

ИЗМЕРЕНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ КОМПЛЕКСНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ ФАЗОВЫМ МЕТОДОМ

Б.М. Мамиконян, С.А. Казарян

Национальный политехнический университет Армении, Гюмрийский филиал

Описано микроконтроллерное устройство цифрового измерения составляющих комплексного сопротивления взаимной индукции магнитно- связанных катушек для случая, когда катушки содержат ферромагнитный сердечник. При этом в комплексном сопротивлении взаимной индукции появляется активная составляющая, обусловленная магнитными потерями в сердечнике, а обе составляющие этого сопротивления оказываются в нелинейной связи с магнитной индукцией в сердечнике. Вкратце представлены объект измерения и методы измерения его параметров на переменном токе. Для инвариантного измерения составляющих комплексного сопротивления взаимной индукции предложен фазовый метод в сочетании с временным разделением канала измерения. Измерительная цепь питается синусоидальным переменным током. Информативным параметром выходного сигнала измерительной цепи является угол фазового сдвига между двумя напряжениями. Эти напряжения поступают на аналоговые входы программируемого микроконтроллера. В процессе измерения микроконтроллер управляет переключением канала измерения, измеряет угол фазового сдвига между выходными напряжениями измерительной цепи и по заданным алгоритмам вычисляет составляющие комплексного сопротивления взаимной индукции. Изложена теория метода, получены математические модели определения измеряемых параметров. Описана использованная установка экспериментального исследования метода. Измерения проводились при двух режимах намагничивания сердечника: максимально близком к режиму заданной индукции или заданной напряженности магнитного поля. Получены экспериментальные кривые зависимости измеряемых параметров от магнитной индукции в сердечнике. Результаты исследования показывают, что разработанное устройство может быть использовано для измерения составляющих комплексного сопротивления взаимной индукции катушек с ферромагнитным сердечником как в лабораторных, так и в производственных условиях.

Ключевые слова: катушка индуктивности, взаимная индукция, комплексное сопротивление, инвариантное измерение, фазовый метод, угол сдвига фаз, режим намагничивания, программируемый микроконтроллер.

Введение. Индуктивно связанные катушки являются важными узлами электрических машин и аппаратов, устройств автоматики и робототехники,

систем связи и беспроводной передачи электроэнергии и т.п. Для достижения оптимальной эффективности работы перечисленных систем и устройств необходима информация о значении взаимной индуктивности катушек. В большинстве случаев индуктивно связанные катушки содержат ферромагнитные сердечники, что существенно усложняет задачу измерения их характеристик. В связи с этим исследования, посвященные методам и средствам измерения и контроля характеристик индуктивно связанных катушек, были и остаются актуальными.

Объект исследования. При отсутствии ферромагнитного сердечника явление взаимной индукции (ВИ) между катушками в установившемся синусоидальном режиме описывается в комплексной форме выражением [1]

$$\dot{U}_2 = j\omega M_0 \dot{I}_1 = Z_M \dot{I}_1, \quad (1)$$

где \dot{I}_1 - комплекс синусоидального тока питания первичной обмотки; ω - угловая частота тока; \dot{U}_2 - комплекс напряжения вторичной обмотки в режиме холостого хода ($I_2 = 0$); M_0 - коэффициент ВИ между катушками, или взаимная индуктивность катушек; $Z_M = j\omega M_0$ - комплексное сопротивление ВИ.

Из (1) следует, что между напряжением \dot{U}_2 и током \dot{I}_1 существует идеальный угол фазового сдвига, равный 90° , т.е. ток I_1 целиком реактивный, а значение напряжения \dot{U}_2 прямо пропорционально частоте ω и “геометрической” индуктивности M_0 .

