

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ  
ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ  
ՃԱՐՏԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ  
ՏԱՐԵԿԱՆ ԳԻՏԱԺՈՂՈՎ

**ՆՅՈՒԹԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ**

ГОДИЧНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ИНЖЕНЕРНОГО  
УНИВЕРСИТЕТА АРМЕНИЯ

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ**

ԵՐԵՎԱՆ 1999 ԵՐԵՎԱՆ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ԳՆԱՐԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ  
ՏԱՐԵԿԱՆ ԳԻՏԱԺՈՂՈՎ

ՆՅՈՒԹԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ  
25-29 հոկտեմբերի 1999թ.

ГОДИЧНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ИНЖЕНЕРНОГО  
УНИВЕРСИТЕТА АРМЕНИИ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
25-29 октября 1999г.

Երևան 1999 Երևան

Տպագրվում է Հայաստանի պետական ճարտարագիտական  
համալսարանի գիտական խորհրդի որոշմամբ

Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանի տա-  
րեկան գիտաժողով, նյութերի ժողովածու, Երևան, ԶՊԵՀ 1999թ. 332 էջ:

© Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարան

РАЗВИТИЕ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ  
В ГОСУДАРСТВЕННОМ ИНЖЕНЕРНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ АРМЕНИИ  
( ВМЕСТО ПРЕДИСЛОВИЯ )

"Исследования и образование почти неотделимы друг от друга и чаще всего страдают от взаимной разобщенности. Исследования питают преподавание, а преподавание необходимо для того, чтобы факел науки переходил от предыдущего поколения к последующему"

Луи де Бройль

Дорогой читатель! Вы держите в руках очередной сборник материалов годичной научной конференции Государственного инженерного университета Армении.

Ежегодные научные сессии ГИУА — уже традиция. Их отличительная особенность — открытость и массовость, о чем свидетельствует ежегодное представление от 300 до 400 научных докладов. На сессию 1999 года было отобрано более 350 докладов.

Представлять науку Инженерного университета - задача приятная и благородная, ибо результаты научной деятельности являются предметом особой гордости Университета.

Научные исследования ведутся как в департаментах, так и исследовательских лабораториях и научных центрах. В частности, в Центре малых энергетических систем ведутся работы по разработке эффективных фотовольтаических преобразователей солнечной энергии, создаются ветроэнергетические установки различного назначения.

В рамках решения экологических проблем проводятся эко-геологические исследования геодинимики радиоактивного газа радона и причин его накопления в городах и других населенных пунктах. Разрабатываются технические средства для измерения и исследования озона и других газовых составляющих атмосферы, разрабатываются и внедряются промышленные эколого-чистые технологические процессы.

В Университете традиционно высокий уровень имеют исследования в области машиностроения, машиноведения и материаловедения. В рамках проводимых здесь работ следует отметить математическое моделирование и исследование прецизионных манипуляторов и микромеханиз-

мов, разработка и исследование новых смазочных материалов, создание упрочняющих технологий деталей машин, теоретические и технологические разработки получения высокопрочных композиционных порошковых материалов, создание технологии комплексной переработки медных концентратов методами порошковой металлургии. Университетскими химиками разработаны научные основы новых металлургических и химико-технологических процессов, созданы высокотемпературные сверхпроводящие полимер-керамические композиционные материалы и др.

В Университете за последние годы сильное развитие получили исследования в области биомедицинской техники. Здесь создан ряд искусственных суставов с уникальными ортопедическими свойствами, разработаны и исследованы другие устройства особого назначения для биомедицинских применений, в частности, мобильные устройства кардиологического мониторинга и передачи информации на дальние расстояния.

Проблемы информатики, вычислительной техники и автоматизации на протяжении многих лет являются приоритетными для университета. В Инженерном университете не только самый крупный департамент информатики и вычислительной техники, но и самый крупный блок научных исследований в этой области. Здесь успешно ведутся работы по созданию средств принятия решений на основе искусственных нейросетей, систем образования, обработки и визуализации данных нанометрового изображения и др. В Университете создана уникальная система автоматизированного проектирования сложных технических систем, разрабатывается виртуальная среда проектирования технических систем и решения краевых задач с удаленным доступом с использованием интеллектуального посредника и глобальной сети Internet. В рамках создания средств автоматизаций сильное развитие получили системы принятия решения. В частности, создана инвариантная адаптивная система поисковой оптимизации с многочисленными адаптивными методами нелинейного математического программирования, основанными как на моделировании поведенческих (методы случайного поиска) и эволюционных (генетические алгоритмы) механизмов живых организмов, так и на строгих математических процедурах (градиентные и др. алгоритмы).

Современное развитие технических наук немыслимо без использования результатов, полученных в прикладной (и не только прикладной) математике. Спектр исследований научных лабораторий департамента математики достаточно широк - от Риччи - полусимметричных структур до нелинейных краевых задач. Наибольшее развитие получили здесь ис-

следования нелинейных краевых задач с фиксированными и подвижными границами. Эти задачи возникают в различных областях теоретического и прикладного естествознания - аэродинамике, электродинамике, гидромеханике, теплофизике, теории фильтрации и др. Здесь осуществлены развитие численных методов решения и доказательства ряда теорем существования и единственности решения классов задач динамики полета крылатых летательных аппаратов и электродинамики в наиболее общей постановке.

Не меньший интерес представляют исследования в области физики и радиофизики. Отметим некоторые из них. Теоретические исследования сверхбыстрых фотоэлектрических процессов в металлических и полупроводниковых пленках. Рентгенографическое и рентгеноинтерферометрические исследования структурных искажений, возникающих в современных кристаллах кремния под влиянием внешних воздействий. Теоретическое и экспериментальное исследование волноводных и механических свойств оптических волокон и др. Особый интерес представляют исследования эффективности антенны крупнейшего в Мире радиотелескопа ROT 32/54 - 2,6 в различных диапазонах частот.

Список научных исследований и полученных результатов можно продолжить. Однако, думается, что у читателя сформировалось представление о развиваемых научных направлениях.

Мы рассмотрели положение науки в Инженерном университете. Вместе с тем, оно не может быть обособленным явлением. Университетская наука органически связана с положением дел в Республике в целом.

Сегодня государство является, практически, единственным заказчиком науки. Очевидно, что оно не в состоянии обеспечить потребности науки, а частный сектор не спешит вкладывать деньги в науку. И поскольку значительная доля небольших бюджетных средств уходит на зарплату, идет старение и разрушение приборно-аппаратного парка Университета, а заодно и разрушение кадрового потенциала. Для выправления положения необходимы поддержка и налоговые льготы предприятиям, дающим заказы национальным университетам, другим научно-технологическим организациям и реализующим научный продукт в сфере производства и услуг, т.е. нужно законодательное и нормативное стимулирование коммерциализации науки при бюджетной поддержке наукоемких производств и высоких технологий.

