

N.H. NERSISYAN, A.G. BASKOVCHYAN

DESIGN AND RESEARCH OF UAV CONTROL SYSTEM USING FUZZY LOGIC CONTROLLER

An unmanned aerial vehicle control system is designed and studied using a fuzzy logic controller (Fuzzy-PID). The system is developed in the SIMULINK environment of Matlab software. The selection of regulator parameters, the analysis of the obtained results and comparison with standard proportional integral differential controller (PID) are performed.

Keywords: control system, unmanned aerial vehicle, quadcopter, controller, PID, fuzzy logic.

УДК 62-50

О.Н. ГАСПАРЯН, В.Г. ИСПИРЯН, Г.А. МЕЛКОНЯН

АНАЛИЗ РОБАСТНОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМИ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ ПРИ ЧАСТИЧНОЙ ПОТЕРЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МОТОРОВ

Предложена методика анализа робастности взаимосвязанной системы управления беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) по отношению к возможной потере эффективности моторов, которая представлена в виде аддитивной неопределенности. Предельно допустимая потеря эффективности при этом определяется при помощи простой графической процедуры на комплексной плоскости годографов Найквиста отдельных каналов системы. Приведен численный пример, иллюстрирующий предложенную методику анализа робастности системы управления БПЛА.

Ключевые слова: многороторный БПЛА, многомерная система управления, анализ робастности.

Введение. Вопросам разработки систем управления БПЛА посвящено большое число статей [1-3]. Однако в этих работах относительно мало внимания уделено инженерным методам анализа робастности, основанным на методах классической теории регулирования. В настоящей работе предложена методика анализа робастности системы управления БПЛА при возможной частичной потере эффективности моторов, представленной в виде аддитивной неопределенности. Анализ робастности при этом осуществляется на комплексной плоскости годографов Найквиста отдельных каналов системы управления БПЛА.

Система управления многороторными беспилотными летательными аппаратами. При разработке систем управления БПЛА обычно осуществляется линеаризация нелинейных уравнений движения аппаратов за счет пренебре-

жения гироскопических моментов и предположения, что БПЛА находится в режиме установившихся движений (hovering mode). Линеаризованные уравнения движения БПЛА с N роторами при этом имеют вид [2,3]

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{1}{m} T_{\Sigma} - g, \quad (1)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = \tau, \quad (2)$$

где z - высота полета; $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ - вектор угловых скоростей; m - масса БПЛА; J - диагональный тензор инерции БПЛА с моментами инерции I_x, I_y, I_z на главной диагонали; g - гравитационная постоянная.

Векторы T_{Σ} и $\tau = [\tau_x, \tau_y, \tau_z]^T$ в уравнениях (2), (3) описывают главные силы и моменты, приложенные к корпусу БПЛА за счет тяг N моторов. Каждый i -й мотор создает тягу T_i , которая действует вдоль вертикальной оси z_B . Через T_{Σ} в (2) дана общая тяга $T_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N T_i$. Если обозначить вектор тяг T_i через \bar{T} ($\bar{T} = [T_1, T_2, \dots, T_N]^T$), то связь векторов \bar{T} и $[T_{\Sigma}, \tau]^T$ может быть записана в матричной форме

$$\begin{bmatrix} T_{\Sigma} \\ \tau \end{bmatrix} = D_M \Lambda_M \bar{T}, \quad \Lambda_M = \text{diag}\{\lambda_i^M\}, \quad (3)$$

где в общем случае N роторов $4 \times N$ матрица полного ранга D_M зависит от геометрической конфигурации БПЛА, а числа λ_i^M ($0 < \lambda_i^M \leq 1$) учитывают возможную частичную потерю эффективности моторов [2]. Для нормально функционирующих моторов диагональная матрица Λ_M равна единичной матрице I .