При наличии между катушками ферромагнитного сердечника под действием переменного тока I_1 сердечник периодически перемагничивается, в нем возникают потери энергии на гистерезис и вихревые токи (магнитные потери). В токе \dot{I}_1 появляется активная составляющая \dot{I}_{1a} , обусловленная этими потерями, уменьшается угол фазового сдвига между напряжением \dot{U}_2 и током \dot{I}_1 на величину угла магнитных потерь $\alpha = 90^\circ - \varphi_1$ (рис. 1, где переменные величины представлены векторами своих эквивалентных синусоид, а в качестве базового выбран вектор $\dot{\Phi}_{0m}$ основного магнитного потока, действующего в сердечнике) [2]. Нарушается простая пропорциональность напряжения \dot{U}_2 частоте ω и “геометрической” индуктивности M_0 . Вместо идеальной формулы (1) появляется формула

$$\dot{U}_2 = (r + j\omega M) \dot{I}_1, \quad (2)$$

где в комплексном сопротивлении ВИ $Z_M = r + j\omega M$, кроме реактивной составляющей $X_M = \omega M$, появляется также активная составляющая r , при этом вследствие нелинейности кривой намагничивания сердечника r и X_M будут нелинейно зависеть от магнитной индукции в сердечнике и режимов намагничивания.

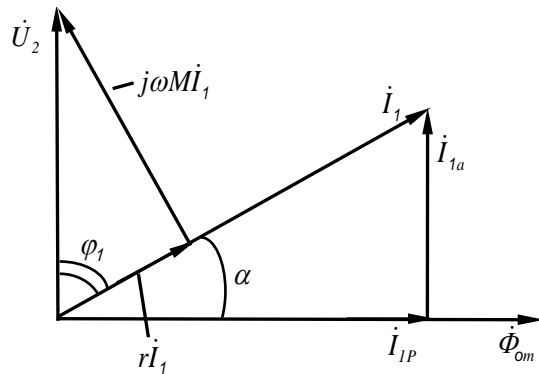


Рис. 1. Векторная диаграмма ВИ при наличии ферромагнитного сердечника между катушками

Пользуясь векторной диаграммой, выразим r и M через M_0 . Учитывая, что $\dot{U}_2 = j\omega M_0 \dot{I}_{1p}$ и поэтому $j\omega M_0 \dot{I}_{1p} = (\sigma + j\omega M) \dot{I}_1$, а $\dot{I}_{1p} = \dot{I}_1 \cdot \cos \alpha \cdot e^{-j\alpha}$, в итоге получаем: $r = 0,5\omega M_0 \sin 2\alpha$, $M = M_0 \cdot \cos^2 \alpha$.

Методы исследования. Для раздельного измерения составляющих r и X_M комплексного сопротивления ВИ используются уравновешиваемые мосты переменного тока, резонансные и косвенные методы измерения комплексных электрических сопротивлений [3-6]. Основным недостатком известных методов является сложность реализации, что затрудняет автоматизацию процесса измерения. Здесь рассматривается фазовый метод измерения, который позволяет сравнительно просто реализовать цифровое измерение, автоматизировать процессы измерения и обработки результатов измерений.

Сущность метода поясняется схемой измерительной цепи (ИЦ) (рис. 2). Между общим выводом обмоток испытуемого трансформатора I и общим проводом ИЦ включен опорный резистор с известным сопротивлением R_N , образующий со вторичной обмоткой делитель напряжения. Цепь первичной обмотки трансформатора подключена к источнику синусоидального напряжения через регулятор 2, что позволяет получать зависимости r и X_M от индукции в сердечнике по измеряемым вольтметром V значениям напряжения

U_2 . Выбором сопротивления токоограничивающего резистора R_D устанавливается нужный режим намагничивания сердечника.