Обществоведы сегодня выделяют четыре группы стран, живущих за счет: 1) эксплуатации природных ресурсов; 2) производства сельскохо-

зайственных и промышленных товаров на базе импортируемых технологий; 3) производства товаров, услуг и самих технологий; 4) создания наукоемких товаров, оригинальных технологий, производства научных знаний и всех видов "ноу-хау", образующих основу технологических инноваций и форсированного научно-технического прогресса.

Страны четвертой группы являются лидерами мирового сообщества, обладают наибольшим экономическим могуществом и политическим влиянием. Ибо наука превратилась в доминанту технологического развития, что, в свою очередь, является фундаментальным фактором глобальных общецивилизационных трансформаций.

XXI век будет веком образования, который станет главным ресурсом интеллектуального потенциала общества, основанного на знаниях. И чем скорее мы предпримем практические шаги в направлении весомой поддержки образования и науки, тем скорее мы приведем нашу республику к процветанию.

Акад. Ю. Саркисян

акад. А. Терзян

## О ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ РИМАНА В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Г. Айрапетян

1. Пусть  $A$ -класс аналитических вне единичной окружности  $T = \{z: |z| = 1\}$ , функций, обращающихся в ноль на бесконечности. Рассматривается граничная задача типа Римана: найти функцию  $\Phi(z) \in A$ , удовлетворяющую следующему условию

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} \|\Phi^+(rt) - a(t)\Phi^-(r^{-1}t) - f(t)\| = 0,$$

где  $\Phi^\pm(z)$  - сужение функции  $\Phi(z)$  на  $D^+ = \{z: |z| < 1\}$  и  $D^- = \{z: |z| > 1\}$  соответственно,  $f(t) \in L^1(\rho)$ ,  $a(t)$  - кусочно-непрерывная в смысле Гельдера функция на  $T$ ,  $\rho(t)$  - неотрицательная функция на  $T$  обращающаяся в ноль лишь в точке  $t = 1$ .

В частном случае, когда  $\rho(t) \equiv 1$ , задача (1) исследована в работе [1].

2. Функция  $\rho(t)$  принадлежит классу  $M_\alpha$  ( $\alpha \geq 1$ ) если ее можно представить в виде

$$\rho(t) = \rho_1(t)|1-t|^\alpha,$$

где

$$\frac{\rho_1(t)}{|1-t|^\epsilon} \rightarrow \infty, t \rightarrow 1,$$

для любого  $\epsilon > 0$ .

Теорема 1. Пусть -Общее решение однородной задачи (1) можно представить в виде

$$\Phi_1(z) = \frac{P_m(z)}{(z-1)^m}, \quad (2)$$

где  $m = [\mu] + 1$ , а  $P_m(z)$  - произвольный полином порядка  $m$ .

Теорема 2. Пусть  $a(t) \equiv 1, \rho(t) \in M_\mu$ . Тогда общее решение задачи (1) можно представить в виде

$$\Phi(z) = \Phi_1(z) + \Phi_2(z),$$

где  $\Phi_1(z)$  определяется по формуле (2), а

$$\Phi_2(z) = \frac{(m-1)!}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f_1(t)}{(t-z)^{m+1}} dt,$$

причем  $f_1(t)$  определяется так, чтобы  $f_1^{(m)}(t) = f(t)$  и  $f_1(-1) = \dots = f_1^{(m-1)}(-1) = 0$ .

3. В точках  $t_k \in \Gamma, k = 1, 2, \dots, n$ , разрыва функции  $a(t)$  положим

$$\alpha_k + \beta_k = \frac{1}{2\pi i} (\ln a(t_k - 0) - \ln a(t_k + 0)),$$

где под  $\ln a(t)$  подразумевается любая непрерывная ветвь логарифма, непрерывно изменяющаяся на каждой дуге  $(t_k, t_{k+1})$  окружности  $\Gamma$ . Положим

$$S(z) = \prod (z - t_k)^{\lambda_k} \exp \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\ln a(t)}{t-z} dt,$$

где целые числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  выбраны так, чтобы  $-1 < \alpha_k + \lambda_k \leq 0$ .

Теорема 3. Общее решение однородной задачи (1) можно представить в виде

$$\Phi_1(z) = S(z) \frac{p(z)}{(z-1)^m}, \quad (3)$$

где  $P(z)$  - произвольный полином порядка  $m - \lambda$ , если  $\lambda \leq m$  и  $P(z) \equiv 0$ , если  $\lambda > m$ .

Теорема 4. Общее решение задачи (1) можно представить в виде

$$\Phi(z) = \Phi_1(z) + \frac{S(z)}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f_1(t)}{S^+(t)(t-z)^{m+1}} dt,$$

где  $\Phi_1(z)$  определяется на формуле (3).

#### Литература

1. Г. М. Айрапетян. Разрывная задача Римана-Привалова со смещением в классе  $L_1$ . Изв. АН Арм. ССР, мат. 1990, XXV, 1.

## УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

А. Бабаян

Пусть  $D = \{z : |z| < 1\}$  - единичный круг комплексной плоскости,  $\Gamma$  - граница этого круга. В области  $D$  рассматривается эллиптическое дифференциальное уравнение

$$\sum_{k=0}^4 A_k \frac{\partial^4 u}{\partial x^k \partial y^{4-k}} = 0, \quad (x, y) \in D. \quad (1)$$

Здесь  $A_k$  - произвольные комплексные постоянные  $A_0 \neq 0$ ,  $u$  - неизвестная функция, четырежды непрерывно дифференцируемая в  $D$  и непрерывная по Гельдеру в  $D \cup \Gamma$  вместе с производными первого порядка. На границе  $\Gamma$  функция  $u$  удовлетворяет условиям Дирихле

$$u|_{\Gamma} = f(x, y), \quad \frac{\partial u}{\partial r}|_{\Gamma} = g(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma. \quad (2)$$

Функции  $f$  и  $g$  и  $\frac{df}{ds}$  удовлетворяют условию Гельдера на  $\Gamma$  ( $\frac{d}{ds}, \frac{\partial}{\partial r}$  - производные по длине дуги и по радиусу  $\Gamma$  соответственно). Пусть  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  - корни характеристического уравнения

$$A_0 \lambda^4 + A_1 \lambda^3 + A_2 \lambda^2 + A_3 \lambda + A_4 = 0.$$

Предполагается, что

$$\lambda_1 = i, \operatorname{Im} \lambda_2 > 0, \operatorname{Im} \lambda_3 < 0, \operatorname{Im} \lambda_4 < 0. \quad (3)$$

