

**Ա.Վ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Ա.Ս. ԵՊԻՍԿՈՊՈՍՅԱՆ**

**ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՈՐՈՇ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ՝ ՇՐՋԱՆՑԵԼՈՎ ԻՆՏԵԳՐԱԼԻ ԳԱՂԱՓԱՐԸ**

Ներկայացված են ֆիզիկայի մի շարք խնդիրներ, որոնք լուծվել են՝ չօգտագործելով ինտեգրալի գաղափարը:

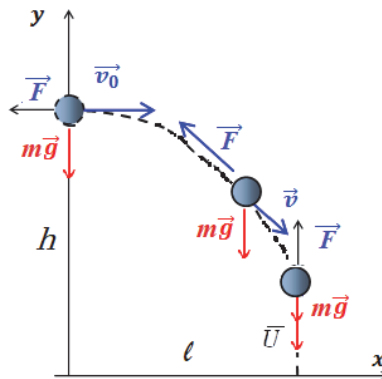
**Առանցքային բառեր.** կորդինատային համակարգ, դիմադրության ուժ, պրոյեկցիա:

Ֆիզիկայում հանդիպում են շատ խնդիրներ, որոնց լուծման համար անհրաժեշտ է կիրառել ինտեգրալ, որը շատ հաճախ պահանջում է ինտեգրման տեխնիկայի լավ տիրապետում: Մասնավորապես [1] և [2] աշխատանքներում տեղ են գտել խնդիրներ, որոնցում որոշվում է դիմադրության ուժի ազդեցության տակ մարմնի շարժումը, ընդ որում, դիմադրության ուժը կախված է մասնիկի շարժման արագությունից և ուղղված է շարժման հակառակ՝ լուծված ինտեգրալի միջոցով: Այսպիսի խնդիրները դժվար են ընկալվում դպրոցական տարիքի աշակերտների կողմից, քանի որ ինտեգրալի գաղափարին դպրոցում ծանոթանում են ուսումնառության վերջին տարում: Սակայն նշված խնդիրներից շատերը հետաքրքիր են և ուսանելի: Ներկայացված աշխատանքում բերված են մի շարք խնդիրներ, որոնք դասական գրականությունում լուծված են ինտեգրալի միջոցով [1] – [6], մինչդեռ այստեղ բերվել են լուծումները՝ շրջանցելով ինտեգրալի գաղափարը:

Նշենք նաև, որ [7] –ում բերված են ֆիզիկայի մի շարք խնդիրներ, որոնք լուծվել են՝ շրջանցելով ածանցյալի գաղափարը:

Դիտարկենք երկու խնդիր:

**Խնդիր 1.** Ուղղաձիգ ձորը, որի բարձրությունը  $h$  է, նետում են  $m$  –զանգվածով մարմինը  $V_0$  արագությամբ, (նկ.1): Որոշ ժամանակ հետո այն սկսում է շարժվել հասարակուն արագությամբ (ընդունենք, որ օդի դիմադրության ուժը համեմատական է մարմնի շարժման արագությանը՝  $\vec{F} = -\beta \cdot \vec{V}$ , որտեղ  $\beta$  համեմատականության գործակիցը համարում ենք հայտնի): Որքա՞ն է հորիզոնական ուղղությամբ մարմնի անցած հեռավորությունը և շարժման ժամանակը, երբ այն ընկնում է ձորի հատակին:



Նկ. 1

**Լուծում.** Շարժման հավասարումը ընտրված  $\Delta t$  ժամանակահատվածում կունենա

$$m \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} = m\bar{g} - \beta \bar{V}$$

տեսքը: Ընտրենք համապատասխան դեկարտյան ուղղանկյուն կոորդինատական համակարգ: Մարմնի վրա կիրառված է ծանրության  $m\bar{g}$  և դիմադրության  $\bar{F}$  ուժը, որն ուղղված է  $\bar{V}$  -ին հակառակ: Գրենք շարժման հավասարումը՝  $ox$  և  $oy$  առանցքների վրա պրոյեկտված:

$$m \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = -\beta V_x, \quad m \frac{\Delta V_y}{\Delta t} = -\beta V_y - mg:$$

Այս հավասարումը լուծելիս պետք է հաշվի առնել, որ  $V_x \Delta t = \Delta x$ ,  $V_y \Delta t = \Delta y$ :  
Հետևաբար, ստանում ենք՝

$$m \Delta V_x = -\beta \Delta x, \quad m \Delta V_y = -\beta \Delta y - mg \Delta t: \quad (1)$$

