

УДК 621.317.39.531.767

DOI:10.53297/18293328-2026.1-60

АНАЛИЗ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ВИХРЕТОКОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ КОНСТРУКЦИИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В.Б. Нерсисян

Национальный политехнический университет Армении

Контроль параметров проводящих изделий в процессе их изготовления или применения (толщины, электрической проводимости, магнитной проницаемости, скорости прокатки, коэффициента изменения поверхности травлёной фольги и т.д.) осуществляется с помощью вихретокового преобразователя (ВТП) трансформаторного типа. Известен ряд методов расчёта ВТП [1-4], с помощью которых определяются расчётные величины для конкретных конструкций. Из них можно выделить:

- метод расчёта электромагнитного поля в рабочем зазоре магнитной цепи при наличии в нём немагнитного проводящего листа;
- метод расчёта вихревых токов в неподвижном проводящем немагнитном листе, расположенном в зазоре ВТП дифференциальной конструкции, и определения выходной электродвижущей силы (ЭДС) с учётом размагничивающего действия этих токов;
- метод определения закономерности распределения магнитного потока в рабочем зазоре при движении в нём проводящего немагнитного листа и расчёта ВТП с учётом скорости движения листа;
- методика определения оптимальных соотношений параметров магнитной цепи ВТП с учётом передачи максимальной мощности при измерении проводящего листа заданной толщины;
- метод определения плотностей скоростных и трансформационных токов в проводящем листе, движущемся со скоростью V в однородном магнитном поле воздушного зазора ВТП. Определены металлдвижущие силы (МДС) этих токов и создаваемые ими магнитные потоки; по полученным результатам построена картина магнитного поля в зазоре ВТП;
- метод, основанный на сеточном определении токов в проводящем немагнитном листе при его движении в зазоре ВТП. Определены контуры

замыкания и закономерности распределения плотностей токов по сечению листа как для трансформаторной, так и для скоростной составляющей.

Однако эти известные методы применяются для решения специальных задач в инженерной практике.

Предлагается простой метод расчёта ВТП, основанный на теории расчёта магнитных цепей с распределёнными параметрами.

Ключевые слова: распределенные параметры, дифференциальная конструкция, симметричная магнитная цепь, магнитное сопротивление, намагничивающая сила.

Введение. Конструкция ВТП показана на рис.1. Преобразователь состоит из трехстержневого симметричного магнитопровода, боковые стержни которого снабжены дифференциально включенными измерительными обмотками 1 и 2 и имеют зазоры 3 и 4, в одном из которых помещают контролируемое изделие 5. На среднем стержне расположена обмотка возбуждения 6. При подключении обмотки возбуждения к источнику питания, ввиду идентичности магнитных потоков и при отсутствии изделия 5, на зажимах измерительной обмотки сигнал отсутствует. При наличии контролируемого листа в зазоре 4 на выходе измерительной обмотки появляется сигнал, пропорциональный толщине h контролируемого изделия.

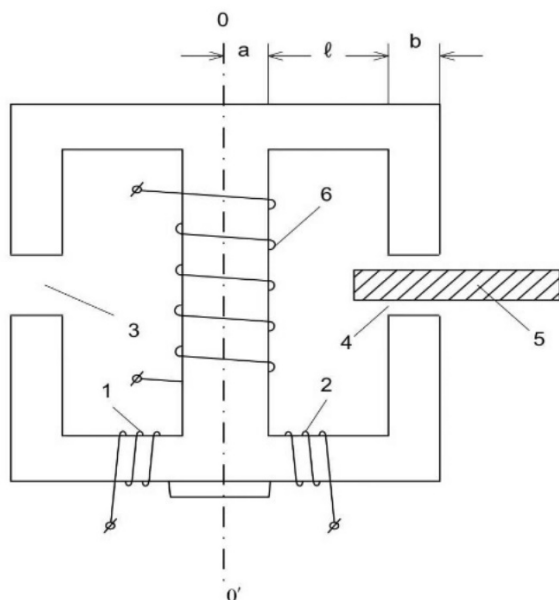


Рис. 1. Конструкция ВТП трансформаторного типа

Методы исследования. Учитывая осевую симметрию [5,6] конструкции магнитопровода преобразователя, можно считать, что магнитный поток распределен симметрично относительно оси OO' .