Используя соотношения

$$x = \frac{z + \bar{z}}{2}, y = \frac{z - \bar{z}}{2i}, \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right), \frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right),$$

представим уравнение (1) в комплексной форме

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial}{\partial z} - \mu_2 \frac{\partial}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial}{\partial z} - \mu_3 \frac{\partial}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial}{\partial z} - \mu_4 \frac{\partial}{\partial z} \right) u = 0 \quad (4)$$

где

$$\mu_2 = \frac{i - \lambda_2}{i + \lambda_2}, \mu_3 = \frac{i + \lambda_3}{i - \lambda_3}, \mu_4 = \frac{i + \lambda_4}{i - \lambda_4}.$$

$$u(x, y) = \phi_1(x + \lambda_1 y) + \phi_2(x + \lambda_2 y) + i(C_1 x + C_2 y) + a,$$

ԴՁԵ

$$\phi_1(z) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_i^z \left( \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_2(t) dt}{t-w} - \frac{\lambda_2}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_1(t) dt}{t-w} \right) dw + \frac{i(C_2 - \lambda_1 C_1)}{\lambda_1 - \lambda_2} z + a_1,$$

$$\phi_2(z) = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_i^z \left( \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_2(t) dt}{t-w} - \frac{\lambda_1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_1(t) dt}{t-w} \right) dw + \frac{i(C_2 - \lambda_2 C_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} z + a_2.$$

ՏՐԱՄԱԲԱՆԱԿԱՆ ՍԽԵՄԱՅԻ ՏՈՂԱՅԻՆ ԳՐԱՌՄԱՆ ՄԻ ՍԱԿԱՐԴԱԿԻ  
ՍԱՆՐԱՍՄԱՆԵՑՈՒՄԻՑ ՄՅՈՒՄԻՆ ԱՆՅՈՒՄԸ

Ա.Քոզոլյան, Շ.Քոզոլյան

Աշխատանքը նվիրված է սխեմայի տողային գրառման մի լեզվի օգտագործմանը գրառման մի մակարդակի մանրամասնեցումից մյուսին անցնելու ալգորիթմների մշակմանը: Այդ անցումներն իրականացվում են երկու գործընթացների սխեմայի բազիսային տարրերի "մանրման" և "խոշորացման" օգնությամբ:

"Մանրման" ալգորիթմը

Դիցուք  $e(n)$ -ը  $S$  սխեմայի տարր է և ենթակա է "մանրման": Ալգորիթմում է պարամետրի սկզբնական արժեքը  $0$ -է,  $h(S)$ -ը  $S$ -ի գրառման "ընթացիկ արժեքն" է,  $A \Rightarrow B$ -ն նշանակում է " $A$ -ն փոխարինել  $B$ -ով",  $1, 2, \dots, n$ -երը  $e(n)$ -ի սուտքերն են:

1.  $h(S)$ -ում  $e(n, i)$  նկ  $(e(n, i)) \Rightarrow h(e(n, i))$  և  $e(n, j) \Rightarrow h(e(n, j))$  ( $j \neq i$ ):

Նշված ակտերից որևէ մեկի կատարման դեպքում  $t \Rightarrow 0$  և գնալ  $4$ -ին, հակառակ դեպքում  $t \Rightarrow t+1$ :  $t = 4$  դեպքում կանգնել,  $t < 4$  դեպքում գնալ  $2$ -ին:

2.  $h(S)$ -ում  $i \Rightarrow$  նկ  $(e(n, i))$  ( $i = \overline{1, n}$ ): Որևէ  $i$ -ի համար նշված ակտի կատարման դեպքում  $t \Rightarrow 0$  և գնալ  $4$ -ին, հակառակ դեպքում  $t \Rightarrow t+1$ :  $t = 4$ -ի դեպքում

կանգնել,  $t < 4$  դեպքում գնալ  $3$ -ին:

3. Եթե  $K(0, \tau)$ -ը ( $K(I)$ -ն  $e(n)$ -ի տարրն է)  $h(S)$ -ում ձախից առաջին սիմվոլն է, որին չի նախորդում  $K(i, v)$ -ն ինչ-որ  $v$ -ի համար, ապա  $K(0, \tau) \Rightarrow K(i, \tau)$  նկ  $(K(i, r)) \Rightarrow K(0, r)$ : Նշված ակտի կատարման դեպքում  $t \Rightarrow t+1$ :  $t = 4$ -ի դեպքում կանգնել,  $t < 4$ -ի դեպքում գնալ  $1$ -ին:

4. Եթե  $h(S)$ -ը պարունակում է  $K(i, \tau)$ -ը, որին նախորդում է  $K(i, v)$  (ինչ-որ  $v$ -ի համար), ապա  $K(i, \tau)$  նկ  $(K(i, r)) \Rightarrow K(0, r)$ : Նշված ակտի կատարման դեպքում

$t \Rightarrow 0$  և գնալ  $1$ -ին, հակառակ դեպքում  $t \Rightarrow t+1$ :  $t = 4$  դեպքում կանգնել,

$t < 4$  դեպքում գնալ  $1$ -ին:

"խոշորացման" ալգորիթմը

Դիցուք  $h(S)$ -ում նշված են այն սիմվոլները, որոնք համապատասխանում են  $S$ -ի միավորման ենթակա տարրերին: Այդ տարրերից բաղկացած ենթասխեման նշանակենք  $\phi(n)$ -ով, որտեղ  $n$ -ը նրա մուտքերի քանակն է: Պարզ է, որ  $n$ -ը համընկնում է  $h(S)$ -ում բոլոր նշված սիմվոլների բոլոր այն կոմպոնենտների թվի հետ, որոնք սկսվում են չնշված սիմվոլներով:  $h(S)$ -ում ձախից առաջին նշված սիմվոլը փոխարինենք  $\phi(n, 1)$ -ով:

$\phi(n, 1)$ -ի աջից կցագրենք վերոհիշյալ նշված սիմվոլի նկարագրությունը հենկյալ ճշգրտումներով: Եթե այն նշված սիմվոլներ չի պարունակում, ապա կցագրումը կատարենք առանց փոփոխության, հակառակ դեպքում նրանում ձախից աջ կարգով գրված այն նշված սիմվոլները, որոնք այլ նշված սիմվոլների նկարագրությունների կոմպոնենտների սկիզբներ չեն, հերթով փոխարինենք  $\phi(0, 2), \phi(0, 3), \dots$  սիմվոլներով: Իսկ եթե նրանք այլ նշված սիմվոլների նկարագրությունների կոմպոնենտների սկիզբներ են, ապա պարզապես կջնջենք: Այնուհետև, ստացված արդյունքի աջից հաջորդաբար կցագրում ենք հերթական ("ձախից աջ" կարգով) նշված սիմվոլների նկարագրությունները վերոհիշյալ ճշտումներով: Վերջում աջից կցագրում ենք  $h(S)$ -ի այն մասը, որն ընկած էր առաջին նշված սիմվոլից հետո և նախորդ ետապում մնացել էր անփոփոխ: Այդ մասում նույնպես բոլոր նշված սիմվոլները, որոնք նշված սիմվոլների նկարագրությունների կոմպոնենտների սկիզբներ չեն, փոխարինում ենք հերթական  $i$  համարի  $\phi(0, i)$  սիմվոլով: Արդյունքում կստանանք  $h(S_{\phi(n)})$ -ը:

ОБ ОДНОМ ПРИЗНАКЕ ПОЛУЭЙНШТЕЙНОВОСТИ  
РИМАНОВА ПРОСТРАНСТВА

В. Мирзоян, Г. Аракелян, О. Хосровян.

Пусть  $M$  – риманово пространство,  $x \in M$  – произвольная точка, а  $T_x$  – касательное пространство в  $x$ . Подпространство  $T_x^{(0)} = \{X \in T_x; R(X, Y) = 0 \forall Y \in T_x\}$  называется пространством дефектности в точке  $x$ , а его размерность – индексом дефектности в этой точке. Ортогональное дополнение  $T_x^{(0)}$  к  $T_x^{(0)}$  в  $T_x$  инвариантно относительно операторов кривизны  $R(X, Y)$  и тензора Риччи  $R_i$ . Риманово пространство  $M$  с ненулевым индексом дефектности в каждой точке  $x$  называется полуэйнштейновым, если его тензор Риччи  $R_i$  на каждом инвариантном подпространстве  $T_x^{(0)}$  пропорционален метрическому тензору с ненулевым коэффициентом пропорциональности. Римановы  $Ric$  – полупараллельные пространства, характеризуемые условием

$R(X, Y) \cdot R_1 = 0$ , в основном исчерпываются эйнштейновыми и полуэйнштейновыми пространствами и их произведениями. Конусы с многомерными евклидовыми и псевдоевклидовыми образующими над произвольными эйнштейновыми пространствами составляют важный класс примеров полуэйнштейновых пространств.

Следующая теорема дает несколько более общий признак полуэйнштейновости риманова пространства.

**Теорема.** Пусть  $M$  — риманово пространство с ненулевым индексом дефектности в каждой точке  $x$  и пусть распределение  $T^0$  является инволютивным, а его интегральное многообразие  $M^0$  — вполне омбилическим в  $M$ . Для того, чтобы  $M$  было полуэйнштейновым, необходимо и достаточно, чтобы  $M^0$  было эйнштейновым.

### ПОДМНОГООБРАЗИЯ С ПОЛУПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СТРУКТУРАМИ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА

*В. Мирзоян, А. Меграбян*

Пусть в пространстве постоянной кривизны  $M_n(c)$   $F(M)$  обозначает класс тензорных полей на подмногообразии  $M$ , определяемых фундаментальными формами  $\alpha_s$  ( $s \geq 2$ ) с помощью тензорных операций. Для  $T \in F(M)$  через  $\bar{\nabla}^s T$  обозначим ковариантную производную порядка  $s \geq 0$  ( $\bar{\nabla}^0 T = T$ ). Если  $\bar{\nabla}(\bar{\nabla}^s T) = 0$ , то  $M$  называется  $\bar{\nabla}^s T$ -параллельным подмногообразием. Если  $\bar{R}(X, Y) \cdot \bar{\nabla}^s T = 0$ , ( $\bar{R}(X, Y)$  — оператор кривизны), то  $M$  называется  $\bar{\nabla}^s T$ -полупараллельным подмногообразием. В формулируемых ниже теоремах огибающие различных порядков понимаются в смысле [1, 2], а  $R$  и  $R^\perp$  обозначают тензоры кривизны римановой и нормальной связности на подмногообразии  $M$ .

**Теорема 1.** Пусть в  $\bar{M}_n(c)$   $m$ -мерное подмногообразие  $M$  класса  $C^\infty$  является  $R$ - и  $R^\perp$ -огибающим порядка  $r = 0$  и  $T$ -огибающим ( $T \in F(M)$ ) порядка  $s \geq 0$  для некоторого семейства  $m$ -мерных  $\bar{\nabla}^s \tilde{T}$ -параллельных подмногообразий  $\{\tilde{M}\}$ . Тогда  $M$  является  $\bar{\nabla}^{s-1} T$ - и  $\bar{\nabla}^s T$ -полупараллельным подмногообразием.

**Теорема 2.** Пусть в  $M_n(c)$   $m$ -мерное подмногообразие  $M$  класса  $C^\infty$  является  $\bar{\nabla}^{s-1} T$ - и  $\bar{\nabla}^s T$ -полупараллельным ( $s \geq 0$ , при  $s = 0$  предполагает

ся  $T$ -полупараллельность), где  $T \in F(M)$ . Тогда оно является огибающим порядка  $p \geq 2$  для некоторого семейства  $m$ -мерных  $\bar{\nabla}^s T$ -параллельных подмногообразий  $\{\tilde{M}\}$ .

**Теорема 3.** Пусть в  $M_n(c)$  на  $m$ -мерном подмногообразии  $M$  класса  $C^\infty$  ковариантные производные  $\bar{\nabla}_{X_1 \dots X_r} T$  ( $r = 2, \dots, s+1$ ,  $s \geq 2$ ) тензорного поля  $T \in F(M)$  для любых касательных к  $M$  векторных полей  $X_1, \dots, X_r$  симметричны по этим аргументам. Для того, чтобы ковариантные производные  $\bar{\nabla}_{X_1 \dots X_{s+2}} T$  порядка  $s+2$  были симметричны по произвольным аргументам  $X_1, \dots, X_{s+2}$ , необходимо и достаточно, чтобы  $M$  было  $R$ - и  $R^\perp$ - и  $\bar{\nabla}^s T$ -огибающим для некоторого семейства  $m$ -мерных  $\bar{\nabla}^s \tilde{T}$ -параллельных подмногообразий  $\{\tilde{M}\}$ , у каждого из которых ковариантные производные  $\bar{\nabla}_{\tilde{X}_1 \dots \tilde{X}_r} \tilde{T}$ ,  $r = 2, \dots, s$ , симметричны по произвольным аргументам  $\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_r$ .

