## Ս.Հ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Ա.Վ. ՄԵԼԻՔՅԱՆ, Մ.Գ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

## $A(t)\cdot X(t)+X(t)\cdot A(t)=0$ ՏԻՊԻ ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՄԱՏՐԻՑԱՅԻՆ ՊԱԼԻՆԴՐՈՄԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԹՎԱ-ԱՆԱԼԻՏԻԿ ԴԵԿՈՄՊՈԶԻՑԻՈՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ

Առաջարկվել են նշված դասի խնդիրների լուծման համար երեք թվա-անալիտիկ դեկոմպոզիցիոն մեթոդներ՝ հիմնված դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա:

***Առանցքային բառեր.*** միապարամետրական մատրիցային պալինդրոմային խնդիր-ներ, դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, լուծման թվա-անալիտիկ դեկոմպոզիցիոն մեթոդներ:

## S.H. SIMONYAN, A.V. MELIKYAN, M.G. KHACHATRYAN

## NUMERICAL-ANALYTICAL DECOMPOSITION METHODS FOR SOLVING ONE-PARAMETRIC MATRIX PALYNDROMIC TASKS OF THE TYPE $A(t)\cdot X(t)+X(t)\cdot A(t)=0$

Three numerical-analytical decomposition methods for solving the mentioned class of tasks based on differential transformations are proposed.

***Keywords:*** one-parametric matrix palyndromic tasks, differential transformations, numerical-analytical decomposition methods of solution.

ՀՏԴ 621.52+511.52

## Ա.Գ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Ա.Ն. ԲԱԲԱՅԱՆ

# ԲԱԶՄԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԾՐԱԳՐԱՎՈՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ

Առաջարկվել է բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդիր-ների լուծման մեթոդ՝ հիմնված սիմպլեքս ալգորիթմի և Գ.Ե. Պուխովի բազմաչափ դիֆե-րենցիալ ձևափոխությունների վրա: Դիտարկվող բազմապարամետրական քառակուսա-յին ծրագրավորման խնդրում բազմապարամետրական են և՛ նպատակային ֆունկցիայի գործակիցները, և՛ սահմանափակումների ազատ անդամները, և՛ սահմանափակումների գործակիցները:

***Առանցքային բառեր.*** բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդիր, օպտիմալության պայման, բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխություններ:

**Ներածություն.** Քառակուսային ծրագավորման խնդիրների լուծման բազ-մաթիվ եղանակներ կան [1-4], սակայն բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդիրների լուծման եղանակները փոքրաթիվ են [5-8], ընդ որում, առաջարկվում են խնդրի լուծման մոդելներ այն դեպքերում, երբ պարամետրական են միայն սահմանափակումների ազատ անդամները: Այս աշխատանքում առաջարկվում է դիտարկել բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդրի մոդել, երբ բազմապարամետրական են և՛ նպատակային ֆունկցիայի գործակիցները, և՛ սահմանափակումների ազատ անդամները, և՛ սահմանափակումների գործակիցները: Խնդրի լուծման նպատակով առաջարկվում է կիրառել բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունները [9-10], որոնց կիրառմամբ մշակվել են արդյունավետ մոդելներ պարամետրական տարբեր խնդիրների լուծման նպատակով [11-16]:

**Մաթեմատիկական մոդելը**. Դիտարկենք բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման հետևյալ խնդիրը.

$$f(X(t_1,t_2,\dots,t_l),t_1,t_2,\dots,t_l) = c(t_1,t_2,\dots,t_l)^T X(t_1,t_2,\dots,t_l) +$$
$$+\frac{1}{2}X(t_1,t_2,\dots,t_l)^T Q(t_1,t_2,\dots,t_l) X(t_1,t_2,\dots,t_l) \to \underset{X\in D}{extr}, \tag{1}$$

$$D:\begin{cases} A(t_1,t_2,\dots,t_l)X(t_1,t_2,\dots,t_l) \le b(t_1,t_2,\dots,t_l), \\ x_1(t_1,t_2,\dots,t_l) \ge 0,\dots,x_n(t_1,t_2,\dots,t_l) \ge 0, \end{cases} \tag{2}$$