Это позволяет при расчете рассматривать лишь половину магнитной цепи, в которой действует полная металлдвижущая сила (МДС) обмотки возбуждения $\dot{F}_B$.

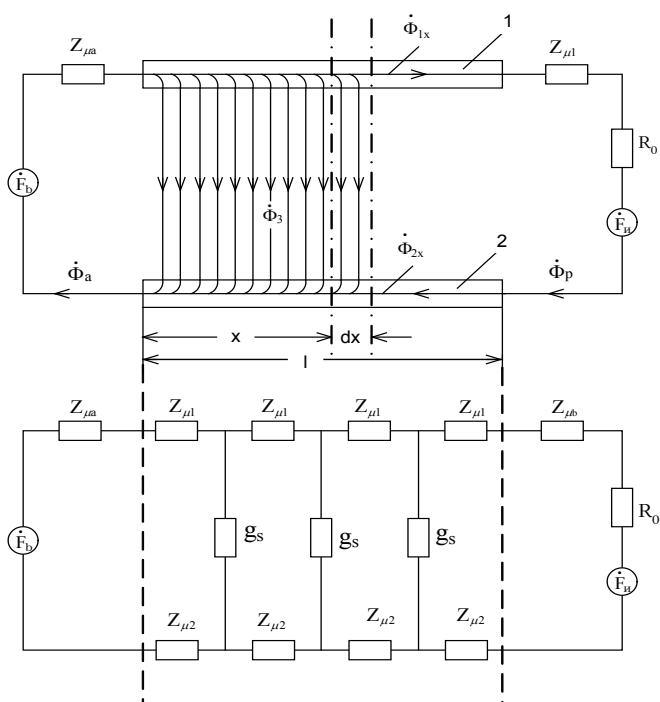


Рис. 2. Эквивалентная магнитная цепь преобразователя и ее схема замещения

На рис. 2 показана одна половина симметричной магнитной цепи, где отдельные участки магнитной цепи рис. 1 представлены в следующем виде: участки а и б - с сосредоточенными параметрами, а участок ℓ - с распределенными параметрами. Здесь введены следующие обозначения: $\dot{F}_B, \dot{F}_И$ – МДС обмотки возбуждения и контролируемого изделия, когда последнее пронизывается рабочим потоком $\dot{\Phi}_p$; $Z_{\mu 1}, Z_{\mu 2}$ – комплексные магнитные сопротивления, соотнесенные к единице длины участков 1 и 2; g_s – магнит-

ная проводимость между стержнями 1 и 2, соотнесенная к единице длины; $Z_{\mu a}$, $Z_{\mu b}$ – комплексные магнитные сопротивления участков "а" и в магнитной цепи, величины которых определяются по кривым, приведенным в [4]; R_0 – магнитное сопротивление воздушного зазора между торцами магнитопровода и контролируемого изделия; $\dot{\Phi}_0$, $\dot{\Phi}_1$, $\dot{\Phi}_2$, $\dot{\Phi}_x$ – магнитные потоки соответствующих участков магнитной цепи.

Параметры участка 1 можно принимать постоянными. Следовательно, для этого участка справедлива система линейных дифференциальных уравнений [7]:

$$\begin{cases} -\frac{d\dot{U}_k}{dx} = (Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2})\dot{\Phi}_x, \\ -\frac{d\dot{\Phi}_x}{dx} = g_s \dot{U}_x, \end{cases} \quad (1)$$

где $\dot{U}_x$ и $\dot{\Phi}_x$ – разность магнитных потенциалов между стержнями участка и поток в стержнях. Комплексные магнитные сопротивления единиц длины стержней можно рассчитать по выражениям

$$Z_{\mu 1} = \rho_z \frac{\ell}{S_1} = (\rho_{R1} + \rho_x) \frac{\ell}{S_1},$$

$$Z_{\mu 2} = \rho_z \frac{\ell}{S_2} = (\rho_{R2} + \rho_x) \frac{\ell}{S_2},$$

где удельные сопротивления ρ_{R1} , ρ_{R2} , ρ_{x1} , ρ_{x2} определяются для соответствующего материала из магнитных характеристик [4] по заданной индукции (S_1 и S_2 – поперечные сечения стержней 1 и 2).