Эти теоремы существенно усиливают результаты, полученные в [1, 2].

Литература

1. Мирзоян В.А. Изв. НАН Армении. Математика. 1996, 31, №5, 44-56.
2. Mirzoyan V.A. J. Contemp. Math. Anal. Arm. Acad. sci. 1998, 33, №1, 48-58.

### КОАЛИЦИОННАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА ТРЕХ ЛИЦ

*Р. Хачатрян*

Рассматривается следующая дифференциальная игра трех лиц. В начальный момент времени  $t=0$  частица  $m$  (геометрическая точка) находится на плоскости внутри круга  $x^2 + y^2 \leq 1$  в точке  $(x_0, y_0)$ . Затем точка перемещается под влиянием скоростей, приложенных к ней игроками  $J_1, J_2, J_3$ . Игрок  $J_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) прилагает скорость постоянного модуля  $\omega_j$  и в каждый момент времени может менять направление своего вектора скорости. Таким образом, движение этой точки описывается дифференциальными уравнениями

$$\dot{x} = \omega_1 \sin \varphi_1 + \omega_2 \sin \varphi_2 + \omega_3 \sin \varphi_3,$$

$$\dot{y} = \omega_1 \cos \varphi_1 + \omega_2 \cos \varphi_2 + \omega_3 \cos \varphi_3,$$

при начальных условиях

$$x(0) = x_0; \quad y(0) = y_0.$$

где  $\varphi_j$  - управление j-го игрока и  $-\pi < \varphi_j \leq \pi$ .

В ситуации  $\varphi(x, y) = (\varphi_1(x; y), \varphi_2(x; y), \varphi_3(x; y))$  при начальных условиях  $(x_0; y_0)$  функция выигрыша  $R_j(x_0; y_0; \varphi(x; y))$  j-го игрока определяется

$$R_j(x_0, y_0, \varphi(x; y)) = h_j(x(t_B); y(t_B)) - t_B, \quad j = 1, 2, 3,$$

где

$$h_1(x; y) = \begin{cases} 1, & \text{ес ли } x \geq 0 \text{ и } y \geq -\frac{1}{2}, \\ 0, & \text{ес ли } x < 0, x > 0 \text{ и } y < -\frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$h_2(x; y) = \begin{cases} 1, & \text{ес ли } y \leq -\frac{1}{2}, \\ 0, & \text{ес ли } y > -\frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$h_3(x; y) = \begin{cases} 1, & \text{ес ли } x \leq 0 \text{ и } y \geq -\frac{1}{2}, \\ 0, & \text{ес ли } x > 0, x < 0 \text{ и } y < -\frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$t_B = \min_t \{(x(t); y(t)) \in B\},$$

где  $B$  - окружность  $x^2 + y^2 = 1$ .

Находится решение этой игры (т.е. ситуация равновесия).

### ԷՔՎԻՊԱՐԱՆՈՐՄԱԼ ՕՊԵՐԱՏՈՐՆԵՐԻՆ ԲՆՈՐՈՇ ՄԻ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ՆՐԱ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

L. Պևրզյան

Դիցուք  $A$ -ն Բանախի  $X$  տարածությունում գործող (սահմանափակ) օպերատոր է,  $R_\lambda(A)$ -ը նրա ռեզոլվենտը,  $\rho(A)$ -ը նրա ռեզոլվենտային բազմությունը, իսկ  $x$ -ը կամայական տարր  $X$ -ից: Հիլբերտյան տարածությունում գործող  $A$  օպերատորի թվային պատկեր կոչվում է  $W(A) = \{(Ax, x) : \|x\| = 1\}$  բազմությունը:  $A$  օպերատորը կոչվում է դոմինանտ, եթե կամայական  $\lambda$  կոմպլեքս թվի համար  $R(A - \lambda I) \subset R(A - \lambda I)^*$ , որտեղ  $R(A)$ -ն  $A$  օպերատորի պատկերն է:  $S$

օպերատորը կոչվում է  $\{w_n\}$  կշռով տեղաշարժ, եթե գոյություն ունի  $H$  տարածության օրթոնորմավորված  $\{e_n\}$  բազիս, այնպիսին որ  $Se_n = w_n e_{n+1}$ :  $A$  օպերատորը կոչվում է էրվիպարանորմալ [1], եթե տեղի ունի  $\|(A - \lambda I)x\|^2 \leq \|(A - \lambda I)^2 x\| \cdot \|x\|$

անհավասարությունը:

Դիցուք  $x(\lambda)$ -ն  $R_\lambda(A)x$ -ի անալիտիկ տարածումն է, այսինքն կամայական

$\lambda$  համար  $D \supset \rho(A)$ -ից,  $(A - \lambda I)x(\lambda) \equiv x$ .

Կարելի է ապացուցել, որ

$$\|x(\mu)\| \leq \|x\| \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \frac{x^{(n)}(\mu)}{n!} \right\|^{\frac{1}{n}} = \frac{\|x\|}{\text{dist}(\mu, \sigma(x))},$$

որտեղ  $\text{dist}(\mu, \sigma(x))$ -ը  $\mu$  կետի հեռավորությունն է  $C \setminus D$  բազմությունից:

Պնդրում 1. Էրվիպարանորմալ օպերատորի թվային պատկերի փակույթը համընկնում է նրա սպեկտրի ուռուցիկ թաղանթի հետ:

Ֆետևանք 2. Իրական սպեկտրով էրվիպարանորմալ օպերատորը ինքնահամալուծ է:

Նրանք ընդհանրացնում են որոշ հայտնի պնդումներ [2], թեորեմ 3.4.1 և 3.10.2, հետևանքներ:

Պնդրում 3. Դիցուք  $A$ -ն դոմինանտ է և պարանորմալ,  $M$ -ը  $A$ -ի նկատմամբ ինվարիանտ ենթատարածություն է և  $A|_M$  օպերատորի սպեկտրն ունի վերջավոր թվով սահմանային կետեր:

Այս դեպքում  $M$ -ը բերում է  $A$ -ն և  $A|_M$ -ը նորմալ է:

Այս արդյունքը ընդհանրացնում է Բերբերյանի մի թեորեմը [3]:

Հայտնի է, որ կշռով տեղաշարժի օպերատորը կարելի է ներկայացնել որպես անկախ փոփոխականով բազմապատկման օպերատոր անալիտիկ ֆունկցիաների կշռային  $H_w$  տարածությունում

$$H_w = \left\{ f : \|f\|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left| \frac{f^{(n)}(0)}{n!} \right|^2 |p_n|^2 < \infty \right\},$$

որտեղ  $p_0 = 1$ ,  $p_n = w_0 w_1 \cdots w_{n-1}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ :

Դժվար չէ տեսնել, որ պարանորմալության պայմանը հանգում է  $\{w_n\}$  կշիռների

մոնոտոնությանը՝  $|w_n| \leq |w_{n+1}|$ :

Հայտնի է, որ այդ պայմանի դեպքում  $S$  օպերատորը հիպոնորմալ է, այսինքն  $S^* S - S S^* \geq 0$ :

Ստորև մենք կբննարկենք  $w_n = \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^\alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$  դեպքը:  $\{w_n\}$  հաջորդականությունը մոնոտոն չնվազող է այն և միայն այն դեպքում, երբ  $\alpha \leq 0$ : Ուղղակի հաշվումները ցույց են տալիս, որ  $H_w$  տարածության նորմը ծնվում է

$$\mu(dxdy) = \begin{cases} \frac{1}{\pi \Gamma(-2\alpha)} \ln^{-1-2\alpha} \frac{1}{|z|^2} dx dy, & \alpha < 0, \\ \frac{1}{2\pi} \delta(1-|z|) d\phi, & \alpha = 0 \end{cases}, z = x + iy, \phi = \arg z$$

չափով, ուստի  $S$  օպերատորը հանդիսանում է նորմալ օպերատորի սահմանափակում ինվարիանտ ենթատարածության վրա, այսինքն այս դեպքում այն նաև սուբնորմալ է: Օպերատորի սուբնորմալության անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ նշված են [4]–ում: Անհրաժեշտ պայմաններից մեկը  $\sum (z^m P_n, z^n P_m)$  գումարի ոչբացասականությունն է

բազմանդամների կամայական  $\{P_m\}$  հավաքածուի համար: Ինչ վերաբերում է  $\alpha > 0$  դեպքին, ապա վերցնելով  $P_0(z) = 1, P_1(z) = tz, t \in \mathbb{C}$ , կստանանք  $1 + 2 \cdot 2^{2\alpha} t + 3^{2\alpha} t^2$  բառակուսի եռանդամը  $4^{2\alpha} - 3^{2\alpha}$  դրական դիսկրիմինանտով, որտեղից հետևում է, որ այն իր նշանը փոխում է, ուստի  $\alpha > 0$  դեպքում  $H_w$  տարածության նորմը չի կարող տրվել չափի միջոցով:

#### Չրականություն

1. Ա.Յ. Գեւորյան, *Локальная спектральная теория эквивариантных операторов*, Докл АН Армении, т. 97 (1997), #4, стр. 11-16.
2. C.R. Putnam, *Commutation properties of Hilbert space operators*, Springer Verlag, 1967.
3. S. Berberian, *A note on hyponormal operators*, Pacific J. Math, v. 12 (1962), pp. 1171-1175.
4. Ա.Յ. Գեւորյան, *Критерий субнормальности операторов и степенная проблема моментов*, ДАН Арм. ССР, т. 77, (1983), #4, стр. 158-161.

### О ПРИБЛИЖЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ ПОЛИНОМАМИ НАИЛУЧШЕГО КВАДРАТИЧНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

А. Григорян

Пусть  $W_\alpha^r$  ( $r > 0, \alpha \in \mathbb{R}$ )–класс непрерывных периодических функций  $f(x)$ , представляемых в виде свертка

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} D_{r,\alpha}(t) \cdot \varphi(x+t) dt,$$

где

$$D_{r,\alpha}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-2} \cdot \cos\left(k \cdot t + \frac{\alpha\pi}{2}\right),$$

$\varphi(t)$ –измеримая периодическая функция, удовлетворяющая условиям

$$\sup_x |\varphi(t)| \leq 1, \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x) dx = 0$$

$T_m(x, f)$ –полином наилучшего квадратического приближения функции  $f(x)$

на системе точек  $\left\{\frac{2\pi l}{q}\right\}_{l=0}^{q-1}$ ,  $m, q \in \mathbb{N}$ ,  $q \geq 2m$ .

Обозначим

$$C_m(W_\alpha^r) = \sup_{f \in W_\alpha^r} |f(0) - T_m(0; f)|.$$

В работе доказано, что асимптотическое поведение  $C_m(W_\alpha^r)$ , при  $m, q \rightarrow \infty$ , зависит от арифметического характера предела

$$B = l \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m}{q}.$$

### О СУЩЕСТВОВАНИИ НУЛЬ-РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ УОЛША В ВЕСОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ $L_\mu^1$

С. Епископосян

**Определение** Пусть  $\{\varphi_n(t)\}_{n=0}^{\infty}$ – ортонормированная система функций, определенных на  $[0,1]$ . Тогда ряд по системе  $\{\varphi_n(t)\}$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \varphi_n(t) \tag{1}$$

называется нуль-рядом в смысле сходимости (почти всюду, по мере, по  $L^1$ -метрике), если ряд (1) сходится к нулю соответственно почти всюду на  $[0,1]$ , по мере или по  $L^1$ -метрике, хотя не все его коэффициенты равны нулю.

Отметим, что вопросам о существовании нуль-рядов посвящен много работ.

Первый тригонометрический нуль-ряд в смысле сходимости почти всюду был построен Д.Е.Меньшовым [1] в 1916 г. Далее, А.А.Талаян доказал существование нуль-рядов по произвольной ортонормированной, полной в  $L^2$  системе в смысле сходимости по мере [2]. Как показал Б.С.Кашин [3], здесь нельзя заменить сходимость по мере, сходимостью почти всюду.

Для системы Уолша пример нуль-ряда в смысле сходимости почти всюду был построен В.А.Скворцовым [4].

Очевидно, что как по тригонометрической системе, так и по системе Уолша нельзя построить нуль-ряд в смысле сходимости по метрике  $L^1[0,1]$ . Но тем не менее оказывается, что в некоторых весовых пространствах  $L^1_\mu[0,1]$  возможно построить нуль-ряд по системе Уолша в смысле сходимости в метрике  $L^1_\mu[0,1]$ .

А именно, справедлива следующая теорема.