որտեղ $X(t_1,t_2,\dots,t_l) = \left(x_1(t_1,t_2,\dots,t_l), x_2(t_1,t_2,\dots,t_l),\ \dots,\ x_n(t_1,t_2,\dots,t_l)\right)^T$-ն փնտրվող փոփոխականների $t_1,t_2,\dots,t_l$ անկախ պարամետրերից կախված ոչ բացասական բազմապարամետրական վեկտորն է, $c(t_1,t_2,\dots,t_l) = \left(c_1(t_1,t_2,\dots,t_l), c_2(t_1,t_2,\dots,t_l),\ \dots,\ c_n(t_1,t_2,\dots,t_l)\right)^T$-ն՝ (1) նպատակային ֆունկցիայի գծային անդամների բազմապարամետրական գործակիցները, $Q_{n\times n}(t_1,t_2,\dots,t_l) = (q_{ij})$, $i=1,\dots,n, j=1,\dots,n$ –ն՝ 2-րդ աստիճանի տարրերի գործակիցների մատրիցը, $A_{n\times m}(t_1,t_2,\dots,t_l) = \left(a_{ij}(t_1,t_2,\dots,t_l)\right)$, $i=1,\dots,n, j = 1,\dots,m$ մատրիցը՝ թույլատրելի արժեքների D բազմությունը ձևավորող (2) սահմանափակումների գործակիցների բազմապարամետրական մատրիցը, իսկ $b(t_1,t_2,\dots,t_l) = \left(b_1(t_1,t_2,\dots,t_l), b_2(t_1,t_2,\dots,t_l),\ \dots,\ b_m(t_1,t_2,\dots,t_l)\right)^T$-ն՝ ազատ անդամների բազմապարամետրական վեկտորը: Ընդունենք, որ գոյություն ունեն տրված բազմապարամետրական գործակիցների ու ազատ անդամների բոլոր մասնակի ածանցյալներն ըստ $t_1,t_2,\dots,t_l$ պարամետրերի:

Հայտնի է, որ [1-4] ոչ պարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդիրների լուծումը հանգեցվում է գծային ծրագրավորման խնդրի՝ լրացուցիչ ու արհեստական փոփոխականների ներմուծման ճանապարհով: Բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդիրը կհանգի գծային բազմապարամետրական խնդրի՝ հետևյալ գործողությունների կատարման արդյուն-քում: Նախ՝

$$\mu(t_1,t_2,\dots,t_l)=\Big(\mu_1(t_1,t_2,\dots,t_l),\mu_2(t_1,t_2,\dots,t_l),\ \dots,\ \mu_m(t_1,t_2,\dots,t_l)\Big)^T$$

անորոշ գործակից-ֆունկցիաների և հետևյալ լրացուցիչ ֆունկցիաների

$$y(t_1,t_2,\dots,t_l)=\Big(y_1(t_1,t_2,\dots,t_l),y_2(t_1,t_2,\dots,t_l),\ \dots,\ y_n(t_1,t_2,\dots,t_l)\Big)^T$$

$$\vartheta(t_1,t_2,\dots,t_l)=\Big(\vartheta_1(t_1,t_2,\dots,t_l),\vartheta_2(t_1,t_2,\dots,t_l),\ \dots,\ \vartheta_m(t_1,t_2,\dots,t_l)\Big)^T$$

ներմուծմամբ (1)-(2) օպտիմալացման խնդրի լագանժյանը կլինի՝

$$\begin{gathered}L(x,\mu,t_1,t_2,\dots,t_l)=c^T(t_1,t_2,\dots,t_l)\cdot X(t_1,t_2,\dots,t_l)+\\ +\frac{1}{2}X^T(t_1,t_2,\dots,t_l)Q(t_1,t_2,\dots,t_l)X(t_1,t_2,\dots,t_l)+\\ +\mu^T(t_1,t_2,\dots,t_l)\big(A(t_1,t_2,\dots,t_l)X(t_1,t_2,\dots,t_l)-b(t_1,t_2,\dots,t_l)\big)\to min,\end{gathered}\tag{3}$$