Результаты исследования. Совместное решение (1) и (2) приводит к результату

$$\dot{U}_x = A_1 e^{p_1 x} + A_2 e^{p_2 x}, \quad (3)$$

где $p_1 = \sqrt{(Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2})g_s}$; $p_2 = -\sqrt{(Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2})g_s}$; A_1, A_2 – постоянные интегрирования, которые определяются из граничных условий.

Из уравнения (1) согласно (3) получим

$$\dot{\Phi}_x = -A_1 \sqrt{\frac{g_s}{Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2}}} e^{\sqrt{(Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2})g_s}x} + A_2 \sqrt{\frac{g_s}{Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2}}} e^{-\sqrt{(Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2})g_s}x}. \quad (4)$$

На основании (3) и (4) и граничных условий при $x = \ell$ разность магнитных потенциалов между стержнями 1 и 2 магнитной цепи и поток в них соответственно равны: $\dot{U}_{x=\ell} = \dot{U}_x$, $\dot{\Phi}_{x=\ell} = \dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_n$.

Определим постоянные интегрирования A_1 и A_2 :

$$A_1 = \frac{1}{2} \left[\dot{U}_1 - \{\dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_n\} \sqrt{\frac{Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2}}{g_s}} \right] e^{-\sqrt{(Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2})g_s}},$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \left[\dot{U}_1 - \{\dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_n\} \sqrt{\frac{Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2}}{g_s}} \right] e^{\sqrt{(Z_{\mu 1} + Z_{\mu 2})g_s}}.$$

Подстановкой выражений A_1 и A_2 в (3) и (4) получим

$$\dot{U}_x = \dot{U}_1 \cosh \sqrt{Z_{\mu} g_s} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) + \{\dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_n\} \sqrt{\frac{Z_{\mu}}{g_s}} \sinh \sqrt{Z_{\mu} g_s} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \quad (5)$$

$$\dot{\Phi}_x = \dot{U}_1 \sqrt{\frac{g_s}{Z_{\mu}}} \sinh \sqrt{Z_{\mu} g_s} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) + \{\dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_n\} \cosh \sqrt{Z_{\mu} g_s} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \quad (6)$$

где $\dot{U}_\ell = \{\dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_n\} Z_{\mu B} - (R_0 + Z_{\mu H}) \{\dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_n\}$ – разность магнитных потенциалов между стержнями 1 и 2 и результирующий магнитный поток в них при $x = \ell$; $\dot{\Phi}_n$ – магнитный поток, обусловленный МДС $\dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_n$; F_H ; Z_{μ} , g – полное комплексное магнитное сопротивление стержней 1 и 2 и полная магнитная проводимость рассеяния между ними; $Z_{\mu M}$ – эквивалентное комплексное магнитное сопротивление, величина которого зависит от параметров контролируемого изделия. Все величины, входящие в (5) и (6), за исключением $Z_{\mu H}$ и $\dot{\Phi}_n$, известны. Для этого заменим контролируемое изделие, пронизываемое рабочим потоком $\dot{\Phi}_p$, эквивалентным коротко-

замкнутым витком. По витку проходит такой ток $\dot{I}_H$, который создает МДС $\dot{F}_H$, равную по величине падению магнитного напряжения на этом участке магнитной цепи:

$$-\dot{F}_H = -\dot{I}_H W_H = \frac{1}{\sqrt{2}} Z_{\mu H} \dot{\Phi}_P, \quad (7)$$

где

$$\dot{I}_H = \frac{\dot{E}_H}{r_H + jx_H}. \quad (8)$$

Здесь $W_H=1$, r_H, x_H – активное и индуктивное электрические сопротивления эквивалентного витка, заменяющего контролируемое проводящее изделие.

Так как электродвижущая сила (ЭДС), действующая в эквивалентном витке, равна

$$\dot{E}_H = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \dot{\Phi}_{pm}, \quad (9)$$

где ω – угловая частота, то, совместно решая (7), (8) и (9), получим

$$Z_{\mu H} = \frac{\omega}{r_H^2 + x_H^2} (x_H + jr_H). \quad (10)$$

Магнитный поток $\dot{\Phi}_H$ можно определить отношением

$$\dot{\Phi}_H = \frac{\dot{F}_H}{Z_{\mu \Sigma}}, \quad (11)$$

где $Z_{\mu \Sigma} = Z_{\mu H} + R_0 + Z_{\mu P} + Z_{\mu} + Z_{\mu B}$ – комплексное магнитное сопротивление, по которому замыкается поток $\dot{\Phi}_H$.