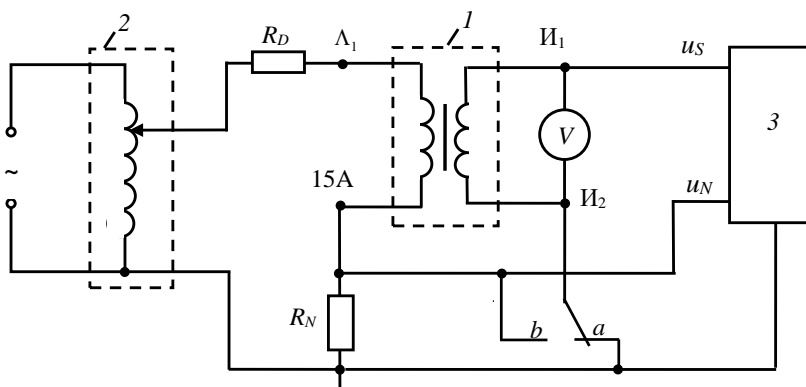


Рис. 2. Схема измерения составляющих комплексного сопротивления ВИ фазовым методом

В ИЦ измеряемые параметры r и X_M преобразуются в угол фазового сдвига φ между выходными напряжениями u_S и u_N , которые непосредственно (без дополнительных преобразований) поступают на аналоговые входы микроконтроллера (МК) 3. В первом (а) и втором (б) положениях электронного переключателя имеем соответственно $\dot{U}_{S1} = \dot{U}_2 = \dot{I}_1 (r + jX_M)$, $\dot{U}_{S2} = \dot{I}_1 (R_N + r + jX_M)$, а опорное напряжение $\dot{U}_N = \dot{I}_1 R_N$, где I_1 - измерительный ток. Для значений угла φ получаются выражения

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\operatorname{Im}(\dot{U}_{S1}/\dot{U}_N)}{\operatorname{Re}(\dot{U}_{S1}/\dot{U}_N)} = \frac{X_M}{r}, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\operatorname{Im}(\dot{U}_{S2}/\dot{U}_N)}{\operatorname{Re}(\dot{U}_{S2}/\dot{U}_N)} = \frac{X_M}{R_N + r},$$

преобразованием которых получаем

$$X_M = \frac{R_N}{\operatorname{ctg} \varphi_2 - \operatorname{ctg} \varphi_1}, \quad r = \frac{R_N \cdot \operatorname{ctg} \varphi_1}{\operatorname{ctg} \varphi_2 - \operatorname{ctg} \varphi_1}. \quad (3)$$

Видно, что обеспечивается независимое друг от друга (инвариантное) определение X_M и r , при этом необходимо измерить только угол φ в двух положениях переключателя, а результат измерения не зависит от стабильности измерительного тока.

В разработанном образце измерителя использована микросхема программируемого МК типа PIC32MX695F512H. Аналоговые входы МК снабжены компараторами, где угол φ преобразуется в интервал времени τ .

Временной интервал τ и период $T = 1/f$ измерительного тока измеряются методом дискретного счета путем их заполнения импульсами образцовой частоты $f_0 = 80 \text{ МГц}$ тактового генератора МК с использованием его интегрированного таймер-счетчика. При каждом измерении МК управляет положением переключателя, измеряет углы φ_1 и φ_2 , вычисляет значения X_M и r по алгоритмам (3) и выводит результаты измерения на цифровое табло.

Экспериментальное исследование. Проведено экспериментальное исследование фазового метода измерения X_M и r . В качестве объекта исследования использован тороидальный трансформатор тока (ТТ) типа УТТ-5М (первичная обмотка Л1 - 15А с числом витков $w_1 = 40$, вторичная обмотка И1 - И2 с числом витков $w_2 = 120$). Магнитопровод ТТ имеет размеры 91x72x21 мм, намотан из ленты толщиной 0,2 мм прецизионного магнитно-мягкого сплава марки 80НХС, ГОСТ 10160. Напряжение питания регулировалось лабораторным автотрансформатором Ресанта ТР/0,5, включенным в сеть с напряжением 220 В, частотой $f = 50 \text{ Гц}$. Использовались приборы: вольтметр цифровой В7-38 - для измерения напряжения U_2 , цифровой двухканальный осциллоскоп фирмы SIGLENT марки SDS1202X-E - для измерения угла φ .

