A.L. MKHITARYAN, A.T. ULIKYAN, Z.G. KHANAMIRYAN

INVESTIGATING THE CONTROL SYSTEM OF THE UPPER LIMB BIONIC PROSTHESIS

The mathematical model and control system of the designed upper limb bionic prosthesis are discussed. The dynamic equations of the system derived using the Euler-Lagrange method are presented. The experimental results obtained based on the software model designed in MATLAB / Simulink environment are analyzed.

***Keywords**:* upper limb, bionic prpsthesis, control system, modeling, mathematical model, Euler-Lagrange equation, PID controller.

УДК 62.317

С.О. СИМОНЯН, А.В. МЕЛИКЯН, М.Г. ХАЧАТРЯН

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МАТРИЧНЫХ ПАЛИНДРОМНЫХ ЗАДАЧ ТИПА $A(t)\cdot X(t)+X(t)\cdot A(t)=0$

Предложены три численно-аналитических декомпозиционных метода решения отмеченного класса задач, основанных на дифференциальных преобразованиях.

Ключевые слова: однопараметрические матричные палиндромные задачи, дифференциальные преобразования, численно-аналитические декомпозиционные методы решения.

Введение. В работе [1] предложены аналитические декомпозиционные методы решения однопараметрических матричных палиндромных задач с комплексными матрицами

$$A(t)_{m\times m}\cdot X(t)_{m\times m}+X(t)_{m\times m}\cdot A(t)_{m\times m}=0_{m\times m}, \qquad (1)$$

где m - порядок матриц.

С учетом разложений

$$A(t)=A_1(t)+j\cdot A_2(t), \qquad (2)$$

$$X(t)=X_1(t)+j\cdot X_2(t) \qquad (3)$$

получены следующие однородные гиперматричные уравнения:

$$\begin{bmatrix} A(t) & 0 \\ 0 & A(t) \end{bmatrix}_{2m\times 2m}\cdot\begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix}_{2m\times m}+\begin{bmatrix} X_1(t) & 0 \\ 0 & X_2(t) \end{bmatrix}_{2m\times 2m}\cdot\begin{bmatrix} A(t) \\ A(t) \end{bmatrix}_{2m\times m}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{2m\times m}, \qquad (4)$$

$$\begin{bmatrix} A_1(t) & -A_2(t) \\ A_2(t) & A_1(\;) \end{bmatrix}_{2m\times 2m}\cdot\begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix}_{2m\times m}+\begin{bmatrix} X_1(t) & -X_2(t) \\ X_2(t) & X_1(\;) \end{bmatrix}_{2m\times 2m}\cdot\begin{bmatrix} A_1(t) \\ A_2(t) \end{bmatrix}_{2m\times m}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{2m\times m}, \qquad (5)$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} A_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2(t) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & A_1(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_2(t) \end{array}\right]_{4m\times 4m} \cdot \left[\begin{array}{c} X_1(t) \\ X_1(t) \\ \hline X_2(t) \\ X_2(t) \end{array}\right]_{4m\times m} +$$

$$+\left[\begin{array}{cc|cc} X_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_1(t) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & X_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_2(t) \end{array}\right]_{4m\times 4m} \cdot \left[\begin{array}{c} A_1(t) \\ A_2(t) \\ \hline A_1(t) \\ A_2(t) \end{array}\right]_{4m\times m} = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \end{array}\right]_{4m\times m}, \qquad (6)$$

на основе которых предложены соответствующие аналитические декомпозиционные вычислительные схемы с точными и наилучшими приближенными решениями при каждой однородной гиперматричной системе.

Математический аппарат. В настоящей работе предлагаются соответствующие численно-аналитические декомпозиционные методы решения рассмотренного класса задач, основанные на дифференциальных преобразованиях [2]:

$$A_1(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{d^K A_1(t)}{dt^K}\Big|_{t=t_\nu}, K=\overline{0,\infty} \doteq A_1(t)=\mathscr{X}_1\left(t,t_\nu,H,A_1(K),K=\overline{0,\infty}\right), \ (7)$$

$$A_2(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{d^K A_2(t)}{dt^K}\Big|_{t=t_\nu}, K=\overline{0,\infty} \doteq A_2(t)=\mathscr{X}_2\left(t,t_\nu,H,A_2(K),K=\overline{0,\infty}\right), \ (8)$$