С учетом (7) ÷ (9) выражение (11) перепишем в виде

$$\dot{\Phi}_H = -j\omega \dot{\Phi}_P \frac{1}{Z_{\mu \Sigma} (r_H + jx_H)}. \quad (12)$$

Знак "минус" в выражениях (7), (8) и (12) показывает, что МДС $\dot{F}_{II}$, ЭДС $\dot{E}_{II}$ и поток $\dot{\Phi}_{II}$ имеют противоположные $\dot{F}_{II}$ и $\dot{\Phi}_{II}$ направления.

Если гиперболические синус и косинус разложить в ряд и ограничиться первыми двумя членами, то (5) и (6) примут вид

$$\dot{U}_x = \dot{U}_1 \left[1 + Z_{\mu} g \left(1 - \frac{x}{\ell} \right)^2 \right] + \{ \dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_{II} \} Z_{\mu} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) \left[1 + \frac{Z_{\mu} g}{6} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right)^2 \right]; \quad (13)$$

$$\dot{\Phi}_x = \dot{U}_1 g \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) \left[1 + \frac{Z_{\mu} g}{6} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right)^2 \right] + \{ \dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_{II} \} \left[1 + \frac{Z_{\mu} g}{2} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right)^2 \right]. \quad (14)$$

Для выражений (13) и (14) при $x = 0$ получим

$$\dot{U}_0 = \{ \dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_{II} \} \left[(Z_{\mu B} + Z_{\mu}) + Z_{\mu} g \left(Z_{\mu B} + \frac{1}{6} Z_{\mu} \right) \right]; \quad (15)$$

$$\dot{\Phi}_0 = \{ \dot{\Phi}_p - \dot{\Phi}_{II} \} \left[\left(1 + \frac{Z_{\mu} g}{2} \right) + Z_{\mu B} g - \frac{1}{6} Z_{\mu} g \right]. \quad (16)$$

Здесь $Z_{\mu B} = Z_{\mu B} + R_0 + Z_{\mu M}$ – эквивалентное комплексное магнитное сопротивление магнитной цепи участка "в".

Намагничивающая сила обмотки возбуждения будет

$$\dot{F}_B = \dot{U}_0 + \dot{\Phi}_0 Z_{\mu a}.$$

С учетом полученных результатов определим выражение для выходной ЭДС. Измерительные обмотки преобразователя имеют две идентичные секции по W витков на единицу длины по всей длине l на правом и левом стержнях симметричного магнитопровода. Эти обмотки соединены последовательно–встречно, поэтому выходная ЭДС на зажимах измерительных обмоток будет

$$\dot{E}_{BbIX} = -j\omega W \int_0^{\ell} \dot{\Phi}_{II} dx + j\omega W \int_0^{\ell} \dot{\Phi}_A dx, \quad (17)$$

где $\dot{\Phi}_{II}$, $\dot{\Phi}_{IIx}$ – магнитные потоки соответственно в правом и левом боковых стержнях при наличии в одном из зазоров магнитопровода ВТП контролируемого изделия. Потоки $\dot{\Phi}_{IIx} = \dot{\Phi}_x$ и $\dot{\Phi}_{IIx}$ определяются из условия, что суммарный магнитный поток в среднем стержне постоянный [8] и не зависит от параметров контролируемого изделия.

Поэтому поток в левом боковом стержне будет

$$\dot{\Phi}_\Lambda = \{\dot{\Phi}_{\text{рх}} + \dot{\Phi}_\Pi\} \left\{ Z_\mu g \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \left[1 + \frac{1}{6} Z_\mu g \left(1 - \frac{x}{\ell}\right)^2 \right] + 1 + \frac{1}{2} Z_\mu g \left(1 - \frac{x}{\ell}\right)^2 \right\}. \quad (18)$$

Выражение для выходной ЭДС с учетом (7), (14) и (18) примет вид

$$\dot{E}_{\text{ВЫХ}} = -j\omega W \frac{Z_{\mu\text{Н}}}{Z_{\mu\text{Л}}} K \dot{\Phi}_\text{р},$$

где

$$K = 2 + Z_{\mu\text{В}} g + \frac{1}{3} Z_\mu g + 0 \quad Z_{\mu\text{В}} Z_\mu g^2.$$

Выводы

1. Исследована магнитная цепь дифференциальной конструкции вихретокового преобразователя с распределенными параметрами.