Значения угла φ в градусах вычислялись по формуле $\varphi = \omega \cdot \Delta t \cdot (180/\pi) = 18 \cdot \Delta t$, где Δt - временной сдвиг между напряжениями u_s и u_N на экране осциллоскопа в миллисекундах.

Индукция магнитного поля (среднеквадратическое значение) в магнитопроводе ТТ вычислялась по измеренному значению напряжения U_2 и размерам магнитопровода по формуле $B = U_2 / (\omega w_2 S)$, где

$$S = (D - d) \cdot H / 2 = (91 - 72) \cdot 21 / 2 = 199,5 \text{ мм}^2,$$

в результате получаем зависимость $B \approx 0,133 \cdot U_2$.

Измерения показали, что магнитопровод испытуемого ТТ начинает насыщаться уже при индукциях $B \approx 0,3 \text{ Тл}$. Этим обусловлен выбор диапазона измерений до $B = 0,365 \text{ Тл}$; выше этой индукции при увеличении в первичной обмотке намагничивающего тока I_1 напряжение U_2 увеличивается практически незначительно.

Результаты исследования. В табл. 1 и 2 представлены результаты экспериментов по измерению X_M и r при сопротивлении опорного резистора

$R_N = 24 \text{ Ом}$ и двух режимах намагничивания сердечника, максимально близких к режиму: заданной индукции магнитного поля ($R_D = 0$), заданной напряженности магнитного поля ($R_D = 620 \text{ Ом}$). Соответствующие кривые показаны на рис. 3 и 4.

Таблица 1

Результаты измерений и вычислений при $R_D = 0$

Опытные данные			Расчетные данные						
$U_2,$ V	$\Delta t_1,$ $мс$	$\Delta t_2,$ $мс$	$B,$ $Tл$	$\varphi_1,$ $град.$	$\varphi_2,$ $град.$	$ctg\varphi_1$	$ctg\varphi_2$	$X_M,$ $Ом$	$r,$ $Ом$
0,140	3,493	2,167	0,019	62,868	39,013	0,512	1,234	33,247	17,037
0,268	3,010	1,989	0,036	54,170	35,806	0,722	1,386	36,134	26,089
0,437	2,517	1,784	0,058	45,311	32,113	0,989	1,593	39,727	39,298
0,533	2,255	1,589	0,071	40,583	28,598	1,167	1,834	35,990	42,015
0,783	1,702	1,266	0,101	30,640	22,780	1,688	2,381	34,632	58,467
0,941	1,439	1,070	0,125	25,897	19,266	2,060	2,861	29,949	61,687
1,147	1,211	0,903	0,153	21,796	16,260	2,501	3,429	25,865	64,679
1,291	1,209	0,915	0,172	21,766	16,464	2,505	3,384	27,293	68,353
1,503	1,294	0,959	0,200	23,292	17,254	2,323	3,220	26,761	62,163
1,649	1,473	1,089	0,219	26,517	19,610	2,004	2,807	29,903	59,933
1,749	1,721	1,306	0,233	30,975	23,509	1,666	2,299	37,918	63,171
1,912	2,193	1,654	0,254	39,469	29,773	1,214	1,748	44,978	54,622
2,087	2,681	2,006	0,278	48,263	36,099	0,892	1,371	50,078	44,676
2,219	2,962	2,183	0,295	53,313	39,286	0,745	1,222	50,275	37,455
2,381	3,093	2,142	0,317	55,680	38,556	0,683	1,255	41,958	28,643
2,498	2,975	1,826	0,332	53,552	32,860	0,739	1,548	29,645	21,894
2,680	2,679	1,207	0,356	48,220	21,721	0,894	2,510	14,844	13,263
2,744	2,564	1,001	0,365	46,155	18,011	0,961	3,076	11,346	10,898

