ՀՏԴ 681.5.015

Ս.Հ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Ա.Վ. ՆՈՒՐՋԱՆՅԱՆ, Ա.Վ. ՄԵԼԻՔՅԱՆ,
Մ.Գ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ՊԱԼԻՆԴՐՈՄԱՅԻՆ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՔՈՄՓՅՈՒԹԵՐԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԵՎ ԼՈՒԾՄԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Դիտարկվել են միապարամետրական ընդհանրացված պալինդրոմային հիմնախնդիրների սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների և սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների ավտոմատացված որոշման միջոցների մշակման հարցերը:

Խնդրի լուծումը բաղկացած է հաշվարկների երեք փուլերից՝ հիմնախնդրի տրանսֆորմացում սպեկտրալային խնդրի, սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների որոշում, սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների որոշում: Հաշվարկների բոլոր փուլերում որպես հիմնական մաթեմատիկական ապարատ են ծառայել դիֆերենցիալ ձևափոխությունները, որոնց հիման վրա առաջարկվել են հաջորդական և զուգահեռ թվային հաշվողական ընթացակարգեր: Ծրագրային միջոցներն իրականացվել են Python օբյեկտա-կողմնորոշված լեզվով, ինչը թույլ է տվել օգտագործել ժամանակակից տեղեկատվական տեխնոլոգիաների ընձեռած լայն հնարավորությունները:

Առանցքային բառեր. միապարամետրական ընդհանրացված պալինդրոմային խնդիրներ, դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, սեփական արժեքներ-ֆունկցիաներ, սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաներ, տեղեկատվական տեխնոլոգիաների ժամանակակից միջոցներ:

I. Մաթեմատիկական ապարատը: Միապարամետրական ընդհանրացված պալինդրոմային հիմնախնդրի մաթեմատիկական մոդելն ունի հետևյալ տեսքը [1]՝

$$A(t)_{n\times n}\cdot X_i(t)_{n\times 1}=\lambda_i(t)_{1\times 1}\cdot B(t)_{n\div n}\cdot X_i(t)_{n\times 1},\ i=\overline{1,n}, \tag{1}$$

որտեղ $A(t)$–ն և $B(t)$-ն քառակուսի մատրիցներ են, $\lambda_i(t)$ $i=\overline{1,n}$ -ը՝ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաները, $X_i(t)$ $i=\overline{1,n}$ -ը՝ սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաները:

Ենթադրելով, որ $\exists B^{-1}(t)$–ն, կունենանք.

$$B^{-1}(t)\cdot A(t)\cdot X_i(t)=\lambda_i(t)\cdot X_i(t),\ \ i=\overline{1,n}, \tag{2}$$

կամ

$$D_1(t)\cdot X_i(t)=\lambda_i(t)\cdot X_i(t),\ i=\overline{1,n} \tag{3}$$

ներկայացումը, որոնցից ակնհայտ է, որ

$$A(t)=B(t)\cdot D_1(t): \tag{4}$$

Ենթադրելով, որ տեղի ունեն նաև հետևյալ դիֆերենցիալ ձևափոխություն-ները [2]՝

$$A(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{\partial^K A_1(t)}{\partial t^K}\bigg|_{t=t_\nu},K=\overline{0,\infty}\ \doteqdot\ A(t)=\mathscr{X}_1(t,t_\nu,H,A(K)), \tag{5}$$

$$B(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{\partial^K B(t)}{\partial t^K}\bigg|_{t=t_\nu},K=\overline{0,\infty}\ \doteqdot\ B(t)=\mathscr{X}_2(t,t_\nu,H,B(K)), \tag{6}$$

$$D_1(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{\partial^K D_1(t)}{\partial t^K}\bigg|_{t=t_\nu},K=\overline{0,\infty}\doteqdot D_1(t)=\mathscr{X}_3(t,t_\nu,H,D_1(K)), \tag{7}$$