այնուհետև Կուն-Թակկերի պայմանները կլինեն՝

$$c^T(t_1,t_2,\dots,t_l)+X^T(t_1,t_2,\dots,t_l)Q(t_1,t_2,\dots,t_l)+\mu^T(t_1,t_2,\dots,t_l)A(t_1,t_2,\dots,t_l)\geq 0,\tag{4}$$

$$A(t_1,t_2,\dots,t_l)X(t_1,t_2,\dots,t_l)-b(t_1,t_2,\dots,t_l)\leq 0,\tag{5}$$

$$\begin{gathered}X^T(t_1,t_2,\dots,t_l)\big(c(t_1,t_2,\dots,t_l)+Q(t_1,t_2,\dots,t_l)X(t_1,t_2,\dots,t_l)+\\ +A^T(t_1,t_2,\dots,t_l)\mu(t_1,t_2,\dots,t_l)\big)=0,\end{gathered}\tag{6}$$

$$\mu^T(t_1,t_2,\dots,t_l)\big(A(t_1,t_2,\dots,t_l)X(t_1,t_2,\dots,t_l)-b(t_1,t_2,\dots,t_l)\big)=0,\tag{7}$$

$$\begin{gathered}Q(t_1,t_2,\dots,t_l)X(t_1,t_2,\dots,t_l)+A^T(t_1,t_2,\dots,t_l)\mu^T(t_1,t_2,\dots,t_l)-\\ -y(t_1,t_2,\dots,t_l)=-c^T(t_1,t_2,\dots,t_l),\end{gathered}\tag{8}$$

$$A(t_1,t_2,\dots,t_l)X(t_1,t_2,\dots,t_l)+\vartheta(t_1,t_2,\dots,t_l)=b(t_1,t_2,\dots,t_l),\tag{9}$$

$$\begin{cases}X(t_1,t_2,\dots,t_l)\geq 0,\\ y(t_1,t_2,\dots,t_l)\geq 0,\\ \mu(t_1,t_2,\dots,t_l)\geq 0,\\ \vartheta(t_1,t_2,\dots,t_l)\geq 0,\end{cases}\tag{10}$$

$$\begin{cases}y^T(t_1,t_2,\dots,t_l)X(t_1,t_2,\dots,t_l)=0,\\ \mu^T(t_1,t_2,\dots,t_l)\vartheta(t_1,t_2,\dots,t_l)=0:\end{cases}\tag{11}$$

(11)-ը լրացուցիչ կոշտության պայմաններ են: (8)-(9) գծային հավասարումների համակարգերի յուրաքանչյուր հավասարմանն ավելացնենք արհեստական փոփոխականներ՝

$$s(t_1, t_2, \dots, t_l) = \left(s_1(t_1, t_2, \dots, t_l), s_2(t_1, t_2, \dots, t_l),\ \dots,\ s_{n+m}(t_1, t_2, \dots, t_l)\right)^T,$$

նպատակ ունենալով՝ մինիմալացնելու ներմուծված արհեստական փոփոխականների գումարը, և միաժամանակ պահանջելով, որ բավարարվեն լրացուցիչ կոշտության (11) պայմանները: Եթե նշված գումարը հավասար լինի զրոյի, ապա գծային ծրագրավորման խնդրի օպտիմալ լուծումը կլինի նաև (8)-(9) համակարգերի լուծումը: Այդ դեպքում կունենանք՝

$$f\big(s(t_1, t_2, \dots, t_l)\big) = \sum_{i=1}^{n+m} s_i(t_1, t_2, \dots, t_l) \to \min_s, \tag{12}$$

$$D: \begin{cases} -Q(t_1, t_2, \dots, t_l)X(t_1, t_2, \dots, t_l) - A^T(t_1, t_2, \dots, t_l)\mu^T(t_1, t_2, \dots, t_l) + \\ \qquad + y(t_1, t_2, \dots, t_l) + s(t_1, t_2, \dots, t_l) = c^T(t_1, t_2, \dots, t_l), s = \overline{(s_1, s_n)} \\ A(t_1, t_2, \dots, t_l)X(t_1, t_2, \dots, t_l) + \vartheta(t_1, t_2, \dots, t_l) + s(t_1, t_2, \dots, t_l) = b(t_1, t_2, \dots, t_l), \\ \qquad s = \overline{(s_{n+1}, s_{n+m})} \\ X(t_1, t_2, \dots, t_l) \geq 0, \\ \qquad y(t_1, t_2, \dots, t_l) \geq 0, \\ \qquad \mu(t_1, t_2, \dots, t_l) \geq 0, \\ \qquad \vartheta(t_1, t_2, \dots, t_l) \geq 0: \end{cases} \tag{13}$$