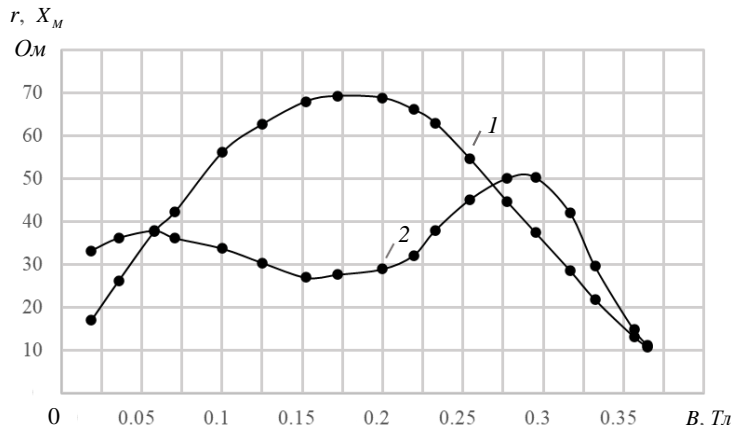


Рис. 3. Кривые зависимости r (1) и X_M (2) от индукции в магнитопроводе ТТ при $R_D = 0$

Таблица 2

Результаты измерений и вычислений при $R_D = 620 \text{ Ом}$

Опытные данные			Расчетные данные						
$U_2,$ В	$\Delta t_1,$ мс	$\Delta t_2,$ мс	$B,$ Тл	$\varphi_1,$ град.	$\varphi_2,$ град.	$\text{ctg} \varphi_1$	$\text{ctg} \varphi_2$	$X_M,$ Ом	$r,$ Ом
0,104	2,795	1,669	0,014	50,303	30,003	0,830	1,732	26,616	22,095
0,175	2,696	1,705	0,023	48,534	30,683	0,884	1,685	29,939	26,456
0,292	2,621	1,766	0,039	47,169	31,788	0,927	1,614	34,957	32,405
0,434	2,449	1,711	0,058	44,073	30,796	1,033	1,678	37,214	38,439
0,618	2,333	1,692	0,082	42,001	30,458	1,111	1,701	40,682	45,180
0,799	2,221	1,654	0,106	39,980	29,773	1,193	1,748	43,211	51,534
0,896	2,188	1,641	0,119	39,387	29,541	1,218	1,765	43,915	53,489
1,019	2,115	1,615	0,136	38,070	29,073	1,277	1,799	45,986	58,711
1,198	2,106	1,615	0,159	37,907	29,073	1,284	1,799	46,658	59,920
1,431	2,122	1,635	0,190	38,193	29,425	1,271	1,773	47,827	60,793
1,642	2,176	1,673	0,218	39,165	30,117	1,228	1,724	48,363	59,373
1,774	2,235	1,711	0,236	40,234	30,796	1,182	1,678	48,398	57,204
1,953	2,389	1,790	0,260	42,995	32,221	1,073	1,587	46,682	50,070
2,152	2,578	1,843	0,286	46,411	33,175	0,952	1,530	41,547	39,550
2,309	2,820	1,866	0,307	50,766	33,592	0,817	1,506	34,832	28,443
2,422	3,004	1,772	0,322	54,062	31,897	0,725	1,607	27,215	19,728