При заданных управляющих сигналах T_{Σ} и τ уравнение (3) позволяет вычислить требуемые тяги моторов T_i . Для $N = 4$, т.е. для квадрокоптеров, это осуществляется нахождением обратной матрицы D_M^{-1} , а при $N = 6$ (для гексакоптеров) и $N = 8$ (для октокоптеров) для нахождения обратной матрицы применяется аппарат псевдообратных матриц Мура-Пенроуза [2].

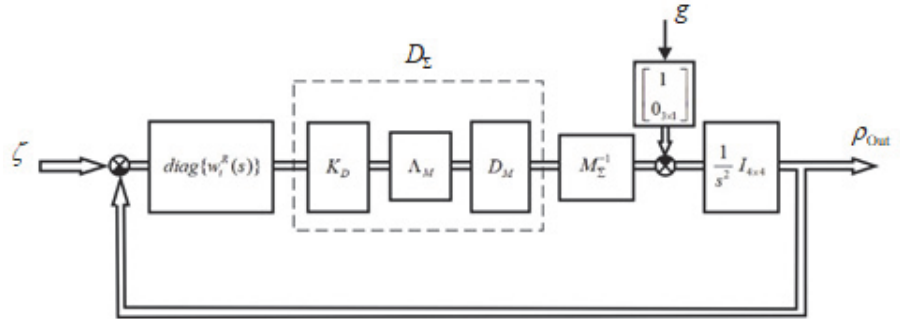


Рис. 1. Матричная структурная схема линейной системы управления БПЛА

Обобщенная матричная блок-схема системы управления БПЛА показана на рис. 1, где векторы $\zeta(s)$, $\rho_{\text{Out}}(s)$ размера 4×1 и диагональная матрица M размера 4×4 даются следующими соотношениями:

$$\zeta(s) = \begin{bmatrix} z_{\text{Ref}}(s) \\ \eta_{\text{Ref}}(s) \end{bmatrix}, \quad \rho_{\text{Out}} = \begin{bmatrix} z(s) \\ \eta(s) \end{bmatrix}, \quad M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}, \quad (4)$$

а компонентами трехмерного вектора η в четырехмерном векторе $\rho_{\text{Out}}(s)$ в (4) являются углы крена ϕ , тангажа θ и рыскания ψ , т.е. $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$.

Система на рис. 1 относится к многомерным системам автоматического управления (МСАР) [4], где матрица D_M в (3) описывает взаимные связи между отдельными каналами. Матричный регулятор $K_{\text{Reg}}(s)$ в таких системах обычно выбирается в форме

$$K_{\text{Reg}}(s) = K_D \text{diag}\{w_i^R(s)\}. \quad (5)$$

В уравнении (5) $K_D = D_M^{-1}$ для $N = 4$ и $K_D = D_M^+$ для $N = 6$ или $N = 8$, где D_M^+ есть псевдообратная матрица Мура-Пенроуза, а через $w_i^R(s)$ обозначены передаточные функции регуляторов в отдельных каналах.

Обозначим через $D_{\Sigma} = \{d_{ij}^{\Sigma}\}$ следующую матрицу:

$$D_{\Sigma} = D_M \Lambda_M K_D. \quad (6)$$

В случае нормально функционирующих моторов имеем $D_{\Sigma} = I$ для любого N , т.е. взаимные связи между каналами системы на рис. 1 оказываются

скомпенсированными. Если же имеется частичная потеря эффективности моторов ($\Lambda_M \neq I$), то система на рис. 1 является взаимосвязанной и должна быть исследована общими методами многомерной теории управления [4].

Анализ робастности системы управления БПЛА при частичной потере эффективности моторов. Передаточная матрица разомкнутой МСАР на рис. 1 при $\Lambda_M \neq I$ имеет вид

$$W(s) = \frac{1}{s^2} M_{\Sigma}^{-1} D_{\Sigma} \text{diag} \{w_i^R(s)\}. \quad (7)$$

В дальнейшем примем для простоты, что все регуляторы $w_i^R(s)$ в (7) одинаковы, т.е. $w_i^R(s) = w_R(s)$. Тогда вместо (7) можно записать

$$W(s) = w(s)R, \quad (8)$$

где $w(s) = w_R(s) / s^2$ и $R = M_{\Sigma}^{-1} D_{\Sigma}$.