$$\lambda_i(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{\partial^K \lambda_i(t)}{\partial t^K}\bigg|_{t=t_\nu},K=\overline{0,\infty}\doteqdot \lambda_1(t)=\mathscr{X}_4\big(t,t_\nu,H,\lambda_1(K),i=\overline{1,n}\big), \tag{8}$$

$$X_i(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{\partial^K X_i(t)}{\partial t^K}\bigg|_{t=t_\nu},K=\overline{0,\infty}\doteqdot X_i(t)=\mathscr{X}_5\big(t,t_\nu,H,X_i(K),i=\overline{1,n}\big), \tag{9}$$

անցնենք հիմնախնդրի լուծման փուլերին:

1-ին փուլ - $D_1(t)$–մատրիցի որոշումը.

(4) առնչությունը բնօրինակների տիրույթից անցկացնելով դիֆերենցիալ պատկերների տիրույթ, կունենանք հետևյալ ընդհանրական առնչությունը՝

$$D_1(K)=B^{-1}(0)\cdot\left[A(K)-\sum_{l=1}^{K}B(l)\cdot D_1(K-l)\right],\ K=\overline{0,\infty} \tag{10}$$

անդրադարձ հաջորդական հաշվողական սխեմայի համար:

Զուգահեռ հաշվողական սխեմայի համար կունենանք հետևյալ հիպերմատ-րիցա-հիպերվեկտորային ներկայացումը՝

$$\begin{bmatrix} B(0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B(1) & B(0) & 0 & 0 & 0 \\ B(2) & B(1) & B(0) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B(K) & B(K-1) & B(K-2) & \cdots & B(0) \end{bmatrix}_{(K+1)\cdot n\times(K+1)\cdot n} \bullet \begin{bmatrix} D_1(0) \\ D_1(1) \\ D_1(2) \\ \vdots \\ D_1(K) \end{bmatrix}_{(K+1)\cdot n\times n} = \begin{bmatrix} A(0) \\ A(1) \\ A(2) \\ \vdots \\ A(K) \end{bmatrix}_{(K+1)\cdot n\times n}, \tag{11}$$

Ըստ (10)-ի կամ (11)-ի ունենալով $D_1(K)$, $K=\overline{0,\infty}$ դիսկրետները՝ մասնավորապես դիֆերենցիալ-թեյլորյան ձևափոխություններին համապատասխան կունենանք կերպափոխված մատրիցը՝

$$\mathscr{X}_1(\bullet)=D_1(t)=\sum_{K=0}^{\infty}(t-t_\nu)^K\cdot D_1(K): \tag{12}$$

<u>2-րդ փուլ</u> – $D_1(t)$ մատրիցի $\lambda_i(t)$, $i=\overline{1,n}$ սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների որոշումը.

Օգտագործելով [3]-ում մշակված բացահայտ կամ անբացահայտ հաշվողական սխեմաները՝ նախ կորոշենք $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \cdots, \lambda_n(0); \quad \lambda_1(1), \lambda_2(1), \cdots, \lambda_n(1); \cdots; \lambda_1(K), \lambda_2(K), \cdots, \lambda_n(K)$ դիսկրետները, իսկ այնուհետև, մասնավորապես ըստ դիֆերենցիալ-թեյլորյան ձևափոխությունների կվերականգնենք

$$\mathscr{X}_4(\bullet)_i=\lambda_i(t)=\sum_{K=0}^{\infty}(t-t_\nu)^K\cdot\lambda_1(K),\ \ i=\overline{1,n} \tag{13}$$

սեփական արժեքներ-ֆունկցիաները:

<u>3-րդ փուլ</u> – $D_1(t)$ մատրիցի $X_i(t)$, $i=\overline{1,n}$ սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների որոշումը.