Երբ մարմնի արագությունը հաստատվում է՝  $V = U = const$ , որտեղ  $U$  -ն կայունացած արագությունն է (նկ.2), ստանում ենք՝  $U_x = 0$ ,  $U_y = -\frac{mg}{\beta}$ :

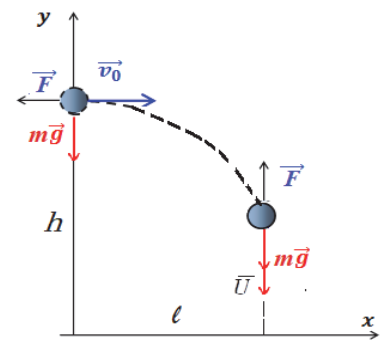
Հետևաբար՝ կայունացած արագության դեպքում մարմինը կշարժվի ուղղաձիգ ներքև: Որպեսզի որոշենք  $l$ - թռիչքի հեռահասությունը, գումարենք հավասարումները նետման պահից մինչև կայունացված արագությունը՝

$$m \sum \Delta V_x = -k \sum \Delta x:$$

Այստեղից կստանանք՝

$$m \cdot (0 - V_0) = -\beta L \quad \text{կամ} \quad L = \frac{mV_0}{\beta}:$$

Որպեսզի գտնենք թռիչքի ժամանակը,  $m \Delta V_y = -\beta \Delta y - mg \Delta t$  հավասարումը գումարենք ամբողջ շարժման ընթացքում և հաշվի առնելով, որ վերջնական արագությունը ուղղված է ներքև և հավասար է  $U_y = -\frac{mg}{\beta}$ , կստանանք՝



Նկ. 2

$$m \sum \Delta V_y = -\beta \sum \Delta y - mg \sum \Delta t,$$

որտեղից կհետևի՝

$$m \cdot (U_y - 0) = \beta h_0 - mgt \Rightarrow \frac{m^2 g}{\beta} + \beta h_0 = mgt \Rightarrow t = \frac{\beta h_0}{mg} + \frac{m}{\beta}:$$

Այժմ պարզենք՝  $h_0$ -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում է հնարավոր խնդրի նշված լուծումը: Դրա համար գնահատենք այն ժամանակը, որի ընթացքում մարմնի արագությունը կայունանում է: Գումարելով շարժման արագության  $x$  պրոյեկցիան, կստանանք՝

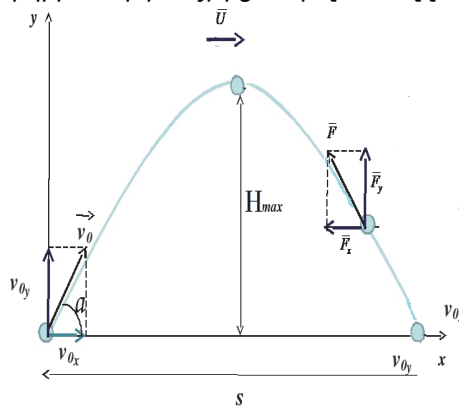
$$m \frac{\Delta V_x}{\Delta t} \approx -\beta V_0,$$

որտեղից՝

$$\Delta t = \frac{m}{\beta}:$$

Այդ ժամանակահատվածում մարմինը կկատարի  $h'_0 \approx \frac{g \Delta t^2}{2}$  - ուղղաձիգ ուղղությամբ տեղափոխություն: Այստեղից ստանում ենք, որ խնդիրը իրագործելու համար, պետք է տեղի ունենա  $h'_0 \geq \frac{g}{2} \left( \frac{m}{\beta} \right)^2$  անհավասարումը:

**Խնդիր 2.**  $m$  զանգվածով մարմինը երկրի մակերևույթից նետել են ուղղաձիգ դեպի վեր: Երկրի մակերևույթի երկայնքով փչում է  $\vec{V}$  արագությամբ քամին: Մարմնի վրա ազդող դիմադրության ուժը համեմատական է մարմնի շարժման արագությանը և ուղղված է նրան հակառակ:  $t$  ժամանակ հետո մարմինը վերադառնում է երկրի մակերևույթ՝ նեյման կետից  $S$  հեռավորության վրա (նկ.3): Մարմնի արագության ուղղաձիգ բաղադրիչը նվազել է  $\Delta V$  - ով: Որքա՞ն է մարմնի վրա օդի կողմից ազդող շփման (դիմադրության) ուժի կապարած աշխատանքը:



Նկ. 3

**Լուծում.** Շարժման հավասարումը ընտրված  $\Delta t$  ժամանակահատվածում կունենա

$$m \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} = m\bar{g} + \beta \bar{U} - \beta \bar{V}$$

տեսքը:

Ընտրենք համապատասխան կոորդինատային համակարգ: Վերև շարժվելիս, քամու ազդեցության հետևանքով, մարմինը շարժվում է հորիզոնի ուղղությամբ  $ox$  առանցքով: Տվյալ պահին մարմնի շարժման հավասարումների պրոյեկցիաները  $ox$  և  $oy$  առանցքներով կլինեն հետևյալը՝

$$m\Delta V_{ix} = -\beta(U - V_{ix})\Delta t_i:$$

Վեր բարձրանալիս՝

$$m\Delta V_{iy} = -(\beta V_{iy} + mg)\Delta t_i,$$

իսկ ներքև իջնելիս՝

$$m\Delta V_{iy} = (-\beta V_{iy} + mg)\Delta t_i:$$

Գումարելով ըստ բոլոր  $i$  -երի, կստանանք՝

$$\begin{cases} mV_{ix} = \beta Ut - kS & 1) \\ -mV_{0y} = -\beta H - mgt_1 & 2) \\ mV_{iy} = -\beta H + mgt_2 & 3) \end{cases}$$

որտեղ  $t_1$ -ը վերև բարձրանալու ժամանակն է,  $t_2$ -ը՝ առավելագույն բարձրությունից երկրի մակերևույթ վերադառնալու ժամանակը,  $V_{0y}$ -ը՝ մարմնի նետման սկզբնական արագությունը,  $V_{ix}$ -ը՝ երկրի մակերևույթ հասնելու պահին արագության հորիզոնական բաղադրիչը,  $V_{iy}$ -ը՝ ուղղաձիգ բաղադրիչը: (1) -ից կստանանք՝

$$V_{ix} = \frac{\beta Ut - \beta S}{m},$$

իսկ (1) - (3) հավասարումների համակարգից՝

$$V_{iy} + V_{0y} = g(t_1 + t_2) = gt:$$

Այստեղից օդի կողմից ազդող շփման ուժի կատարած աշխատանքի հաճար ստանում ենք՝

$$A = \frac{mV_{0y}^2}{2} - \frac{m(V_{iy}^2 + V_{ix}^2)}{2} = \frac{m}{2} \Delta V_i g t - \frac{\beta^2}{2m} (Ut - S)^2 :$$

**Եզրակացություն.** Նշված մեթոդով կարելի է, շրջանցելով ինտեգրալի կիրառությունը, լուծել նման շատ խնդիրներ, որոնք դասական գրականությունում լուծված են ինտեգրալի միջոցով:

#### ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Зельдович Я.Б.** Высшая математика для начинающих физиков и техников.- М., 1979. – 520 с.
2. **Иродов И.Е.** Задачи по общей физике.- СПб., 2001.- 446 с.
3. **Иродов И.Е.** Механика. Основные законы.- М., 2014.- 251 с.
4. **Чертов А.Г., Воробьев А.А.** Задачник по физике.- М., 1988.- 497 с.
5. **Балаш В.А.** Задачи по физике и методы их решения.- М., 1983.- 434 с.
6. **Александров Д.А.** Принцип суперпозиции и напряжённости электрического поля// Квант.- 1997.- N 5.- С. 36-37.
7. **Պետրոսյան Ա.Վ., Եպիսկոպոսյան Ա.Ս.** Ֆիզիկայի որոշ մեծությունների մեծագույն կամ փոքրագույն արժեքների որոշումը՝ շրջանցելով ածանցյալի գաղափարը// Մանկավարժական միտք.- 2021.- 2 (75) .- էջ 204 – 215:

**A.V. ПЕТРОСЯН, А.С. ЕПИСКОПОСЯН**

#### РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ В ОБХОД ИДЕИ ИНТЕГРАЛА

Представлен ряд физических задач, которые были решены без использования концепции интегралов.

**Ключевые слова:** система координат, сила сопротивления, проекция.

**A.V. PETROSYAN, A.S. EPISKOPOSYAN**

#### SOLUTION OF SOME PROBLEMS ON PHYSICS BY GOING ROUND THE IDEA OF THE INTEGRAL

A number of problems on physics that have been solved without using the concept of integrals are presented.

**Keywords:** coordinate system, resistance force, projection.