В теории многомерного управления системы вида (8), т.е. системы с одинаковыми передаточными функциями $w(s)$ отдельных каналов и жесткими взаимными связями, описываемые квадратными числовыми матрицами R , называются однотипными МСАР [4].

Передаточная матрица замкнутой системы управления БПЛА по выходу $\Phi(s)$ при этом равна

$$\Phi(s) = [I + W(s)]^{-1} W(s) = w(s)R[I + w(s)R]^{-1}, \quad (9)$$

а устойчивость замкнутой системы определяется распределением корней характеристического уравнения

$$\det[I + W(s)] = \det[I + w(s)R] = 0. \quad (10)$$

Отметим, что при нормально функционирующих моторах, т.е. при $\Lambda_M = I$, матрица R в (8) равна M_{Σ}^{-1} , и вместо (9) и (10) имеем

$$\Phi(s) = \begin{bmatrix} \frac{w(s)/m}{1+w(s)/m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{w(s)/I_x}{1+w(s)/I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{w(s)/I_y}{1+w(s)/I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{w(s)/I_z}{1+w(s)/I_z} \end{bmatrix} \quad (11)$$

и

$$\det[I + W(s)] = [1 + w(s) / m][1 + w(s) / I_x][1 + w(s) / I_y][1 + w(s) / I_z] = 0, \quad (12)$$

т.е. матрица замкнутой системы управления БПЛА принимает диагональный вид, а характеристическое уравнение распадается на произведение четырех характеристических уравнений отдельных каналов.

Иными словами, при $\Lambda_M = I$ устойчивость системы управления БПЛА определяется устойчивостью независимых отдельных каналов системы.

Рассмотрим теперь робастность системы управления БПЛА по отношению к возможной потере эффективности моторов. В соответствии с общей теорией робастности [5,6], представим матрицу Λ_M в (3) в виде суммы идеальной (единичной) матрицы I и аддитивной неопределенности Δ_M , т.е. в виде

$$\Lambda_M = I + \Delta_M. \quad (13)$$

где компоненты диагональной матрицы Δ_M в (13) равны $1 - \lambda_i^M$.

Тогда условие робастности системы управления БПЛА по отношению к аддитивной неопределенности Δ_M можно записать в виде [5]

$$\|\Phi(j\omega)\|_\infty \leq \frac{1}{\|\Delta_M\|}, \quad (14)$$

где через $\|\Delta_M\|$ обозначена спектральная норма матрицы Δ_M , равная максимальному из модулей диагональных элементов матрицы Δ_M , а так называемая норма Харди $\|\Phi(j\omega)\|_\infty$ определяется как точная верхняя грань максимального сингулярного числа (обозначаемого $\bar{\sigma}$) передаточной матрицы $\Phi(j\omega)$ (11) идеальной системы во всем диапазоне частот ω ($0 \leq \omega \leq \infty$) и равна

$$\|\Phi(j\omega)\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(\Phi(j\omega)). \quad (15)$$

Легко заметить, что для диагональной передаточной матрицы $\Phi(s)$ (11) максимальное сингулярное число $\bar{\sigma}$ на любой частоте ω определяется как максимум из модулей диагональных элементов матрицы $\Phi(j\omega)$. Это дает возможность придать простую геометрическую интерпретацию условию робастности (14). Перепишем условие (14) с учетом (11), (15) и сказанного выше в виде

$$\sup_{\omega} \left[\max_i \left| \frac{w_i(j\omega)}{1 + w_i(j\omega)} \right| \right] \leq \frac{1}{\|\Delta_M\|}, \quad (16)$$

где через $w_i(j\omega)$ ($i=1,2,3,4$) обозначены передаточные функции отдельных каналов разомкнутой системы управления БПЛА при $\Delta_M = I$ (например, $w_1(j\omega) = w(j\omega)/m$, $w_2(j\omega) = w(j\omega)/I_x$ и т.д.).