Օգտագործելով [4]-ում մշակված հաշվողական սխեմաները՝ նախ որոշվում են $X_1(0), X_2(0), \cdots, X_n(0); \quad X_1(1), X_2(1), \cdots, X_n(1); \cdots; X_1(K), X_2(K), \cdots, X_n(K)$ դիսկրետները, իսկ այնուհետև՝ համապատասխան սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաները՝

$$\mathscr{X}_5(\bullet)_i=X_i(t)=\sum_{K=0}^{\infty}(t-t_\nu)^K\cdot X_1(K),\ \ i=\overline{1,n} \tag{14}$$

Այդ դեպքում հաջորդական հաշվողական ընթացակարգերի համար ունենք

$$X_i(K)=-\left[D_1(0)-\lambda_i(0)\cdot E\right]^+\cdot\left(\sum_{l=1}^{K}\left[D_1(l)-\lambda_i(l)\cdot E\right]\cdot X_i(K-l)\right),\ i=\overline{1,n} \tag{15}$$

առնչությունները, իսկ զուգահեռ հաշվողական ընթացակարգերի համար հետևյալ հիպերմատրիցա-հիպերվեկտորային ներկայացումը՝

$$\begin{bmatrix} Д_{1i}(0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Д_{1i}(1) & Д_{1i}(0) & 0 & 0 & 0 \\ Д_{1i}(2) & Д_{1i}(1) & Д_{1i}(0) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Д_{1i}(K) & Д_{1i}(K-1) & Д_{1i}(K-2) & \cdots & Д_{1i}(0) \end{bmatrix}_{(K+1)\cdot n\times(K+1)\cdot n} \bullet \begin{bmatrix} X_i(0) \\ X_i(1) \\ X_i(2) \\ \vdots \\ X_i(K) \end{bmatrix}_{(K+1)\cdot n\times n} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{(K+1)\cdot n\times n}, \quad (16)$$

որտեղ

$$Д_{1i}(l) = Д_1(l) - \lambda_i(l)\cdot E, \qquad \forall l = \overline{0,K},\ i = \overline{1,n}: \quad (17)$$

II. Ծրագրային իրականացումը Python լեզվով [4]: Դիտարկվող հիմնախնդրի լուծման համար կիրառվել են մի շարք գրադարանային ֆայլեր և մեթոդներ, որոնք ներկայացված են ստորև:

Numpy (Numerical Python) – բաց կոդով գրադարան է: Հնարավորությունները՝ բազմաչափ զանգվածների (ներառյալ մատրիցների) աջակցություն, բարձր մակարդակի մաթեմատիկական ֆունկցիաների աջակցություն:

repeat() – մեթոդը կրկնում է զանգվածի կամ երկչափ զանգվածի տարրերը:

SymPy – բաց կոդով գրադարան է սիմվոլային հաշվարկների համար:

Matplotlib – գրադարան է տվյալների վիզուալիզացիայի համար՝ երկչափ և եռաչափ գրաֆիկայով:

Matplotlib.pyplot – ամենաբարձր մակարդակի ինտերֆեյս է:

subplots() – մեթոդը վերադարձնում է երկու օբյեկտ, առաջինը նկար է, երկրորդը՝ օբյեկտ կամ օբյեկտների զանգված:

inv() – հակադարձ մատրիցը հաշվող մեթոդ է:

III. Փորձնական հետազոտություններ

Python լեզվի օգտագործմամբ գրվել են համապատասխան մեքենայական ծրագրերը, և լուծվել են հետևյալ խնդիրները՝

1-ին օրինակ

$$A(t) = \begin{bmatrix} 1 & (1+t) \\ 0 & (1-t) \end{bmatrix}, \qquad B(t) = \begin{bmatrix} 1 & -t \\ -t & (1+t^2) \end{bmatrix},$$

