

**Ա.Վ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Ա.Ա. ՄԿՐՏՉՅԱՆ**

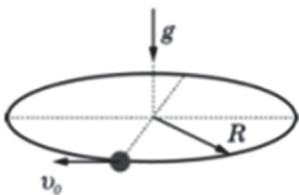
**ՄԱՐՄՆԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ԿՈՐ ՀԵՏԱԳԾՈՎ ՇՓՄԱՆ ՈՒԺԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ**

Հետազոտվել է մարմնի շրջանաձև շարժումը շփման ուժի առկայությամբ, որոշվել է արագության կախվածությունը ժամանակից, կենտրոնական անկյունից, նաև սկզբնական արագության կախվածությունը շփման գործակցից:

**Առանցքային բառեր.** շփման ուժ, շփման գործակցից, շրջանաձև շարժում, դիսիպատիվ համակարգ:

Մարմնի կորագիծ շարժումը շփման ուժի առկայությամբ ուսումնասիրվել է հետևյալ խնդրի օրինակով:

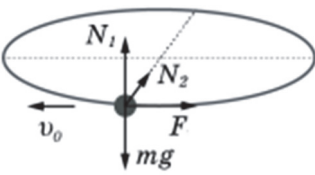
*R* շառավղով բարակ մեխանիկական օղակի վրա ազատ հազցված է *m* զանգվածով մարմին (նկ.1): Մարմնի և օղակի միջև շփման գործակցիցը  $\mu$  է: Օղակը գտնվում է հորիզոնական հարթության վրա: Սրանալ, թե ինչպիսի՞ սկզբնական  $V_0$  արագության դեպքում մարմինը կկարողանա կատարել մեկ լրիվ պտույտ:



Նկ. 1

Աշխատանքի կարևորությունն այն է, որ տվյալ խնդիրը նպաստում է՝ հասկանալու ավելի բարդ խնդիրների լուծումը: Դրանցից մեկն է «մահվան օղակի» խնդրի լուծումը շփման ուժի առկայությամբ [1]: Խնդրի մեջ տեղ գտած գաղափարներն օգտագործվում են ատրակցիոնների օպտիմալ մոդելավորման գործում [2]:

**Խնդրի լուծումը.** Պատկերենք շարժման ընթացքում մարմնի վրա ազդող ուժերը (նկ.2): Ամբողջ շարժման ընթացքում մարմնի վրա ազդում է շփման ուժ, որն ուղղված է մարմնի արագությանը հակառակ և մոդուլով հավասար է՝



Նկ. 2

$$F = \mu N, \tag{1}$$

որտեղ *N*-ը հավասար է՝

$$\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 : \tag{2}$$

Իսկ նրա մոդուլը հավասար է՝

$$|\vec{N}| = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} : \tag{3}$$

Եթե գրենք շարժման հավասարումը և պրոյեկտենք բոլոր երեք առանցքների վրա, ապա կստանանք հետևյալ հավասարումների համակարգը՝

$$N_1 = mg , \quad (4)$$

$$N_2 = \frac{mV^2}{R} , \quad (5)$$

$$m \frac{dV}{dt} = -\mu N : \quad (6)$$

Միավորելով (3)-(6)-ը՝ ստանում ենք հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարումը՝

$$\frac{dV}{dt} = -\mu \sqrt{g^2 + \left(\frac{V^2}{R}\right)^2} : \quad (7)$$

Արագության ժամանակից կախվածությունից անցնենք արագության կախվածությանը կենտրոնական անկյունից: Նշանակենք այդ անկյունը  $\varphi$ -ով: Դրա համար օգտվենք հետևյալ առնչությունից՝  $dS$ -ը, որը հանդիսանում է  $dt$  ժամանակում մարմնի գծած աղեղի երկարությունը՝ հավասար է  $Rd\varphi$  , իսկ մյուս կողմից հավասար է  $Vdt$ : Միավորելով այս երկու հավասարումը՝ ստանում ենք.

$$dt = \frac{Rd\varphi}{V} : \quad (8)$$

Հաշվի առնելով այս առնչությունը, կստանանք՝

$$\frac{du}{d\varphi} = -2\mu \sqrt{g^2 R^2 + u^2} , \quad (9)$$

որտեղ  $u = V^2$ : Սկզբնական արագությունը կլինի փոքրագույն, եթե  $\varphi = 2\pi$  դեպքում մարմնի արագությունը լինի 0: Լուծելով (9) դիֆերենցիալ հավասարումը, տեղադրելով սկզբնական պայմանները,  $V_0$ -ի փոքրագույն արժեքի համար կստանանք՝

$$V_0 = [gR \sinh(4\pi\mu)]^{\frac{1}{2}} : \quad (10)$$

Այսինքն, ֆիքսված  $\mu$ -ի դեպքում ցանկացած  $V \geq V_0$ -ի համար մարմինը կկատարի մեկ լրիվ պտույտ:

Նշենք նաև, որ մետաղ-մետաղ զույգի համար շփման գործակիցը մոտավորապես 0.2 է, հետևաբար՝ մեկ մետր շառավղով օղակի համար մինիմալ արագությունը կլինի  $V_0 = 7.75 \frac{m}{s}$ :

### Հավելված.

Ստանանք (10)-ի բանաձևը, դրա համար ինտեգրենք  $u_0$  – ից մինչև 0՝

$$\int_{u_0}^0 \frac{1}{\sqrt{g^2 R^2 + u^2}} du = \int_0^{2\pi} -2\mu d\varphi , \quad (11)$$

$$\tanh^{-1} \left( \frac{V_0^2}{\sqrt{g^2 R^2 + V_0^2}} \right) = 4\mu\pi , \quad (12)$$

$$\frac{V_0^2}{\sqrt{g^2 R^2 + V_0^2}} = \tanh(4\pi\mu), \quad (13)$$

$$V_0^4 = \frac{g^2 R^2 \tanh^2(4\pi\mu)}{1 - \tanh^2(4\pi\mu)}. \quad (14)$$

Օգտվելով այն առնչությունից, որ՝

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1, \quad (15)$$

ստանում ենք՝

$$V_0^4 = g^2 R^2 \sinh^2(4\pi\mu), \quad (16)$$

ինչը համարժեք է (10)-ին:

#### ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Klobus W.** Motion on a vertical loop with friction // Am. J. Phys. -2011.-79.- P. 913-918.
2. **Nordmark A.B., Essén H.** The comfortable roller coaster - on the shape of tracks with a constant normal force //Eur. J. Phys. -2010.-31.- P.1307-1317.

**Ա.Վ. ՍԵՏՐՍՅԱՆ, Ա.Ա. ՄԿՐՏՉՅԱՆ**

#### ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПО КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАЕКТОРИИ ПРИ НАЛИЧИИ СИЛЫ ТРЕНИЯ

Исследуется движение тела по окружности при наличии силы трения. Получены зависимости скорости от времени и центрального угла, а также зависимость начальной скорости от коэффициента трения.

**Ключевые слова:** сила трения, коэффициент трения, движение тела по окружности, диссипативная система.

**A.V. PETROSYAN, A.A. MKRTCHYAN**

#### MOVEMENT OF THE BODY BY A CURVED TRAJECTORY IN CASE OF A FRICTIONAL FORCE

The circular motion of a body in the presence of a frictional force is studied. The dependences of velocity on time, and the central angle, as well as the dependence of the initial velocity on the coefficient of friction are obtained.

**Keywords:** frictional force, coefficient of friction, circular motion, dissipative system.