8. **Shi Z., Govindaraju V.** Historical document image enhancement using background light intensity normalization. // Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR 2004).- Aug. 2004.- Vol. 1- P. 473–476.
9. **Kuo-Nan Chen, Chin-Hao Chen, Chin-Chen Chang.** Efficient illumination compensation techniques for text images //Digit. Signal Process.- 2012.- 22(5). - P. 726-733.

Ս.Հ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Լ.Գ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

ՊԱՏԿԵՐԻ ԼՈՒՍԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ՓՈԽՀԱՏՈՒՑՄԱՆ ՄԻ ԱԼԳՈՐԻԹՄ

Նկարագրված է թվային պատկերներում լուսավորության անհավասարաչափ բաշխումը փոխհատուցելու ալգորիթմ, մասնավորապես՝ թվայնացված տեքստային պատկերների վրա՝ պատկերի որակը և տեքստի ընթեռնելիությունը բարելավելու համար:

Առանցքային բառեր. ալգորիթմ, փոխհատուցում, լուսավորության անհավասար բաշխում:

С.Г. ХАЧАТРЯН, Л.Г. МИНАСЯН

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ КОМПЕНСАЦИИ ОСВЕЩЕННОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Описан алгоритм компенсации неравномерного распределения освещения на цифровых изображениях, в частности на оцифрованных текстовых изображениях, для улучшения качества изображения и разборчивости текста.

Ключевые слова: алгоритм, компенсация, неравномерное распределение освещения.

UDC 517. 948

S.A. YEPISKOPOSYAN

THE UNIFORMLY UNIVERSAL GREEDY PROPERTY BY THE CHRESTENSON-LEVY SYSTEM

In the present paper, we will build a function $U(x) \in L^1[0,1)$, by strictly decreasing the Fourier Chrestenson-Levy coefficients $\{c_k(U)\}$ which have the uniformly universal greedy property.

Keywords**:** Chrestenson-Levy system, function, universal.

Now, we present the definitions of the Chrestenson-Levy system (see [1, 2]).

Let a denote a fixed integer, $a \geq 2$ and put $\omega_a = e^{\frac{2\pi}{a}i}$.

Deffinition. *Let*

$$\varphi_0(x) = \omega_a^k, \; x \in \left[\frac{k}{a}, \frac{k+1}{a}\right), \; k = 0,1,....,a-1$$

and for $n \geq 0$ we put

$$\varphi_n(x+1) = \varphi_n(x) = \varphi_0(a^n x).$$

The Chrestenson-Levy system of order is defined in the following way

Deffinition. *Put* $\psi_0(x) = 1$. *And if*

$$n = \alpha_1 a^{n_1} + ... + \alpha_s a^{n_s}, \; n_1 > n_2 > ... > n_s, \; s = 1,2,....,$$

where $0 \leq \alpha_j < a$, $j = 1,2,...,s$, then

$$\psi_n(x) = \varphi_{n_1}^{\alpha_1}(x) \cdot .... \cdot \varphi_{n_s}^{\alpha_s}(x).$$

Note that Ψ_2 is the classical Walsh system. The basic properties of the generalized Walsh system of order a were obtained by H.E.Chrestenson, R. Paley, J. Fine, W. Young, C. Watari and others (see [3 - 5]).

In the present paper, we consider the problems of the uniform convergence of the greedy algorithm in the system Ψ_a after correcting the function on a set of small measure. Note that the idea of correcting a function on a set of small measure for improving its properties goes back to Luzin's celebrated theorem (on *C*-property) proved in 1912 (see [6]).

Theorem (Luzin). *For every measurable function* $f(x)$ *almost everywhere finite on* $[0, 1]$ *and every* $\varepsilon > 0$, *there exists a measurable set E with measure* $E > 1\ \varepsilon$ *and a function* $g(x)$ *continuous on* $[0, 1]$ *and coinciding with* $f(x)$ *on E.*

In 1939, Menchoff [7] proved the following fundamental theorem (the strong *C*-property):

Theorem (Menchoff). *Let* $f(x)$ *be a measurable function finite almost everywhere on* $[0, 2\pi]$. *Given* $\varepsilon > 0$, *there is a continuous function* $g(x)$ *coinciding with* $f(x)$ *on some set E,* $E > 2\pi\ \varepsilon$, *and such that its Fourier series in the trigonometric system converges uniformly on* $[0, 2\pi]$.

Later some important results in this direction were obtained by Talalyan, Price, Osipov, Kashin, Olevskii, Grigoryan, et al. (see [8–13]).

We denote the Fourier coefficients by the system Chrestenson - Levy of f by $c_k(f)$, i.e.

$$c_k(f)=\int_0^1 f(x)\psi_k(x)dx.$$

The spectrum of f denoted by $spec(f)$, is the support of $c_k(f)$, i.e. the set of integers where $c_k(f)$ is non-zero, i.e. $spec(f)=\{k\in N : c_k(f)\neq 0\}$.

Definition 1. *We say that the function $U(x)\in L^1[0,1)$ with respect to the Chrestenson – Levy system has a uniformly universal property, if for each function $f\in L^p[0,1)$, one can find function $g\in L^p[0,1)$, $mes\{x\in[0,1): g\neq f\}<\varepsilon$, such as $\{|c_k(g)|=c_k(U), \forall k\in spec(g)\}$.*

The above-mentioned definitions are given not in the most general form but only in general,in which they will be applied in the present paper.

Definition 2. *Let an element f be given. Then the m-th greedy approximant of the function f with regard to the basis Ψ_a is given by*

$$G_m(f,\Psi)=\sum_{k\in\Lambda} C_k(f)\Psi_k$$

where Λ - a set of natural numbers, so that

$$\min_{k\in\Lambda}|C_k(f)|\geq\max_{k\notin\Lambda}|C_k(f)|.$$

We'll say that the greedy approximant of f converges with regard to the basis Ψ_a , if the sequence $G_m(f,\Psi)$ converges to f .