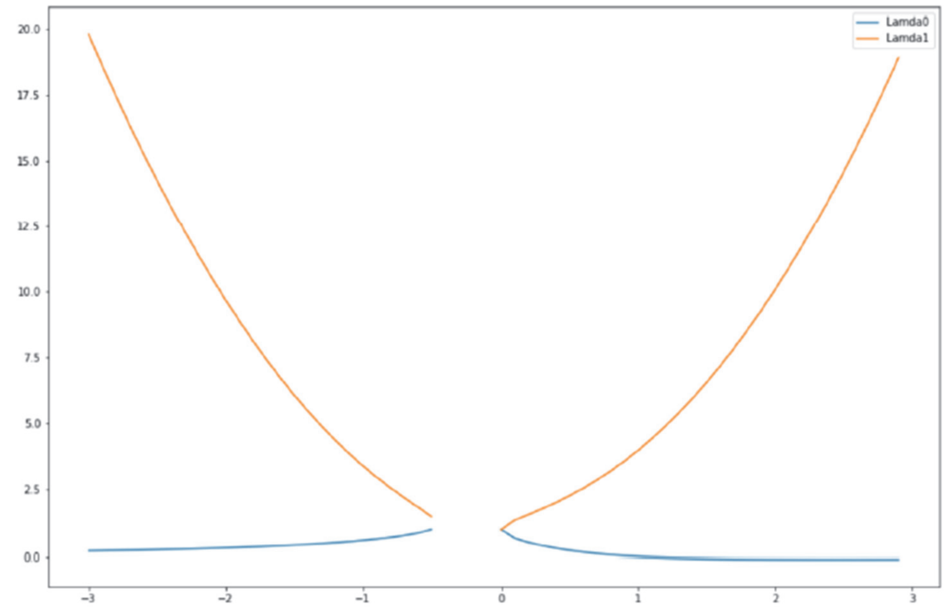
2-րդ օրինակ

$$A(t) = \begin{bmatrix} 1 & -t \\ 0 & (1-t) \end{bmatrix}, \qquad B(t) = \begin{bmatrix} 1 & -t \\ -t & 1 \end{bmatrix},$$