Тогда для получения числовых оценок допустимых потерь эффективности моторов по условию (16) воспользуемся известной в классической теории регулирования графической процедурой определения показателя колебательности системы управления с одним входом и одним выходом [4,7]. Можно показать, что при переходе в (16) к равенству это условие для каждого i приводится к виду

$$\left[\operatorname{Re}\{w_i(j\omega)\} + \frac{1}{1 - \|\Delta_M\|^2} \right]^2 + [\operatorname{Im}\{w_i(j\omega)\}]^2 = \frac{\|\Delta_M\|^2}{(1 - \|\Delta_M\|^2)^2}. \quad (17)$$

Геометрически это выражение определяет на комплексной плоскости годографа $w_i(j\omega)$ окружность с центром в точке C с координатами $\{-1/(1 - \|\Delta_M\|^2), j0\}$ и радиусом $r = \|\Delta_M\|/(1 - \|\Delta_M\|^2)$. При этом допустимая величина $\|\Delta_M\|_i$ для каждого i определяется радиусом той окружности, которая касается годографа $w_i(j\omega)$, а для всей системы в целом допустимая потеря эффективности равна, на основании (16), минимальному значению из $\|\Delta_M\|_i$ ($i=1,2,3,4$).

Отметим, что при $\|\Delta_M\| \rightarrow 0$ окружность (17) стягивается к критической точке $\{-1, j0\}$. Отметим также, что норма $\|\Delta_M\|$ по определению всегда меньше единицы.

Числовой пример. Рассмотрим систему управления квадрокоптером со следующими параметрами: $m = 2.5 \text{ kg}$, $I_x = I_y = I_z = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. В качестве регуляторов в отдельных каналах выберем идентичные ПИД-регуляторы с передаточной функцией

$$w_R(s) = 0.0928 + \frac{0.0043}{s} + \frac{5.25}{0.1834s + 1}. \quad (18)$$

Передаточная функция (18) была получена применением графического интерфейса *pidTuner* пакета *Control System Toolbox* системы MATLAB.

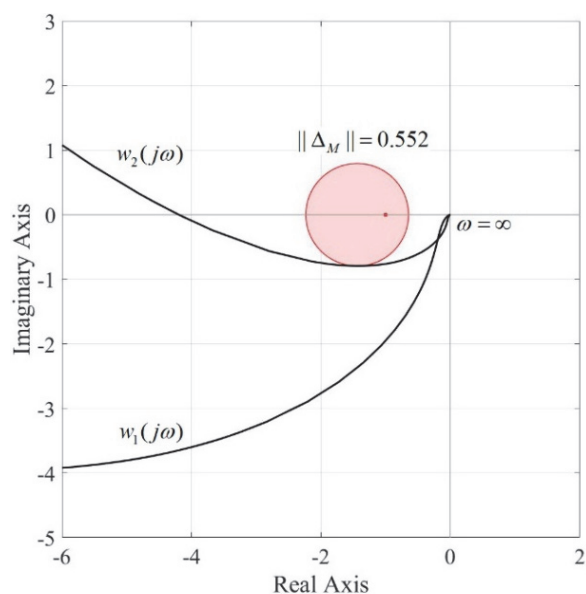


Рис. 2. Анализ робастности системы управления БПЛА

На рис. 2 показаны годографы Найквиста $w_1(j\omega)$ и $w_2(j\omega) = w_3(j\omega) = w_4(j\omega)$ отдельных каналов системы управления БПЛА с ПИД-регуляторами (18) и проведена окружность, касающаяся годографов $w_{2,3,4}(j\omega)$. На основе (17) эта окружность дает максимально допустимую величину аддитивной неопределенности, равную $\|\Delta_M\| = 0.552$. Соответственно, максимально допустимое значение коэффициента потери эффективности моторов равно $\max[\lambda_i^M] = 0.448$. Дальнейшая потеря эффективности моторов (т.е. меньшие значения λ_i^M) приводит к потере устойчивости системы управления БПЛА.