2. По величине $\dot{E}_{\text{ВЫХ}}$ оцениваются параметры контролируемого изделия и метрологические характеристики ВТП.

Литература

1. **Аресян Г.Л., Нерсисян В.Б.** Определение скорости прокатки проводящей полосы вихретоковым методом // Известия НАН РА и ГИУА. Серия ТН.- 2001.- Т54, № 3.- С. 384-394.
2. Неразрушающий контроль качества изделий электромагнитными методами / **В.Г. Герасимов, Ю.Я. Останин, А.Д. Покровский и др.**- М.: Энергия, 1978.- 216 с.
3. **Нерсисян В.Б.** Исследование электромагнитного поля в немагнитном проводящем листе, расположенном в зазоре магнитной цепи // Вестник Тамбовского государственного университета им. Г.Р. Державина.- 2004. - Т. 9, вып. 4.- С. 477-480.
4. **Буль О.Б.** Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Магнитные цепи, поля и программа FEMM. - М.: Изд. центр "Академия", 2005. - 336 с.
5. **Атабеков Г.И.** Теоретические основы электротехники.- М.: Лань, 2009.- 592 с.
6. **Нерсисян В.Б.** Расчет токов в проводящем немагнитном листе при его движении методом сеток // Доклады НАН РА.- 2002.- №1.- С. 42-47.
7. **Нерсисян В.Б.** Вихретоковый сенсор толщины и скорости движущейся проводящей немагнитной полосы / Одеський національний університет ім. І.І. Мечникова // Sensor Electronics and Microsystem Technologies.- 2004.- №2.- С. 29-33.

8. **Сандовский В.А., Носальская Н.И.** Об измерении удельной электрической проводимости и магнитной проницаемости с использованием накладных вихретоковых преобразователей // Дефектоскопия.- 1991.- № 12.- С. 44-48.

Поступила в редакцию 05.06.2026.

Принята к опубликованию 15.07.2026.

**ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՄԱԳՆԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉՈՎ ՄՐՐԿԱՀՈՍԱՆՔԱՅԻՆ ԿԵՐՊԱՓՈԽԻՉԻ
ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՇՂԹԱՅԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ՝ ԲԱՇԽՎԱԾ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐՈՎ
ՇՂԹԱՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԻՄԱՆ ՎՐԱ**

Վ.Բ. Ներսիսյան

Հաղորդիչ արտադրատեսակների պարամետրերի վերահսկումը դրանց պատրաստման կամ կիրառման ընթացքում (հաստությունը, էլեկտրական հաղորդականությունը, մագնիսական թափանցելիությունը, գլանման արագությունը, թափամշակված նրբաթիթեղի մակերևույթի փոփոխության գործակիցը և այլն) իրականացվում է տրանսֆորմատորային տիպի մրրկահոսանքային կերպափոխիչի (ՄՀԿ) միջոցով: Հայտնի են ՄՀԿ-ի հաշվարկման մի շարք մեթոդներ [1-4], որոնցով որոշվում են կոնկրետ կառուցվածքների հաշվարկային մեծությունները: Դրանցից կարելի է առանձնացնել.