**Теорема.** Для любого положительного числа  $\varepsilon$  можно построить весовую функцию  $\mu(x)$ ,  $0 < \mu(x) \leq 1$ ,  $|\{x \in [0,1] : \mu(x) \neq 1\}| < \varepsilon$  таким образом, чтобы уже в весовом пространстве  $L^1_\mu[0,1]$  по системе Уолша можно найти нуль-ряд в смысле сходимости в метрике  $L^1_\mu[0,1]$ , т.е. существует ряд вида

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k W_k(x), \quad \sum_{k=1}^{\infty} |c_k| > 0 \quad (2)$$

где  $\{W_k(x)\}_{k=0}^{\infty}$  - система Уолша со следующим свойством:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \left| \sum_{k=1}^n c_k W_k(x) \right| \mu(x) dx = 0.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Меньшов Д.Е., Sur l'unicité du développement trigonometrique, C.R. de l'Acqd. des Sci. a Paris, 163 (1916), 433-436.
- [2] Талаян А.А., О сходимости ортогональных рядов, ДАН 110 (1956), 515-516.
- [3] Кашин Б.С., Об одной полной ортонормированной системе, Матем. сб. (1976), т. 99, 356-365.
- [4] Скворцов В.А., Об одном примере нуль-ряда по системе Уолша, Мат. Заметки, 1976, т. 19(2), 179-186.

## ОДНО ПРЕДЕЛЬНОЕ СООТНОШЕНИЕ В СИСТЕМЕ $M[G]_1$

Р. Нагапетян

Для математического моделирования реальных систем массового обслуживания, надежности, стохастических автоматов и т.п. с успехом используются марковские процессы. Однако предположение о марковости функционирования стохастической системы является довольно ограничивающим, поэтому для моделирования достаточно сложных реальных систем используются регенерирующие процессы с зависимыми циклами регенерации марковского типа. Для таких процессов в [1] доказана удобная для применений предельная теорема. В настоящей

работе указанная предельная теорема применяется в системе  $M[G]_1$  для нахождения предельного  $(nput \rightarrow \infty)$  совместного распределения некоторых важных характеристик, как длина очереди, размер пакета, виртуальное время пребывания.

Рассматривается система массового обслуживания с неограниченным числом мест ожидания. Заявка, заставшая в момент своего поступления систему свободной, сразу же начинает обслуживаться. После окончания обслуживания этой заявки прибор приступает к обслуживанию всех накопившихся к этому времени заявок. И вообще, в момент окончания обслуживания пакета (группа) заявок к обслуживанию принимаются все накопившиеся к этому времени заявки. Заявки одного пакета обслуживаются в режиме разделения времени (TSH). Это означает следующее: если в рассматриваемый момент в пакете  $n$  заявок, то оставшееся время

обслуживания одной заявки убывает со скоростью  $\frac{1}{n}$

Пусть  $V(t)$  - длина очереди в момент  $t$   
 $V(x,t)$  - виртуальное время пребывания заявки в системе с временем обслуживания равным  $x$ ,  
 $S_n$  - размер  $n$ -ого пакета

Случайный процесс  $\xi(t) = \{V(t), V(x,t)\}$  является регенерирующим с зависимыми циклами. Указанная в (1) предельная теорема позволяет найти

$$\lim P \{v(t) = j, v(x,t) < s, s(t) / \xi_0 = i\}$$

Литература

1. Р.Ш. Нагапетян. Использование регенерирующих процессов с зависимыми циклами регенерации марковского типа. Изв. АН МССР, сер. Физмат наук, N1, 1981.

## РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ОРТОТРОПНОГО КОЛЬЦЕВОГО СЕКТОРА

В. Айрапетян, Р. Арутюнян

1. Рассмотрим плоскую задачу теории упругости для анизотропного кольцевого сектора  $(a \leq r \leq b, 0 \leq \varphi \leq \varphi_0)$ , находящейся в равновесии под действием сил, расположенных по краю, а объемные силы отсутствуют. Предложим, что материал обладает прямолинейной ортотропией, т.е. имеет три плоскости упругой симметрии. Совместим направления осей  $x$  и  $y$  с главными направлениями анизотропии.

Решение дифференциального уравнения

$$\Pi[F] \equiv T[F] + \delta(T_0[F] + T_1[F] \cos 2\varphi + T_2[F] \cos 4\varphi + T_3[F] \sin 2\varphi + T_4[F] \sin 4\varphi) = 0 \quad (1.1)$$

представим в виде ряда по степеням малого физического параметра  $\delta$ :

$$F(t, \varphi) = F_0(t, \varphi) + \delta F_1(t, \varphi) + \delta^2 F_2(t, \varphi) + \dots \quad (1.2)$$

Тогда для определения неизвестных  $F_i(t, \varphi)$  получаются следующие рекуррентные уравнения

$$T[F_0] = 0, \quad (1.3)$$

$$T[F_i] = -T_0[F_{i-1}] - T_1[F_{i-1}] \cos 2\varphi - T_2[F_{i-1}] \cos 4\varphi - T_3[F_{i-1}] \sin 2\varphi - T_4[F_{i-1}] \sin 4\varphi \quad (i \geq 1). \quad (1.4)$$

Затем, принимая во внимание (1.2) будем иметь:

$$\langle \sigma_r, \sigma_\varphi, \tau_{r\varphi}, u, v \rangle = \sum_{j=0}^{\infty} \langle \sigma_r^{(j)}, \sigma_\varphi^{(j)}, \tau_{r\varphi}^{(j)}, u^{(j)}, v^{(j)} \rangle \delta^j. \quad (1.5)$$

Таким образом, решение плоской задачи теории упругости для прямолинейного ортотропного кольцевого сектора, находящейся в равновесии под действием сил сводится к решению рекуррентных дифференциальных уравнений (1.3)-(1.4 с учетом (1.5) при соответствующих граничных условиях для конкретных задач.

2. Растяжение и изгиб прямолинейного ортотропного бруса в виде части кругового кольца. Рассмотрим плоское напряженное состояние прямолинейного ортотропного бруса в виде кольцевого сектора ( $a \leq r \leq b, 0 \leq \varphi \leq \varphi_1$ ), на контуре которого выполняются следующие условия:

$$\tau_{r\varphi}(0, \varphi) = \tau_{r\varphi}(t_1, \varphi) = 0, \quad a^2 e^t \tau_{r\varphi}(t, \varphi_1) = \sum_{k=1}^{\infty} d_k \sin \beta_k t, \quad (2.1)$$

$$\sigma_r(0, \varphi) = \sigma_r(t_1, \varphi) = 0, \quad a^2 e^t \sigma_r(t, \varphi_1) = g_0 \varphi_0 + \sum_{k=1}^{\infty} g_k \varphi_k(t), \quad u(t, 0) = v(t, 0) = 0, \quad (0 \leq t \leq t_1, 0 \leq \varphi \leq \varphi_1). \quad (2.2)$$

Решение рассматриваемой задачи приводится к определению функции напряжения  $F(t, \varphi)$  удовлетворяющей рекуррентных дифференциальных уравнений (1.3), (1.4).