Այսպիսով, բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման *n* փոփոխականներով (1)-(2) խնդիրը հանգեցվում է *(3n+3m)* փոփոխականներով գծային բազմապարամետրական (9)-(11) խնդրի, որի լուծման համար կարող ենք կիրառել [16]-ում առաջարկված եղանակը՝ հիմնված բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա [9]:

Դիֆերենցիալ ձևափոխությունների տիրույթում (12)-(13) խնդիրը կլինի՝

$$f\big(s(K_1, K_2, \dots, K_l)\big) = \sum_{i=1}^{n+m} s_i(K_1, K_2, \dots, K_l) \to \min_s, \tag{14}$$

$$D: \begin{cases} -Q(K_1, K_2, \dots, K_l) * X(K_1, K_2, \dots, K_l) - A^T(K_1, K_2, \dots, K_l) * \mu^T(K_1, K_2, \dots, K_l) + \\ \qquad + y(K_1, K_2, \dots, K_l) + s(K_1, K_2, \dots, K_l) = c^T(K_1, K_2, \dots, K_l), \\ \qquad s = \overline{(s_1, s_n)} \\ A(K_1, K_2, \dots, K_l) * X(K_1, K_2, \dots, K_l) + \vartheta(K_1, K_2, \dots, K_l) + s(K_1, K_2, \dots, K_l) = \\ \qquad = b(K_1, K_2, \dots, K_l), s = \overline{(s_{n+1}, s_{n+m})}, \\ X(K_1, K_2, \dots, K_l) \geq 0, y(K_1, K_2, \dots, K_l) \geq 0, \mu(K_1, K_2, \dots, K_l) \geq 0, \vartheta(K_1, K_2, \dots, K_l) \geq 0, \end{cases} \tag{15}$$

որտեղ՝

$$c(K_1,K_2,\dots,K_l)=\frac{H_1^{K_1}H_2^{K_2}\cdots H_l^{K_l}}{K_1!\,K_2!\cdots K_l!}\left[\frac{\delta^{K_1+K_2+\cdots K_l}c(t_1,t_2,\dots,t_l)}{\delta t_1^{K_1}\delta t_2^{K_2}\cdots\delta t_l^{K_l}}\right]_{\substack{t_1=\sigma_1,\\ t_2=\sigma_2\\ \cdots\\ t_l=\sigma_l}}\doteq c(t_1,t_2,\dots,t_l),$$

$$b(K_1,K_2,\dots,K_l)=\frac{H_1^{K_1}H_2^{K_2}\cdots H_l^{K_l}}{K_1!\,K_2!\cdots K_l!}\left[\frac{\delta^{K_1+K_2+\cdots K_l}b(t_1,t_2,\dots,t_l)}{\delta t_1^{K_1}\delta t_2^{K_2}\cdots\delta t_l^{K_l}}\right]_{\substack{t_1=\sigma_1,\\ t_2=\sigma_2\\ \cdots\\ t_l=\sigma_l}}\doteq b(t_1,t_2,\dots,t_l),$$

$$A(K_1,K_2,\dots,K_l)=\frac{H_1^{K_1}H_2^{K_2}\cdots H_l^{K_l}}{K_1!\,K_2!\cdots K_l!}\left[\frac{\delta^{K_1+K_2+\cdots K_l}A(t_1,t_2,\dots,t_l)}{\delta t_1^{K_1}\delta t_2^{K_2}\cdots\delta t_l^{K_l}}\right]_{\substack{t_1=\sigma_1,\\ t_2=\sigma_2\\ \cdots\\ t_l=\sigma_l}}\doteq A(t_1,t_2,\dots,t_l),$$

$$Q(K_1,K_2,\dots,K_l)=\frac{H_1^{K_1}H_2^{K_2}\cdots H_l^{K_l}}{K_1!\,K_2!\cdots K_l!}\left[\frac{\delta^{K_1+K_2+\cdots K_l}Q(t_1,t_2,\dots,t_l)}{\delta t_1^{K_1}\delta t_2^{K_2}\cdots\delta t_l^{K_l}}\right]_{\substack{t_1=\sigma_1,\\ t_2=\sigma_2\\ \cdots\\ t_l=\sigma_l}}\doteq Q(t_1,t_2,\dots,t_l):$$