Заключение. Предложена методика анализа робастности системы управления БПЛА по отношению к возможной частичной потере эффективности моторов. Предельно допустимая потеря эффективности при этом определяется при помощи простой графической процедуры на комплексной плоскости годографов Найквиста отдельных каналов системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hassanalian M., Abdelkefi A.** Classifications, applications, and design challenges of drones: a review // Progress in Aerospace Sciences. – 2017.-Vol. 91.- P. 99-131.
2. **Gasparyan O., Darbinyan H.** L_1 Adaptive Control of Quadcopters // CSIT Conference, 2019, ИАР. – Yerevan, 2019. -P. 137-140.

3. **Mahony R., Kumar V., and Corke P.** Multirotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor // Robotics and Automation Magazine.- 2012.-19(3).- P. 20–32.
4. **Gasparyan O.N.** Linear and Nonlinear Multivariable Feedback Control: A Classical Approach.-John Wiley & Sons Ltd, UK, 2008.- 374 p.
5. **Green M. and Limebeer D.J.N.** Linear Robust Control.-Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995.
6. **Kwakernaak H.** Robust control and H-optimization //Automatica.-1993. – 29. – P. 255–273.
7. **Dorf R., Bishop R.** Modern Control Systems.-Pearson.-13-th edition.- 2016.-1032 p.

Օ.Ն. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Վ.Հ. ԻՍՊԻՐՅԱՆ, Գ.Ա. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ

**ԱԹՍ-Ի ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՌՈՒԲԱՍՏՈՒԹՅԱՆ
ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ՝ ՇԱՐԺԻՉԻ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍՆԱԿԻ
ԿՈՐՄՏԻ ԴԵՊՔՈՒՄ**

Առաջարկվում է ռոբաստության վերլուծության մետոդիկա ԱԹՍ-ի փոխկապակցված կառավարման համակարգի համար՝ շարժիչի արդյունավետության հնարավոր կորստի հետ հարաբերակցության դեպքում, որը ներկայացված է որպես հավելյալ անորոշություն: Արդյունավետության առավելագույն թույլատրելի կորուստն այս դեպքում որոշվում է համակարգի առանձին կանալների (ալիքների) Նայքվիսթի հոդոգրաֆների՝ կոմպլեքս հարթության վրա պարզ գրաֆիկական արտապատկերման պրոցեդուրաների միջոցով: Բերված է թվային օրինակ, որը ցույց է տալիս ԱԹՍ-ի կառավարման համակարգի առաջարկվող ռոբաստության վերլուծության մեթոդիկան:

Առանցքային բաներ. բազմառոտորային ԱԹՍ, բազմաչափ կառավարման համակարգ, ռոբաստության վերլուծություն:

O.N. GASPARYAN, V.H. ISPIRYAN, G.A. MELKONYAN

**ROBUSTNESS ANALYSIS OF THE UNMANNED AERIAL VEHICLE
CONTROL SYSTEMS AT PARTIAL DEGRADATION OF THE MOTOR
EFFICIENCY**

A method for analyzing the robustness of the UAV control systems with respect to possible partial efficiency degradation of motors is proposed. The ultimately allowable efficiency degradation is determined by a simple graphical procedure on the complex plane of the Nyquist graphs of the system's separate channels. A numerical example illustrating the proposed method of analysis of robustness of the UAV control system is given.

Keywords: multirotor UAV, multivariable control system, analysis of robustness.