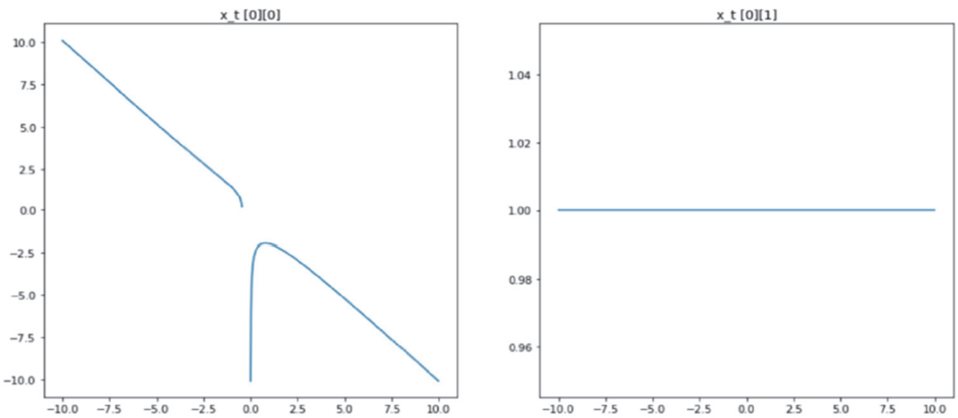
<u>3-րդ օրինակ</u>

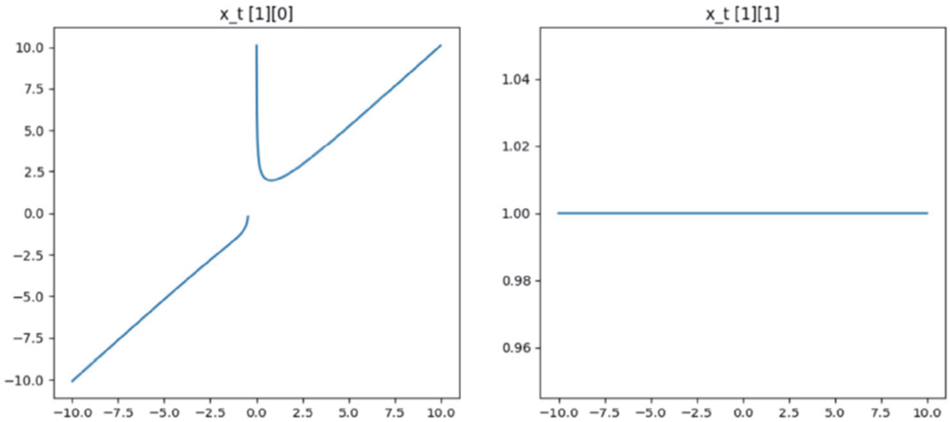
$$A(t)=\begin{bmatrix} t & 1 \\ 0 & t \end{bmatrix}, \qquad B(t)=\begin{bmatrix} 1 & -t \\ t & t^2 \end{bmatrix},$$

որոնց սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների և սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները ներկայացված են ստորև բերված նկարներում (նկ.1 - նկ.6):

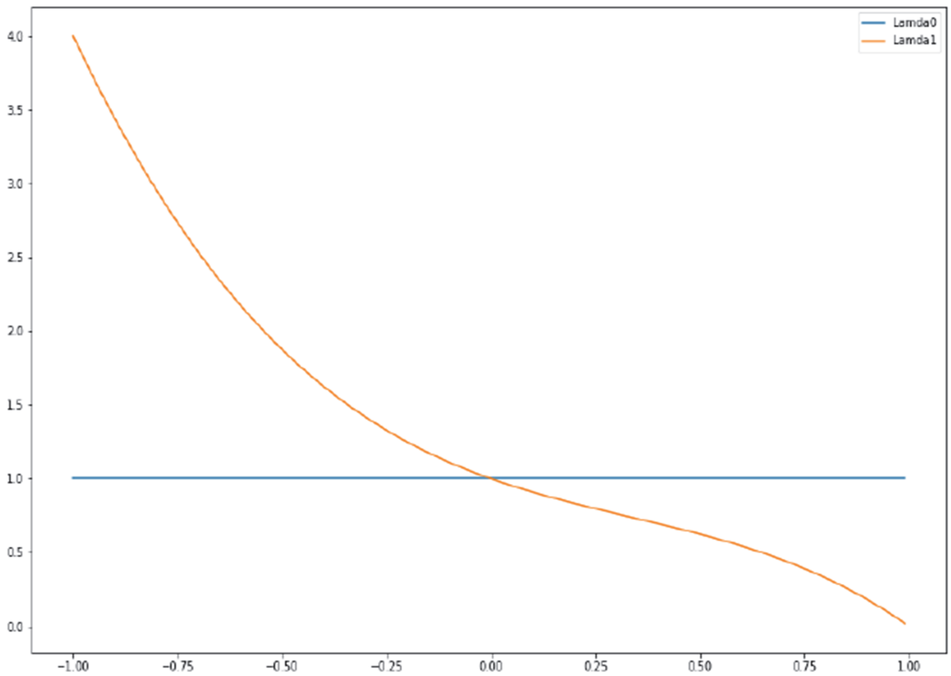


Նկ. 1. Սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները (օրինակ 1)