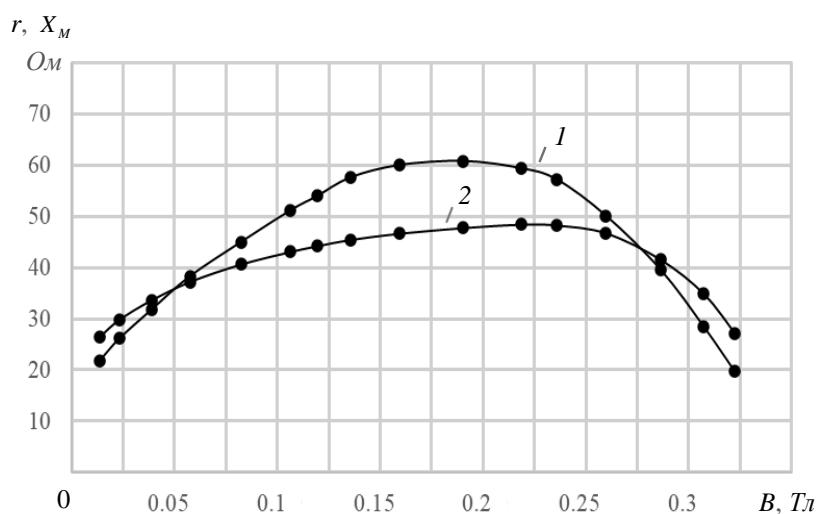


Рис. 4. Кривые зависимости r (1) и X_M (2) от индукции в магнитопроводе ТТ при $R_D = 620 \text{ Ом}$

Заключение. Анализ показывает, что результаты экспериментов соответствуют теоретическим предпосылкам измерения взаимной индуктивности фазовым методом. Метод обеспечивает цифровое инвариантное измерение активной и реактивной составляющих комплексного сопротивления взаимной индукции катушек с ферромагнитным сердечником. Применение фазового метода позволяет существенно упростить измерительное устройство, автоматизировать процесс измерения и обработку результатов измерений за счет эффективного применения программируемых микроконтроллеров. Изложенная методика исследования и описанная экспериментальная установка могут быть использованы для опытных измерений взаимной индуктивности магнитно-связанных катушек с ферромагнитным сердечником как в лабораторных, так и в производственных условиях.

Литература

1. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов.- В 3-х т.- Том 1. – 4-е изд.- СПб.: Питер, 2003. – 463 с.
2. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов.- В 3-х т. Том 2. - 4-е изд. - СПб.: Питер, 2003. - 576 с.
3. Veksler A.Z. Measurement of angle errors of mutual inductance coils by means of an alternating current bridge // Measurement Techniques. – 1959.- №2. – P. 445-447. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00975983>.

4. **Бессонов Л.А.** Теоретические основы электротехники. Электрические цепи.- 9-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1996. – 638 с.
5. **Gupta V.R.** Principles of electrical, electronics and instrumentation engineering.- S. Chand Publishing, New Delhi, 2013. - 1041 p.
6. **Мамиконян Б.М., Егорян А.А., Казарян С.А.** Методы и средства измерения взаимной индуктивности // Вестник НПУА: Электротехника, энергетика.- 2023.- №1. – С. 9-37.

*Поступила в редакцию 30.04.2025.
Принята к опубликованию 31.10.2025.*

**ՓՈՒՍԱԴԱՐՁ ԻՆՂՈՒԿՑԻԱՅԻ ԿՈՄՊԼԵՔՍ ԴԻՄԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ԲԱՂԱԴՐԻՉՆԵՐԻ
ՉԱՓՈՒՄԸ ՓՈՒԼԱՅԻՆ ՄԵԹՈՂՈՎ**

