М., Интегральные преобразования и представления функций в комплексной плоскости.1966.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЛУРЕГЕНЕРИРУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ M/GI/1

Р.Нагапетян

Рассматривается система массового обслуживания M/GI/1 с бесконечным числом мест ожидания. Заявка, заставшая в момент своего поступления систему свободной, сразу же начинает обслуживаться. После окончания обслуживания этой заявки прибор поступает к обслуживанию всех накопившихся к этому времени заявок. И вообще, в момент окончания обслуживания пакета заявок к обслуживанию принимаются все накопившиеся к этому времени заявки. Внутри пакета требования обрабатываются в одном из следующих режимов:

а) в режиме разделения времени (TSH),

б) в передне-заднем плане (FGBG).

Первое означает следующее: если в рассматриваемый момент в пакете n заявок, то оставшееся время обслуживания одной заявки убывает со скоростью $1/n$.

Второе означает (см.Клейнорок Л. Вычислительные системы с очередями.М.,1979): если поступившее требование застает систему свободной, то начинает обслуживаться со скоростью 1. Через некоторое время, например в момент t_1, поступает новое требование, тогда обслуживающий прибор прекращает обслуживание первого требования и переходит к обслуживанию второго требования со скоростью 1. Если в течение следующих t_1 единиц времени требований не поступает, второе и первое требования получат в точности одно и то же количество обслуживания. После этого они будут обслуживаться в режиме разделения времени со скоростью $1/2$ каждое. Так будет продолжаться до тех пор, пока обслуживание одного из двух требований будет окончено, и оно покинет систему. Обслуживание выполняется таким образом, что к нему предъявляются все требования, которые получили наименьшее обслуживание.

Введем обозначения характеристик, определяющих функционирование системы:

a - интенсивность входящего пуассоновского потока;

B -функция распределения длительности обслуживания одной заявки;

$\nu(t)$ - длина очереди в момент t;

$V(x,t)$ -виртуальное время пребывания заявки в системе с временем обслуживания, равным x;

$\zeta(t)$ -размер пакета, обслуживаемого в момент t или, если система в момент t свободна, размер последнего пакета, обслуженного до момента t.

Введем в рассмотрение вложенную цепь $\{\zeta_n\ n \geq 0$, где ζ_n -размер n-го пакета. Обычными методами доказывается, что при $\rho = a\,\beta_1 < 1$ существуют пределы $\lim\limits_{n\to\infty} P\{\zeta_n = k\} = \pi_k, k \geq 1$, являющиеся решением системы

$$\pi_j = \sum_i \pi_i P_{ij}, \quad \sum_i \pi_i = 1$$

и определяемые функциональным уравнением

$$\pi(z) = \pi(\beta(a - az)) - (1 - z)\pi(\beta(a)), \quad \pi(1) = 1.$$

Здесь $$\pi(z) = \sum_{k\geq 1} \pi_k z^k, |z| \leq 1, \beta_1 = \int_0^\infty x dB(x), \beta(S) = \int_0^\infty e^{-Sx} dB(x).$$

$$P_{ij} = \begin{cases} \int_0^\infty \frac{(ax)^j}{j!} e^{-ax} dB^{*i}(x), & j > 1 \\ \int_0^\infty \left(\frac{ax}{1!} e^{-ax} + e^{-ax} \right) dB^{*i}(x), & j = 1 \end{cases}$$

Случайный процесс $\xi(t) = \{\nu(t), V(x,t)\}$ является полурегенерирующим. Согласно предельной теореме для таких процессов (см.[1], имеем

$$\lim_{t\to\infty} P\{\nu(t) = j, V(x,t) < S, \zeta(t) = k/\zeta_0 = i_0\} = a_k \int_0^\infty \mu_k(t) dt,$$

где $$a_k = \frac{\pi_k}{\sum_{i\geq 1} \pi_i \omega_i}, \quad \omega_i = \int_0^\infty x dB^{*i}(x) = i\beta_1 + \frac{1}{a}\beta'(a).$$

Определение предельного соотношения $\lim\limits_{t\to\infty} P\{\nu(t) = j, V(x,t) < S, \zeta(t) = k/\zeta_0 = i_0\}$ является целью настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

Нагапетян Р.Ш. Использование регенерирующих процессов с зависимыми циклами регенерации шансового типа.//Изв. АН МССР, Сер.физ.мат. №1,1981.