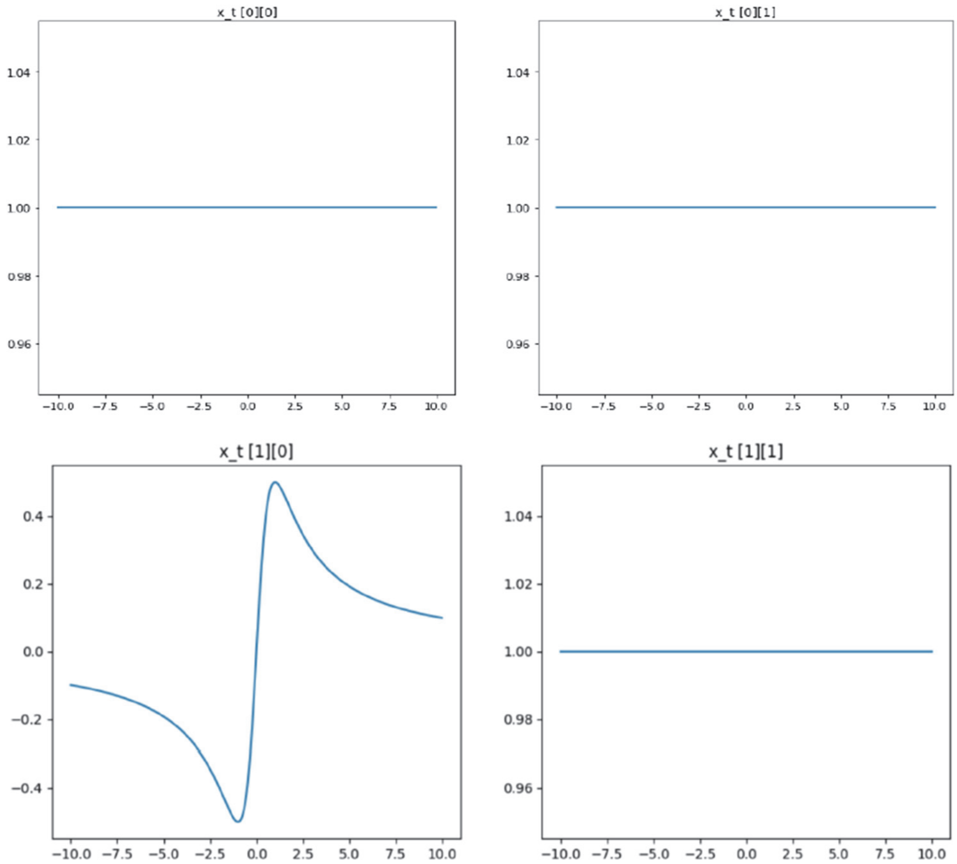




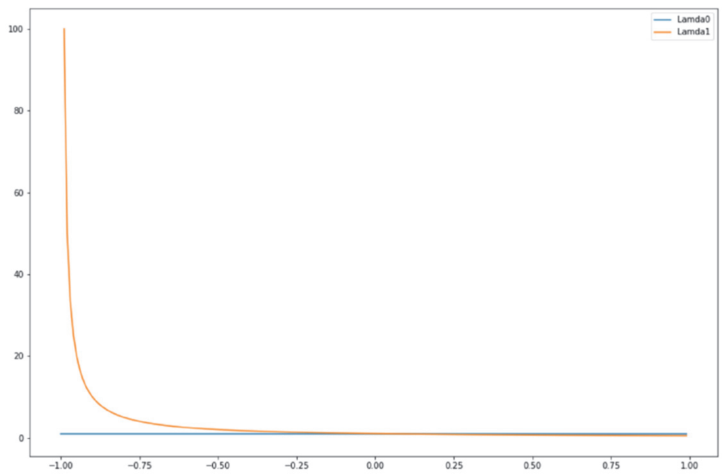
Նկ. 2. Սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները (օրինակ 1)