– Մագնիսական շղթայի աշխատանքային բացակում էլեկտրամագնիսական դաշտի հաշվարկման մեթոդը՝ դրանում ոչ մագնիսական հաղորդիչ թիթեղի առկայության դեպքում:

– Դիֆերենցիալ կառուցվածքով ՄՀԿ-ի բացակում տեղադրված անշարժ ոչ մագնիսական հաղորդիչ թիթեղում մրրկային հոսանքների հաշվարկման և այդ հոսանքների ապամագնիսացնող ազդեցությունը հաշվի առնելով ելքային էլշու-ի որոշման մեթոդը:

– Աշխատանքային բացակում մագնիսական հոսքի բաշխման օրինաչափության որոշման մեթոդը՝ դրանում հաղորդիչ ոչ մագնիսական թիթեղի շարժման դեպքում, ինչպես նաև ՄՀԿ-ի հաշվարկը՝ թիթեղի շարժման արագությունը հաշվի առնելով:

– ՄՀԿ-ի մագնիսական շղթայի պարամետրերի օպտիմալ հարաբերակցությունների որոշման մեթոդիկան՝ տրված հաղորդիչ թիթեղի հաստության չափման ժամանակ հաշվի առնելով հզորության հաղորդման առավելագույն պայմանը:

– ՄՀԿ-ի օդային բացակի համասեռ մագնիսական դաշտում V արագությամբ շարժվող հաղորդիչ թիթեղում արագության և տրանսֆորմատորային հոսանքների խտությունների որոշման մեթոդը: Որոշվել են այդ հոսանքների ՄՀԿ-ները և դրանց ստեղծած մագնիսական հոսքերը, իսկ ստացված արդյունքների հիման վրա կառուցվել է ՄՀԿ-ի բացակում մագնիսական դաշտի պատկերը:

– Մեթոդ՝ հիմնված ՄՀԿ-ի բացակում շարժվող հաղորդիչ ոչ մագնիսական թիթեղի հոսանքների որոշման ցանցային մեթոդի վրա: Որոշվել են հոսանքների փական եզրագծերը և թիթեղի հատույթով հոսանքների խտությունների բաշխման

օրինաչափությունները՝ ինչպես տրանսֆորմատորային, այնպես էլ արագության բաղադրիչների համար:

Այս հայտնի մեթոդները ինժեներական պրակտիկայում կիրառվում են հատուկ խնդիրների լուծման համար:

Ստորև առաջարկվում է ՄՀԿ-ի հաշվարկման պարզ մեթոդ, որը հիմնված է բաշխված պարամետրերով մագնիսական շղթաների հաշվարկման տեսության վրա:

Առանցքային բառեր. բաշխված պարամետրեր, դիֆերենցիալ կոնստրուկցիա, սիմետրիկ մագնիսական շղթա, մագնիսական դիմադրություն, մագնիսաշարժ ուժ:

ANALYSIS OF THE MAGNETIC CIRCUIT OF AN EDDY-CURRENT TRANSDUCER OF A DIFFERENTIAL DESIGN BASED ON THE THEORY OF CIRCUITS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

V.B. Nersisyan

The parameters of conductive products are monitored during their manufacture or use (thickness, electrical conductivity, magnetic permeability, rolling speed, the surface-variation coefficient of etched foil, and so on) by means of a transformer-type eddy-current transducer (ECT). A number of methods for calculating ECTs [1...4] are known; they are used to determine calculated quantities for specific designs. These methods include:

- a method for calculating the electromagnetic field in the working air gap of the magnetic circuit when a nonmagnetic conductive sheet is present;
- a method for calculating eddy currents in a stationary nonmagnetic conductive sheet located in the gap of a differential-design ECT and for determining the output EMF with allowance for the demagnetizing effect of those currents;
- a method for determining the pattern of magnetic-flux distribution in the working gap when a conductive nonmagnetic sheet moves through it, and for calculating the ECT with the sheet velocity taken into account;
- a procedure for determining the optimum ratios of the ECT magnetic-circuit parameters, taking maximum power transfer into account when measuring a conductive sheet of a specified thickness;
- a method for determining the densities of motional and transformer currents in a conductive sheet moving at velocity V in the uniform magnetic field of the ECT air gap. The MMFs of these currents and the magnetic fluxes they produce are determined, and the resulting data are used to construct the magnetic-field distribution in the ECT gap;
- a method based on a mesh technique for determining currents in a conductive nonmagnetic sheet as it moves through the ECT gap. The current-closure paths and the

laws governing current-density distribution over the sheet cross-section are determined for both the transformer and velocity components.

However, these known methods are used for specialized problems in engineering practice.

A simple method for calculating an ECT based on the theory of magnetic circuits with distributed parameters is proposed below.

Keywords: symmetric magnetic core, differential design, distributed parameters, magnetomotive force.