Функция  $F_0(t, \varphi)$  ищется в виде

$$F_0(t, \varphi) = a(\varphi) + b(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \psi'_{k0}(t) \cos \alpha_k \varphi + \sum \Phi_{k0}(\varphi) \cos \beta_k t.$$

$$\left( \alpha_k = \frac{k\pi}{\varphi_1}, \beta_k = \frac{k\pi}{t_1}, t_1 = \ln \frac{b}{a} \right). \quad (2.3)$$

Здесь функции  $\Phi_{k0}(\varphi)$  и  $\psi'_{k0}(t)$  в зависимости от  $\beta$ ,  $\alpha_k$  и  $\beta_k$  при комплексных корнях представлены следующим образом

$$\Phi_{k0}(\varphi) = (A_{k0} \cos \gamma_k \varphi + B_{k0} \sin \gamma_k \varphi) \operatorname{ch} \mu_k \varphi + (C_{k0} \cos \gamma_k \varphi + D_{k0} \sin \gamma_k \varphi) \operatorname{sh} \mu_k \varphi, \quad \psi'_{k0}(t) = (E_{k0} \cos \eta_k t + G_{k0} \sin \eta_k t) \operatorname{ch} \xi_k t + (F_{k0} \cos \eta_k t + H_{k0} \sin \eta_k t) \operatorname{sh} \xi_k t, \quad (2.4)$$

где  $\gamma_k, \mu_k, \eta_k, \xi_k$  выражаются через корнями следующих характеристических уравнений

$$\beta z^4 - 2(\alpha_k^2 + 1)z^2 + (\beta \alpha_k^4 - 2\alpha_k^2 + 1) = 0, \quad \beta y^4 + (2 - \beta^2)y^2 + (\beta \alpha_k^4 + 2\beta^2 + 1) = 0, \quad (2.5)$$

таким образом

$$Z_{1,2} = \pm(\gamma_k + i\mu_k), \quad Z_{3,4} = \pm(\gamma_k - i\mu_k), \quad y_{1,2} = \pm(\eta_k + i\xi_k), \quad y_{3,4} = \pm(\eta_k - i\xi_k),$$

а для  $a(\varphi)$  и  $b(t)$  имеем

$$a(\varphi) = c_1 \sin \zeta_1 \varphi + c_2 \cos \zeta_1 \varphi + c_3 \sin \zeta_2 \varphi + c_4 \cos \zeta_2 \varphi,$$

$$b(t) = b_1 \operatorname{ch} \zeta_1 t + b_2 \operatorname{sh} \zeta_1 t + b_3 \operatorname{ch} \zeta_2 t + b_4 \operatorname{sh} \zeta_2 t, \quad \zeta_{1,2} = \left( \frac{1 \pm \sqrt{1 - \beta}}{\beta} \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

При значения корней  $Z_{1,2} = \pm(\beta_k \pm i)$ ,  $y_{1-4} = \pm(\alpha_k \pm 1)$ , для функции  $\Phi_{k0}(\varphi)$  и  $\psi'_{k0}(t)$  имеем

$$\Phi_{k0}(\varphi) = A_{k0} \operatorname{sh} \beta_k \varphi \sin \varphi + B_{k0} \operatorname{sh} \beta_k \varphi \cos \varphi + C_{k0} \operatorname{ch} \beta_k \varphi \sin \varphi + D_{k0} \operatorname{ch} \beta_k \varphi \cos \varphi,$$

$$\psi'_{k0}(t) = E_{k0} \operatorname{sh} \alpha_k (t_1 - t) \operatorname{sh} (t_1 - t) + G_{k0} \operatorname{sh} \alpha_k (t_1 - t) \operatorname{sh} t + F_{k0} \operatorname{sh} \alpha_k t \operatorname{sh} (t_1 - t) + H_{k0} \operatorname{sh} \alpha_k t \operatorname{sh} t \quad (2.7)$$

$$a(\varphi) = a_0 \varphi \sin \varphi, \quad b(t) = b_0 e^t + c_0 t e^{-t},$$

Удовлетворяя условиям (2.1), получим

$$(\beta_k D_{k0} + A_{k0}) \operatorname{sh} \beta_k \varphi_1 \cos \varphi_1 + (\beta_k A_{k0} - D_{k0}) \operatorname{ch} \beta_k \varphi_1 \sin \varphi_1 + (\beta_k C_{k0} - B_{k0}) \operatorname{sh} \beta_k \varphi_1 \sin \varphi_1 + (\beta_k B_{k0} + C_{k0}) \operatorname{ch} \beta_k \varphi_1 \cos \varphi_1 = \frac{d_k}{\beta_k}, \quad E_{k0} = H_{k0} = 0. \quad (2.8)$$

Удовлетворяя условиям (2.2), после некоторых преобразований получим бесконечные системы линейных уравнений, которые квазиполне регулярны при любых отношениях размеров кольцевого сектора и возможных значений коэффициентов Пуассона. Решение уравнения (1.10) с граничными условиями (2.1)-(2.3) состоит из суммы двух решений: решения  $F_1^0(t, \varphi)$  однородного уравнения и частного решения  $\tilde{F}_1(t, \varphi)$ .

Функция  $F_1^0(t, \varphi)$  также ищется в виде (2.4). Для получение частного решения  $\tilde{F}_1(t, \varphi)$  сначала разложим правую часть (1.3) в ряд Фурье, затем, применяя метод вариаций произвольных постоянных, можно считать величины  $A_{nr}, B_{nr}, C_{nr}, D_{nr}$  которые являются функциями переменной  $t$  и  $E_{nr}, F_{nr}, C_{nr}, H_{nr}$  функциями переменной  $\varphi$ .

Решение задачи растяжения и изгиба ортотропного бруса поперечной силой для конкретных значений параметров доведено до числовых результатов, позволяющих исследовать характер распределения напряжений вблизи заделки. Полученные результаты показывают, что значения напряжений, вычисленные по двум приближениям, отличаются от значений напряжений, вычисленных по одному приближению, совпадающими со значениями рассматриваемой задачи при изотропном материале, которые больше чем в случае анизотропного материала.