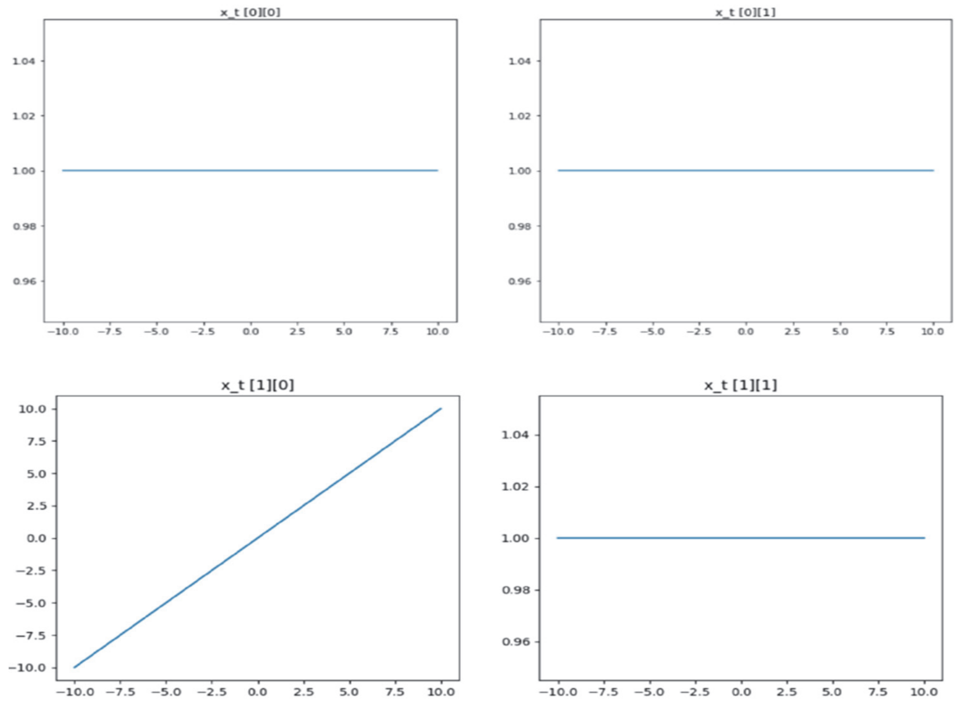
Նկ. 3. Սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները (օրինակ 2)



Նկ. 4. Սեփական վեկտորներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները (օրինակ 2)



Նկ. 5. Սեփական արժեքներ-ֆունկցիաների գրաֆիկները (օրինակ 3)



Նկ. 6. Սեփական արժեքներ-վեկտորների գրաֆիկները (օրինակ 3)

Եզրակացություն: Գիտատեխնիկական առաջընթացը մեծապես պայմանավորված է կարևորագույն նշանակություն ունեցող կիրառական բնագավառների զարգացումը խթանող հիմնարար և գիտության ու տեխնիկայի զարգացման գերակա ուղղություններ հանդիսացող տեղեկատվական տեխնոլոգիաների, համակարգային վերլուծության, կառավարման, ավտոմատացման բնագավառների հնարավորությունների համատեղ կիրառմամբ: Նմանատիպ հետազոտությունների իրականացման ընթացքում մեծածավալ և բարդ հաշվարկները ծնում են միանգամայն նոր՝ պարզագույն և բարձրարտադրողական միջոցների (ալգորիթմներ, կիրառական ծրագրեր, փաթեթներ և այլն) մշակման անհրաժեշտություն, ինչին էլ ուղղված է ներկա աշխատանքը: Ինչպես ցույց են տալիս հետազոտությունները՝ վերը նշված բնութագրերով օժտված միջոցների մշակմանը մեծապես բավարարում են դիֆերենցիալ ձևափոխությունները: Դրանց կիրառմամբ առաջարկվում են լուծվող խնդիրների փոփոխականների ճեղքման և հանրահաշվականացման, հաշվարկների զուգահեռականացման առավելագույն աստիճաններով օժտված պարզ և արդյունավետ հաշվողական ընթացակարգեր:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Икрамов Х.Д.** Численное решение матричных уравнений.-М.: Наука, 1984.-190 с.
2. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений. - Киев: Наукова думка, 1984.- 420 с.
3. **Симонян С.О., Аветисян А.Г.** Прикладная теория дифференциальных преобразований.- Ереван: Издательство ГИУА “Чартарагет”, 2010 .-361с.
4. **Симонян С.О., Адамян Г.В., Адамян М.А.** Последовательные и параллельные численно-аналитические методы решения однопараметрической обобщенной проблемы собственных значений-функций и собственных векторов-функций // Вестник ИАА.-2015.-Т. 12, №3.- С. 533-538.
5. **Eric Matthes.** Python crash course.- Second edition .- 2019.