$$A(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{d^K A(t)}{dt^K}\Big|_{t=t_\nu}, K=\overline{0,\infty} \doteq A(t)=\mathscr{X}_3\left(t,t_\nu,H,A(K),K=\overline{0,\infty}\right), \ (9)$$

$$X_1(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{d^K X_1(t)}{dt^K}\Big|_{t=t_\nu}, K=\overline{0,\infty} \doteq X_1(t)=\mathscr{X}_4\left(t,t_\nu,H,X_1(K),K=\overline{0,\infty}\right), \ 10)$$

$$X_2(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{d^K X_2(t)}{dt^K}\Big|_{t=t_\nu}, K=\overline{0,\infty} \doteq X_2(t)=\mathscr{X}_5\left(t,t_\nu,H,X_2(K),K=\overline{0,\infty}\right), \ (11)$$

$$X(K)=\frac{H^K}{K!}\cdot\frac{d^K X(t)}{dt^K}\Big|_{t=t_\nu}, K=\overline{0,\infty} \doteq X(t)=\mathscr{X}_6\left(t,t_\nu,H,X(K),K=\overline{0,\infty}\right), \ (12)$$

где $A_1(K), A_2(K), A(K)$ и $X_1(K), X_2(K), X(K)$ – матричные дискреты матриц $A_1(t), A_2(t), A(t)$ и $X_1(t), X_2(t), X(t)$ соответственно; $K=\overline{0,\infty}$ - целочисленный аргумент; H - масштабный коэффициент; t_ν - центр аппроксимации; символ

$\doteqdot$ – знак перехода из области оригиналов в область дифференциальных изображений и наоборот; $\mathscr{X}_1(\bullet),\cdots,\mathscr{X}_6(\bullet)$ - некоторые аппроксимирующие функции, восстанавливающие оригиналы $A_1(t), A_2(t), A(t)$ и $X_1(t), X_2(t), X(t)$ соответственно.

Теперь с учетом (7)-(12) и правил алгебры дифференциальных преобразований однородные гиперматричные уравнения (4)-(6) из области оригиналов переведем в область дифференциальных изображений. При этом будем иметь:

1. В соответствии с (4):

$$\sum_{l=0}^{K}\begin{bmatrix} A(l) & 0 \\ 0 & A(l)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} X_1(K-l) \\ X_2(K-l)\end{bmatrix}+\sum_{l=0}^{K}\begin{bmatrix} X_1(l) & 0 \\ 0 & X_2(l)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} A(K-l) \\ A(K-l)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0\end{bmatrix}. \quad (13)$$

2. В соответствии с (5):

$$\sum_{l=0}^{K}\begin{bmatrix} A_1(l) & -A_2(l) \\ A_2(l) & A_1(l)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} X_1(K-l) \\ X_2(K-l)\end{bmatrix}+\sum_{l=0}^{K}\begin{bmatrix} X_1(l) & -X_2(l) \\ X_2(l) & X_1(l)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} A_1(K-l) \\ A_2(K-l)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0\end{bmatrix}. \quad (14)$$

3. В соответствии с (6):

$$\sum_{l=0}^{K}\left[\begin{array}{cc|cc} A_1(l) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2(l) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & A_1(l) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_2(l)\end{array}\right]\cdot\left[\begin{array}{c} X_1(K-l) \\ X_1(K-l) \\ \hline X_2(K-l) \\ X_2(K-l)\end{array}\right]+$$

$$+\sum_{l=0}^{K}\left[\begin{array}{cc|cc} X_1(l) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_1(l) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & X_2(l) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_2(l)\end{array}\right]\cdot\left[\begin{array}{c} A_1(K-l) \\ A_2(K-l) \\ \hline A_1(K-l) \\ A_2(K-l)\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0\end{array}\right]. \quad (15)$$

Представления (13)-(15) соответственно порождают следующие рекуррентные точные вычислительные схемы ($\forall K=\overline{0,K}$) (использование обратных матриц):

1. В соответствии с (13):

$$\begin{bmatrix} X_1(K) \\ X_2(K)\end{bmatrix}_{(q+1)}=-\begin{bmatrix} A(0) & 0 \\ 0 & A(0)\end{bmatrix}^{-1}\cdot\left\{\sum_{l=1}^{K}\begin{bmatrix} A(l) & 0 \\ 0 & A(l)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} X_1(K-l) \\ X_2(K-l)\end{bmatrix}+\right.$$

$$\left.+\sum_{l=0}^{K-1}\begin{bmatrix} X_1(l) & 0 \\ 0 & X_2(l)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} A(K-l) & 0 \\ 0 & A(K-l)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} X_1(K) & 0 \\ 0 & X_2(K)\end{bmatrix}_{(q)}\cdot\begin{bmatrix} A(0) \\ A(0)\end{bmatrix}\right\}. \quad (16)$$