Բ.Մ. Մամիկոնյան, Ս.Ա. Ղազարյան

Նկարագրված է մագնիսական կապով կոճերի փոխադարձ ինդուկցիայի կոմպլեքս դիմադրության բաղադրիչների թվային չափման միկրոկոնտրոլերային սարք այն դեպքի համար, երբ կոճերն ունեն ֆերոմագնիսական միջուկ: Այդ դեպքում փոխադարձ ինդուկցիայի կոմպլեքս դիմադրությունում ի հայտ է գալիս ակտիվ բաղադրիչ՝ պայմանավորված միջուկում առաջացող մագնիսական կորուստներով, իսկ այդ դիմադրության երկու բաղադրիչը դառնում են ոչ գծայնորեն կախված միջուկի մագնիսական ինդուկցիայից: Համառոտ ներկայացված են չափման օբյեկտը և դրա պարամետրերի՝ փոփոխական հոսանքով չափման մեթոդները: Փոխադարձ ինդուկցիայի կոմպլեքս դիմադրության բաղադրիչների ինվարիանտ չափման համար առաջարկվել է փուլային մեթոդ՝ չափիչ կապուղու ժամանակային բաժանման զուգակցումով: Չափիչ շղթան սնվում է սինուսոիդային փոփոխական հոսանքով: Չափիչ շղթայի ելքային ազդանշանի ինֆորմատիվ պարամետրն է երկու լարումների միջև փուլային շեղման անկյունը: Այդ լարումները մատուցվում են ծրագրավորվող միկրոկոնտրոլերի անալոգային մուտքերին: Չափման գործընթացում միկրոկոնտրոլերը կառավարում է չափման կապուղու փոխանջատումը, չափում է չափիչ շղթայի ելքային լարումների միջև փուլային շեղման անկյունը և տրված ալգորիթմներով հաշվում է փոխադարձ ինդուկցիայի կոմպլեքս դիմադրության բաղադրիչները: Շարադրված է մեթոդի տեսությունը, ստացվել են չափվող պարամետրերի որոշման մաթեմատիկական մոդելները: Նկարագրված է մեթոդի փորձարարական հետազոտության համար օգտագործված սարքավորումը: Չափումները կատարվել են միջուկի մագնիսացման երկու ռեժիմում՝ առավելապես մոտ մագնիսական դաշտի տրված ինդուկցիայի կամ տրված լարվածության ռեժիմներին: Ստացվել են չափվող պարամետրերի կախվածության կորերը միջուկի մագնիսական ինդուկցիայից: Հետազոտությունների արդյունքները ցույց են տալիս, որ մշակված սարքը կարող է օգտագործվել ֆերոմագնիսական միջուկով կոճերի փոխադարձ ինդուկցիայի կոմպլեքս դիմադրության բաղադրիչների չափման համար ինչպես լաբորատոր, այնպես էլ արտադրական պայմաններում:

Առանցքային բառեր. ինդուկտիվության կոճ, փոխադարձ ինդուկցիա, կոմպլեքս դիմադրություն, ինվարիանտ չափում, փուլային մեթոդ, փուլերի շեղման անկյուն, մագնիսացման ռեժիմ, ծրագրավորվող միկրոկոնտրոլեր:

MEASURING THE COMPONENTS OF THE COMPLEX RESISTANCE OF MUTUAL INDUCTION BY THE PHASE METHOD

B.M. Mamikonyan, S.A. Ghazaryan

A microcontroller device for digital measurement of the components of the complex resistance of mutual induction of magnetically coupled coils is described for the case when the coils contain a ferromagnetic core. In this case, an active component appears in the complex mutual induction resistance due to magnetic losses in the core, and both components of this resistance are in a nonlinear relationship with magnetic induction in the core. The measurement object and methods for measuring its parameters on alternating current are briefly presented. For the invariant measurement of the components of the complex resistance of mutual induction, a phase method is proposed in combination with the time division of the measurement channel. The measuring circuit is powered by a sinusoidal alternating current. An informative parameter of the measuring circuit output signal is the phase shift angle between the two voltages. These voltages are supplied to the analog inputs of the programmable microcontroller. During the measurement process, the microcontroller controls the switching of the measurement channel, measures the angle of the phase shift between the output voltages of the measuring circuit and calculates the components of the complex resistance of mutual induction according to the specified algorithms. The theory of the method is described, mathematical models for determining the measured parameters are obtained. The setup used for the experimental study of the method is described. The measurements were carried out under two modes of core magnetization: as close as possible to the mode of a given induction or a given magnetic field strength. Experimental curves of the dependence of the measured parameters on the magnetic induction in the core are obtained. The results of the study show that the developed device can be used to measure the components of the complex resistance of mutual induction of coils with a ferromagnetic core in both laboratory and industrial conditions.

Keywords: inductor, mutual induction, complex resistance, invariant measurement, phase method, phase shift angle, magnetization mode, programmable microcontroller.