In the present paper, we obtained the following result:

Theorem. There exists the function $U\in L^1[0,1)$ with strictly decreasing Fourier coefficients by Chrestenson - Levy that for every $p\geq 1$ and each function $f\in L^p[0,1)$ one can find a function $g\in L^p[0,1))$, $mes\{x\in\in[0,1): g\neq f\}<\varepsilon$, so that the greedy approximant of g uniformly converges with regard to the generalized Walsh system and

$$\{|c_k(g)|=c_k(U), \forall k\in spec(g)\},$$

i.e. the function have uniformly universal greedy property.

REFERENCES

1. **Chrestenson H.E.** A class of generalized Walsh functions //Pacific Journal Mathematics.- 1955.- 45.-P.17 - 31.
2. **Levy P.** Sur une generalisation des fonotions orthogonales de Rademacher// Comment. math. helv. – 1944.-16.- P. 146-152.
3. **Paley R.** A remarkable system of orthogonal functions// Proc. London Math. Soc. - 1932. - 34. – P. 241-279.
4. **Fine J.** The generalized Walsh-functions// Trans. AMS. - 1950.- 69.- P. 66 – 67.
5. **Watari C.** On generalized Walsh-Fourier series// Toh. Math. J. - 1958.-10.- P.211–241.
6. **Louzine N.N**. Sur le théorème fondamental du calcul intégral// Mat. Sb.- 1912.- 28, n. 2.- P.266–294.
7. **Menchoff D.E**. Sur la convergence uniforme des séries de Fourier // Mat. Sb.- 1942.- 53, n. 1- 2.- P. 67–96.
8. **Talalyan A.A.** Dependence of convergence of orthogonal series on changes of values of the function expanded // Mat. Zametki - 1983.- 53, n. 5.- P. 715–722.
9. **Price J.J.** Walsh series and adjustment of functions on small sets // Illinois J. Math. - 1969.- 13.- P. 131–136 .
10. **Osipov R.I.** On the convergence of series with respect to the Walsh system // Izv. AN Armenii Mat. - 1966.- 1, n. 4.- P. 270 –283.
11. **Kashin B.S. and Kosheleva G.G.** On an approach to the correction theorems // Vestnik MGU Ser. Mat. Mekh.- 1988, n. 1- 2.- P. 6–8.
12. **Olevskii A. M.** Modification of functions and Fourier series // Russian Math. Surveys.- 1985.- 40, n. 5.- P. 187 –224.
13. **Grigorian M.G.** On the convergence of Fourier series in the metric of L^1\ // Anal. Math. - 1991.- 17, n. 3.- P. 211 –237.

Ս.Ա. ԵՊԻՍԿՈՊՈՍՅԱՆ

ԿՐԻՍՏԵՆՍՈՆ – ԼԵՎԻԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՈՒՆԻՎԵՐՍԱԼ «ԱԳԱՀ » ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆԸ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ՈՒՈԼՇԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՀԱՄԱՐ

Ուսումնասիրվել են Կրիստենսոն – Լևիի համակարգով խիստ նվազող Ֆուրյեի գործակիցներ ունեցող, հավասարաչափ ունիվերսալ «ագահ» հատկությամբ օժտված $U(x) \in L^1[0,1)$ ֆունկցիաների հարցերը:

Առանցքային բառեր. Կրիստենսոն – Լևիի համակարգ, ֆունկցիա, ունիվերսալ:

С.А. ЕПИСКОПОСЯН

О РАВНОМЕРНОЙ ГРИДИ УНИВЕРСАЛЬНОСТИ СИСТЕМЫ КРЕСТЕНСОНА – ЛЕВИ

Изучены вопросы существования функций $U(x) \in L^1[0,1)$ со строго убывающими коэффициентами Фурье - Крестенсона – Леви, обладающими свойством равномерной гриди универсальности.

Ключевые слова: система Кристенсона - Леви, функция, универсальный.

УДК 517

Р.В. ДАЛЛАКЯН

О ПРОИЗВЕДЕНИЯХ БЛЯШКЕ, НУЛИ КОТОРЫХ ПРИБЛИЖАЮТСЯ К ЕДИНИЧНОЙ ОКРУЖНОСТИ ПО КАСАТЕЛЬНЫМ ПУТЯМ

(Ванадзор)

В работе сначала обобщается один пример С.А. Виноградова. После доказывается, что в этом примере нули произведения Бляшке не могут стремиться к единичной окружности лишь по касательным путям. Этот пример показывает, что утверждения теорем 1 и 2 этой работы могут выполняться одновременно.

Ключевые слова: произведение Бляшке, угол Штольца, приближение к единичной окружности по касательным путям, формула Йенсена, функциональные классы D_{p-1}^{p}, H^p, B.

Введение. Пусть D – единичный круг комплексной плоскости C; $H(D)$ – множество голоморфных в D функций. Далее, пусть для $z = re^{i\varphi} \in D$:

$$M_p(r;f) = \begin{cases} \left(\int\limits_0^{2\pi} \left| f\left(re^{i\varphi}\right) \right|^p d\varphi \right)^{\frac{1}{p}}, \; \textit{когда} \;\; 0 < p < +\infty, \\ \sup\limits_{0 \le \varphi \le 2\pi} \left| f(re^{i\varphi}) \right|, \; \textit{когда} \;\; p = +\infty. \end{cases}$$

Множество функций из $H(D)$, для которых

$$\|f\|_{H^p} = \sup_{0 \le r < 1} M_p(r;f) < +\infty,$$

называется классом H^p Харди $(0 < p \le +\infty)$.