2. В соответствии с (14):

$$\begin{bmatrix} X_1(K) \\ X_2(K) \end{bmatrix}_{(q+1)} = -\begin{bmatrix} A_1(0) & -A_2(0) \\ A_2(0) & A_1(0) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left\{ \sum_{l=1}^{K} \begin{bmatrix} A_1(l) & -A_2(l) \\ A_2(l) & A_1(l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(K-l) \\ X_2(K-l) \end{bmatrix} + \right.$$

$$\left. + \sum_{l=0}^{K-1} \begin{bmatrix} X_1(l) & -X_2(l) \\ X_2(l) & X_1(l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1(K-l) \\ A_2(K-l) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_1(K) & -X_2(K) \\ X_2(K) & X_1(K) \end{bmatrix}_{(q)} \cdot \begin{bmatrix} A_1(0) \\ A_2(0) \end{bmatrix} \right\}. \quad (17)$$

3. В соответствии с (15):

$$\left[\begin{array}{c} X_1(K) \\ X_1(K) \\ \hdashline X_2(K) \\ X_2(K) \end{array}\right]_{(q+1)} = -\left[\begin{array}{cc:cc} A_1(0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2(0) & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & A_1(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_2(0) \end{array}\right]^{-1} \times$$

$$\times \left\{ \sum_{l=1}^{K} \left[\begin{array}{cc:cc} A_1(l) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2(l) & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & A_1(l) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_2(l) \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} X_1(K-l) \\ X_1(K-l) \\ \hdashline X_2(K-l) \\ X_2(K-l) \end{array}\right] + \right.$$

$$+ \sum_{l=0}^{K-1} \left[\begin{array}{cc:cc} X_1(l) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_1(l) & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & X_2(l) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_2(l) \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} A_1(K-l) \\ A_2(K-l) \\ \hdashline A_1(K-l) \\ A_2(K-l) \end{array}\right] +$$

$$\left. + \left[\begin{array}{cc:cc} X_1(K) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_1(K) & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & X_2(K) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_2(K) \end{array}\right]_{(q)} \cdot \left[\begin{array}{c} A_1(0) \\ A_2(0) \\ \hdashline A_1(0) \\ A_2(0) \end{array}\right] \right\}. \quad (18)$$

Аналогично, представления (13)-(15) соответственно порождают следующие рекуррентные наилучшие приближенные вычислительные схемы ($\forall K = \overline{0, K}$) (использование псевдообратных матриц):

1. В соответствии с (13):

$$\begin{bmatrix} X_1(K) & 0 \\ 0 & X_2(K) \end{bmatrix}_{(q+1)} = -\left\{ \begin{bmatrix} A(0) & 0 \\ 0 & A(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(K) \\ X_2(K) \end{bmatrix}_{(q)} + \sum_{l=1}^{K} \begin{bmatrix} A(l) & 0 \\ 0 & A(l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(K-l) \\ X_2(K-l) \end{bmatrix} + \right.$$

$$\left. + \sum_{l=0}^{K-1} \begin{bmatrix} X_1(l) & 0 \\ 0 & X_2(l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A(K-l) \\ A(K-l) \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} A(0) \\ A(0) \end{bmatrix}^{+}. \quad (19)$$

2. В соответствии с (14):

$$\begin{bmatrix} X_1(K) & -X_2(K) \\ X_2(K) & X_1(K) \end{bmatrix}_{(q+1)} = -\left\{ \begin{bmatrix} A_1(0) & -A_2(0) \\ A_2(0) & A_1(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(K) \\ X_2(K) \end{bmatrix}_{(q)} + \right.$$

$$+\sum_{l=1}^{K} \begin{bmatrix} A_1(l) & -A_2(l) \\ A_2(l) & A_1(l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(K-l) \\ X_2(K-l) \end{bmatrix} + \left. \sum_{l=0}^{K-1} \begin{bmatrix} X_1(l) & -X_2(l) \\ X_2(l) & X_1(l) \end{bmatrix} \right\} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} A_1(K-l) \\ A_2(K-l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1(0) \\ A_1(0) \end{bmatrix}^{+} . \tag{20}$$