(12)-(13) մոդելներում առկա պարամետրական վեկտորների ու մատրիցների անալիտիկ տարրերի դիֆերենցիալ պատկերներն են $K_1, K_2, \dots, K_l$ ՝ամբողջաթիվ արգումենտներից կախված, $H_1, H_2,\dots, H_l$ -երը՝ մասշտաբային գործակիցները, $\sigma_1$, $\sigma_2$, …, $\sigma_l$ - երը՝ մոտարկման կենտրոնի կոորդինատները, $\doteq$ սիմվոլը՝ բնօրինակների տիրույթից պատկերների տիրույթ ուղիղ և հակառակ անցման նշանը:

[16]-ում առաջարկված մեթոդի համաձայն՝ պարամետրերի համար ընտրվում են նախնական մոտավորությունները՝ $\sigma_1^0$, $\sigma_2^0$, …, $\sigma_l^0$, և կազմվում են սիմպլեքս աղյուսակները՝ ներառելով ներմուծված անորոշ գործակիցների, լրացուցիչ ու արհեստական փոփոխականների համար նախատեսված սյուները: (14)-(15) խնդրի լուծման համար կազմված սիմպլեքս աղյուսակի յուրաքանչյուր տարր պարամետրերի քանակին հավասար կարգով զանգված է, որի տարրերը, (0,0,…,0) պատկերից սկսած մինչև $(K_{1max}, K_{2\max}, \dots, K_{n\max})$, պատկերի արժեքներն են ($K_{i\,max}$ -ը ըստ *i*-րդ պարամետրի պատկերների առավելագույն քանակն է): Առաջին սիմպլեքս աղյուսակի կառուցումից հետո իրականացվում են սիմպլեքս ձևափոխությունները դիֆերենցիալ ձևափոխությունների տիրույթում: Հաջորդական աղյուսակները կառուցվում են այնքան ժամանակ, քանի դեռ չեն բավարարվել կանգառի պայմանները: Կանգառի պայմանի բավարարումից հետո տվյալ քայլի վերջին աղյուսակում պատկերների արժեքների հիման վրա վերականգնվում են հետևյալ բնօրինակները՝

$$\mu(t_1,t_2,\dots,t_l)=\sum_{f=0}^{\infty}\sum_{K_1+K_2+\cdots+K_l=f}\left(\frac{t_1-\sigma_1}{H_1}\right)^{K_1}\left(\frac{t_2-\sigma_2}{H_2}\right)^{K_2}\cdots\left(\frac{t_l-\sigma_l}{H_l}\right)^{K_l}\mu(K_1,K_2,\dots,K_l),$$

$$y(t_1,t_2,\dots,t_l)=\sum_{f=0}^{\infty}\sum_{K_1+K_2+\cdots+K_l=f}\left(\frac{t_1-\sigma_1}{H_1}\right)^{K_1}\left(\frac{t_2-\sigma_2}{H_2}\right)^{K_2}\cdots\left(\frac{t_l-\sigma_l}{H_l}\right)^{K_l}y(K_1,K_2,\dots,K_l),$$

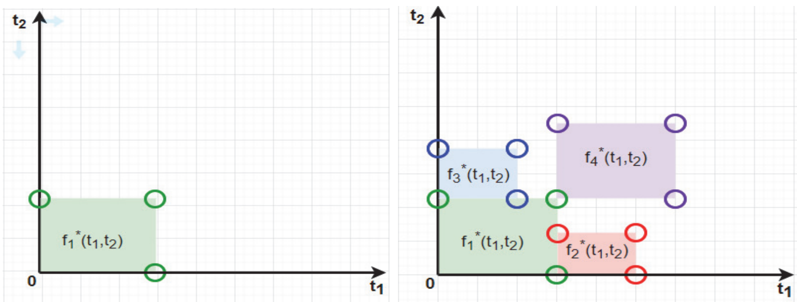
$$\vartheta(t_1,t_2,\dots,t_l)=\sum_{f=0}^{\infty}\sum_{K_1+K_2+\cdots+K_l=f}\left(\frac{t_1-\sigma_1}{H_1}\right)^{K_1}\left(\frac{t_2-\sigma_2}{H_2}\right)^{K_2}\cdots\left(\frac{t_l-\sigma_l}{H_l}\right)^{K_l}\vartheta(K_1,K_2,\dots,K_l),$$