С.О. СИМОНЯН, А.В. НУРДЖАНЯН, А.В. МЕЛИКЯН, М.Г. ХАЧАТРЯН

О РЕЗУЛЬТАТАХ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И РЕШЕНИЯ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОБОБЩЕННЫХ ПАЛИНДРОМНЫХ ЗАДАЧ

Рассмотрены вопросы разработки средств автоматизированного определения собственных значений-функций и собственных векторов-функций однопараметрических обобщенных палиндромных задач.

Решение задачи состоит из трех этапов вычислений: преобразование задачи в спектральную, определение собственных значений-функций, определение собственных векторов-функций. На всех этапах расчетов основным математическим аппаратом служили дифференциальные преобразования, на основе которых были предложены последовательные и параллельные вычислительные процедуры. Программные средства были реализованы на объектно-ориентированном языке Python, что позволило использовать широкие возможности, предоставляемые современными информационными технологиями.

Ключевые слова: однопараметрические обобщенные палиндромные задачи, дифференциальные преобразования, собственные значения-функции, собственные векторы-функции, современные средства информационных технологий.

**S.H. SIMONYAN, A.V. NURJANYAN, A.V. MELIKYAN,
M.G. KHACHATRYAN**

THE RESULTS OF COMPUTER MODELING AND SOLUTION OF ONE-PARAMETER GENERALIZED PALINDROMIC PROBLEMS

The issues of developing tools for automated determination of eigenvalues-functions and eigenvectors-functions of one-parameter generalized palindromic problems are considered.

The solution of the problem consists of three stages of calculations: transformation of the problem into a spectral, determination of eigenvalues-functions, determination of eigenvectors-functions. At all stages of calculations, differential transformations served as the main mathematical apparatus, on the basis of which sequential and parallel computational procedures were proposed. The software tools were implemented in the object-oriented Python language, which made it possible to use the wide possibilities provided by modern information technologies.

Keywords: one-parametric generalized polyndromic tasks, differential transformations, eigenvalues-functions, eigenvectors-functions, modern means of information technologies.

ՀՏԴ 629.7.062.2

Ն.Հ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ, Ա.Գ. ԲԱՍԿՈՎՉՅԱՆ

ԱՆՕԴԱՉՈՒ ԹՌՉՈՂ ՍԱՐՔԻ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ ԵՎ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ՈՉ ՀՍՏԱԿ ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅԱՄԲ ԿԱՐԳԱՎՈՐԻՉԻ ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ

Նախագծվել և հետազոտվել է անօդաչու թռչող սարքի կառավարման համակարգ՝ ոչ հստակ տրամաբանությամբ (Fuzzy-PID) կարգավորիչի կիրառմամբ։ Համակարգը նախագծվել է Matlab ծրագրային ապահովման SIMULINK միջավայրում։ Իրականացվել են կարգավորիչի պարամետրերի ընտրություն, ստացված արդյունքների վերլուծություն և համեմատություն ստանդարտ համեմատական ինտեգրող-դիֆերենցող (ՀԻԴ) կարգավորիչի հետ։

Առանցքային բառեր. կառավարման համակարգ, անօդաչու թռչող սարք, քառապտուտակ, կարգավորիչ, ՀԻԴ, ոչ հստակ տրամաբանություն։

Ներածություն: Անօդաչու թռչող սարքերը ներկայումս լայն կիրառություն են գտել քաղաքացիական, ռազմական, գիտահետազոտական և մի շարք այլ ոլորտներում։ Դրանց հիմնական առավելություններն են օդաչուի բացակայությունը, ցածր գինը, բարձր մանևրայնությունը և կառավարելիությունը։ Այդ հատկությունների շնորհիվ՝ ԱԹՍ-ներով հնարավոր է իրականացնել մի շարք գործողություններ, ինչպիսիք են՝ փրկարարական օպերացիաները, աերոնկարա-