3. В соответствии с (15):

$$\left[\begin{array}{cc|cc} X_1(K) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_1(K) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & X_2(K) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_2(K) \end{array}\right]_{(q+1)} = -\left\{ \left[\begin{array}{cc|cc} A_1(0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2(0) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & A_1(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_2(0) \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} X_1(K) \\ X_1(K) \\ \hline X_2(K) \\ X_2(K) \end{array}\right]_{(q)} + \right.$$

$$+\sum_{l=1}^{K} \left[\begin{array}{cc|cc} A_1(l) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2(l) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & A_1(l) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_2(l) \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} X_1(K-l) \\ X_1(K-l) \\ \hline X_2(K-l) \\ X_2(K-l) \end{array}\right] +$$

$$+\sum_{l=1}^{K-1} \left[\begin{array}{cc|cc} X_1(l) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_1(l) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & X_2(l) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_2(l) \end{array}\right] \cdot \left. \left[\begin{array}{c} A_1(K-l) \\ A_2(K-l) \\ \hline A_1(K-l) \\ A_2(K-l) \end{array}\right] \right\} \cdot \left[\begin{array}{c} A_1(0) \\ A_2(0) \\ \hline A_1(0) \\ A_2(0) \end{array}\right]^{+} . \tag{21}$$

Заключение. Итак, вычислив матричные дискреты $X_1(K)$, $X_2(K)$, $K=\overline{0,\infty}$ и, следовательно, матричные дискреты $X(K)$, $K=\overline{0,\infty}$, в соответствии с правыми частями (7)-(12) можно восстановить решения $X_1(t)$, $X_2(t)$ и $X(t)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Симонян С.О.** Аналитические декомпозиционные методы решения однопараметрических матричных палиндромных задач типа $A(t)\cdot X(t)+X(t)\cdot A(t)=0$ //Вестник НПУА: Информационные технологии, электроника, радиотехника. - 2021. – N2. – С. 9-22.
2. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений. - Киев: Наукова думка, 1990.- 419 с.

Ս.Հ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Ա.Վ. ՄԵԼԻՔՅԱՆ, Մ.Գ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

$A(t)\cdot X(t)+X(t)\cdot A(t)=0$ ՏԻՊԻ ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՄԱՏՐԻՑԱՅԻՆ ՊԱԼԻՆԴՐՈՄԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԹՎԱ-ԱՆԱԼԻՏԻԿ ԴԵԿՈՄՊՈԶԻՑԻՈՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ

Առաջարկվել են նշված դասի խնդիրների լուծման համար երեք թվա-անալիտիկ դեկոմպոզիցիոն մեթոդներ՝ հիմնված դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա:

Առանցքային բառեր. միապարամետրական մատրիցային պալինդրոմային խնդիր-ներ, դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, լուծման թվա-անալիտիկ դեկոմպոզիցիոն մեթոդներ:

S.H. SIMONYAN, A.V. MELIKYAN, M.G. KHACHATRYAN

NUMERICAL-ANALYTICAL DECOMPOSITION METHODS FOR SOLVING ONE-PARAMETRIC MATRIX PALYNDROMIC TASKS OF THE TYPE $A(t)\cdot X(t)+X(t)\cdot A(t)=0$

Three numerical-analytical decomposition methods for solving the mentioned class of tasks based on differential transformations are proposed.

Keywords: one-parametric matrix palyndromic tasks, differential transformations, numerical-analytical decomposition methods of solution.

ՀՏԴ 621.52+511.52

Ա.Գ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Ա.Ն. ԲԱԲԱՅԱՆ

ԲԱԶՄԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԾՐԱԳՐԱՎՈՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ

Առաջարկվել է բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդիր-ների լուծման մեթոդ՝ հիմնված սիմպլեքս ալգորիթմի և Գ.Ե. Պուխովի բազմաչափ դիֆե-րենցիալ ձևափոխությունների վրա: Դիտարկվող բազմապարամետրական քառակուսա-յին ծրագրավորման խնդրում բազմապարամետրական են և՛ նպատակային ֆունկցիայի գործակիցները, և՛ սահմանափակումների ազատ անդամները, և՛ սահմանափակումների գործակիցները:

Առանցքային բառեր. բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդիր, օպտիմալության պայման, բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխություններ:

Ներածություն. Քառակուսային ծրագավորման խնդիրների լուծման բազ-մաթիվ եղանակներ կան [1-4], սակայն բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդիրների լուծման եղանակները փոքրաթիվ են [5-8], ընդ