$$X(t_1,t_2,\dots,t_l)=\sum_{f=0}^{\infty}\sum_{K_1+K_2+\cdots+K_l=f}\left(\frac{t_1-\sigma_1}{H_1}\right)^{K_1}\left(\frac{t_2-\sigma_2}{H_2}\right)^{K_2}\cdots\left(\frac{t_l-\sigma_l}{H_l}\right)^{K_l}X(K_1,K_2,\dots,K_l):$$

Ստացված բնօրինակներով կազմվում են թույլատրելիության և օպտիմալության պայմանները [16]՝ ոչ գծային ծրագրավորման բազմաչափանիշային խնդիրներ, որոնց լուծմամբ էլ որոշվում են հաջորդ քայլի սկզբնական մոտավորությունները: Նշենք, որ պարամետրերի համար որոշված $\sigma_1^1$, $\sigma_2^1$, …, $\sigma_l^1$ արժեքներով կատարվում են $(2^l\ -1)$ նոր քայլեր հետևյալ սկզբնակետերով՝

$(\sigma_1^0,\ \sigma_2^0,\dots,\ \sigma_{l-1}^0,\sigma_l^1);(\sigma_1^0,\ \sigma_2^0,\dots,\ \sigma_{l-1}^1,\sigma_l^0);(\sigma_1^0,\ \sigma_2^0,\dots,\ \sigma_{l-1}^1,\sigma_l^1);\dots;(\sigma_1^1,\ \sigma_2^1,\dots,\ \sigma_{l-1}^1,\sigma_l^1)$:

Երկպարամետրական խնդիրների դեպքում պարամետրերի որոշված նոր արժեքների համար կառաջանան 3 նոր սկզբնակետերով՝ $(\sigma_1^0,\ \sigma_2^1)$, $(\sigma_1^1,\ \sigma_2^0)$, $(\sigma_1^1,\ \sigma_2^1)$, խնդիրներ (նկար):




*Նկ. Նոր մոտարկման կենտրոնների և նոր փիրույթների ստացման քայլերը*

**Եզրակացություն:** Բազմապարամետրական քառակուսային ծրագրավորման խնդիրների լուծման նպատակով առաջարկվում է կիրառել բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունները: Աշխատանքում ներկայացվել են դիտարկվող դասի խնդիրների լուծման մեթոդը, դրան համապատասխան՝ բազմաքայլ իտերացիոն գործընթացը:

*Աշխատանքը կատարվել է Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանի «Ավտոմատացում և էլեկտրամագնիսական համակարգեր» բազային գիտահետազոտական լաբորատորիայում՝ ՀՀ գիտության կոմիտեի ֆինանսական աջակցությամբ՝ 21T-2B256 ծածկագրով գիտական թեմայի շրջանակներում:*

## ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ


1. **Hiller S.F., Gerald J.L.** Introduction to operations research. – New York: McGrow-Hill, 2014. -1050 p.
2. **Jensen A. Paul, Jonathan B.** Operations Research: Models and Methods. - John Wiley & Sons, Australia, 2002. -675 p.
3. **Murty K.G.** Optimization for Decision Making: Linear and Quadratic Models, International Series in Operations Research & Management Science 137.- Springer Science+Business Media, LLC 2010. DOI 10.1007/978-1-4419-1291-6 ,
4. **Таха Х.** Введение в исследование операций. – М.: Мир, 2010. -912 с.
5. **Gu N., Wang X., Zhu M.** Multi-Parameter Quadratic Programming Explicit Model Predictive Based Real Time Turboshaft Engine Control // *Energies*. -2021.- 14(17).- P.5539. https://doi.org/10.3390/en14175539.
6. **Bin Gua, Ziran Xionga, Shuyang Yuc, Guansheng Zhenga.** A kernel path algorithm for general parametric quadratic programming problem // Pattern Recognition.-2021.-116.-107941.
7. **Chengze Jiang, Xiuchun Xiao, Dazhao Liu, Haoen Huang, Hua Xiao, Huiyan Lu.** Nonconvex and Bound Constraint Zeroing Neural Network for Solving Time-Varying Complex-Valued Quadratic Programming Problem IEEE Transactions On Industrial Informatics: DOI 10.1109/TII.2020.3047959 . – 2021.
8. On multi-parametric programming and its applications in process systems engineering **/Richard Oberdieck, Nikolaos A. Diangelakis, Ioana Nascu, Maria M. Papathanasiou, Muxin Sun, Styliani Avraamidou, Efstratios N. Pistikopoulos** //Chemical Engineering Research and Design. – 2016. –Vol. 116. –P. 61-82.
9. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений. - Киев: Наукова думка, 1980. – 419 с.
10. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные спектры и модели.- Киев: Наукова думка, 1990. – 184 с.
11. **Симонян С.О., Аветисян А.Г.** Прикладная теория дифференциальных преобразований: Монография. – Ереван: Издательство ГИУА “Чартарагет”, 2010. – 361 с.
12. **Գյուլզադյան Լ.Ս.** Նպատակային ֆունկցիայի պարամետրական գործակիցներով գծային ծրագրավորման խնդիրների լուծման եղանակ՝ հիմնված դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա // ՀՊՃՀ ԼՐԱԲԵՐ. Գիտական հոդվածների ժողովածու. - Երևան, 2012. - Մաս 1. - էջ. 341-347:
13. **Аветисян А.Г., Гюльзадян Л.С.** Метод решения задач параметрического линейного программирования, основанный на дифференциальных преобразованиях //Известия Томского политехнического университета. Серия “Математика и механика. Физика”. – Томск, 2014. – Т. 324, № 2. – С. 25-29.
14. **Аветисян А.Г., Гюльзадян Л.С.** Метод решения многопараметрических задач ЛП, основанный на дифференциальных преобразованиях //Известия НАН РА и ГИУА. Серия Техн. науки. – 2014. - Т. LXVII, №2. - С.235-243.

15. **Ավետիսյան Ա.Գ., Ղազարյան Դ.Ա., Բաբայան Ա.Ն.** Գծային բազմաչափանիշային ծրագրավորման խնդիրների լուծումը բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունների կիրառմամբ // ՀՀ ԳԱԱ և ՀԱՊՀ տեղեկագիր. Տեխնիկական գիտությունների սերիա. -2021. - Հատ. 74, հ.4. – էջ 494-501:
16. **Բաբայան Ա.Ն.** Բազմապարամետրական գծային ծրագրավորման խնդիրների լուծման մեթոդ՝ հիմնված բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա //Հայաստանի ճարտարագիտական ակադեմիայի Լրաբեր. -2021. - Հատ. 18, հ.1. –էջ 30-35:

**А.Г. АВЕТИСЯН, А.Н. БАБАЯН**

## РЕШЕНИЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Предлагается метод решения многопараметрических задач квадратичного программирования с применением многомерных дифференциальных преобразований и симплекс-метода. В рассмотренной задаче многопараметрического квадратичного программирования многопараметрическими фунциями являются коэффициенты целевой функции, свободные члены ограничений, а также коэффициенты ограничений.

***Ключевые слова:*** многопараметрическая задача квадратичного программирования, условие оптимальности, многомерные дифференциальные преобразования.

**A.G. AVETISYAN, A.N. BABAYAN**

## SOLUTION OF MULTI-PARAMETRIC PROBLEMS OF QUADRATIC PROGRAMMING BY USING DIFFERENTIAL TRANSFORMATIONS

A method is proposed for solving multi-parametric quadratic programming problems using multidimensional differential transformations and the simplex method. In the considered problem of multi-parameter quadratic programming, multi-parameter functions are: the coefficients of the objective function, free members of the constraints, and also the coefficients of the constraints.

***Keywords:*** multi-parametric quadratic programming problems, optimality conditions, simplex transformations, multidimensional differential transformations.