

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОДУКТОВ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ

Т.А. Налчаджян, Н.А. Никоян

Национальный политехнический университет Армении

Предлагается метод определения оптимальной дисперсии гранулометрической характеристики помола руды. Известно, что технологические системы измельчения рудного сырья имеют ярко выраженный случайный характер. Следовательно, детерминированные подходы их анализа и математического моделирования уводят нас далеко от реальных задач, а полученные такими методами результаты, естественно, далеки от действительности и не могут обеспечить обоснованное управление исследуемыми процессами измельчения. Поэтому необходимо пользоваться современными методами стохастического моделирования с учетом существующих неопределенностей, которые задаются в виде законов распределения случайных параметров управления. С этой точки зрения, для технологических процессов помола рудного сырья необходимо построить математические интегральные модели, содержащие управляемые дисперсии гранулометрических характеристик, с одновременным учетом функции вклада, обеспечивающие максимальное извлечение металла в последующем процессе флотации. В качестве критерия эффективности, используя интегральную модель, являющуюся математическим ожиданием детерминированной функции вклада, при помощи вариации дисперсии гранулометрической характеристики в технологически разумных пределах выбрано оптимальное численное значение дисперсии, при котором достигается максимальное извлечение металла.

Дана общая постановка задачи, показано существование решения оптимальной формы гранулометрической характеристики в классе непрерывных функций, предложен способ решения с применением метода оптимальной дисперсии. На примере технологического процесса измельчения медно-молибденовой руды в Каджаранском медномолибденовом комбинате решена модельная задача выбора оптимальной формы гранулометрической характеристики в классе предложенного нами закона распределения, которая является зеркальным отображением известной релеевской дифференциальной плотности распределения. Показано, что по мере возрастания дисперсии гранулометрической характеристики левосторонняя асимметрия увеличивается. Процесс поиска оптимальной формы гранулометрической характеристики реализован в среде программного пакета MathCad-14.

Ключевые слова: руда, тонкое измельчение, гранулометрическая характеристика, оптимальное извлечение, флотация.

Введение. Технологические процессы обогащения руд цветных металлов обладают рядом общих характеристик и законами распределения вероятностей измельченного рудного сырья - гранулометрической характеристикой [1].

В продуктах измельченной руды находятся частицы различных минералов и шлаков с различными свойствами. Измельченные частицы в пульпе имеют различные геометрические формы и размеры, и даже их средние диаметры в достаточно широких диапазонах являются случайными величинами. Аналогичная картина наблюдается также в процессах флотации, где извлечение ценных компонентов тоже является случайным [2, 3]. Исследования специалистов показывают, что эти процессы в общем случае являются нестационарными. Вопросам исследования вида гранулометрической характеристики и функции извлечения металла в процессе флотации посвящена обширная литература. В [4] экспериментальным путем получена функция извлечения медномолибденовой руды в виде параболы. Этот результат почти совпадает с нашими аналогичными результатами. В [5] решена задача оптимизации процесса измельчения с учетом взаимосвязанного регулирования производительности и водных режимов измельчения, но без учета формы гранулометрической характеристики. А в [6] экспериментальным путем получена гранулометрическая характеристика пульпы на выходе мельницы, которая по форме близка к нормальному распределению, но имеет явную правую асимметрию, что, на наш взгляд, сомнительно. Считаем, что наиболее обосновано наличие левой асимметрии. В [7] рассмотрена задача оптимизации процесса измельчения медномолибденовой руды на основе оптических методов. Как показал обзор литературы, вопросами оптимизации формы гранулометрической характеристики в течение тонкого измельчения в настоящее время практически не занимаются, тогда как судьба рационального использования рудного сырья фактически решается в процессе тонкого измельчения. Поэтому считаем, что поиск оптимального непрерывного закона распределения размеров частиц является актуальной задачей.

Постановка задачи. Целью работы является построение интегральной модели эффективности процесса тонкого измельчения для определения оптимальной формы непрерывной гранулометрической характеристики, что обеспечивает рациональное использование дорогостоящего рудного сырья.

Методы исследования. Процесс измельчения рудного сырья предлагается рассматривать как процесс преобразования входной гранулометрической характеристики дробленой руды в некоторую текущую гранулометрическую характеристику продукта тонкого измельчения (рис.1), причем математическое описание этой характеристики во времени не меняется, а дисперсия этого распределения возрастает. Еще в 1941 г. академик А.Н. Колмогоров теоретически доказал, что гранулометрическая характеристика продуктов дробле-

ния частиц подчиняется логарифмически-нормальному закону распределения вероятностей [1]:

$$f(x, m, \sigma) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}}, x \geq 0. \quad (1)$$

В течение помола дисперсия гранулометрической характеристики постепенно возрастает, достигая в некоторый момент оптимальной формы, и в результате дальнейшего измельчения (перемола) она уходит от оптимальной формы, вследствие чего дорогие частицы металла оказываются в хвостах.

Однако наши экспериментальные исследования показали, что текущие формы гранулометрической характеристики удобнее представить в виде зеркального отображения известного релеевского закона плотности распределения:

$$f(x) = -\frac{(x-x_{max})}{M^2} e^{-\frac{(x-x_{max})^2}{2M^2}}. \quad (2)$$

Результаты исследования. На рисунке показаны текущие формы этой характеристики при фиксированных значениях дисперсии.

Известно, что в настоящее время логарифмически-нормальный закон распределения частиц не использован для поиска оптимальной формы гранулометрической характеристики. По-видимому, причина кроется в отсутствии подходящего критерия оптимального извлечения металлов. В настоящее время существуют достаточно хорошо исследованные интегральные модели эффективности вероятностных технологических процессов [2, 3], при использовании которых можно найти оптимальные формы гранулометрических характеристик и рационально использовать исходный рудный материал. С этой целью предлагается следующий интеграл эффективности [3]:

$$I(x, m, \sigma) = \int_a^b C(x) f(x, m, \sigma) dx \rightarrow \max, \quad (3)$$

где x - размеры частиц; m - математическое ожидание диаметров частиц; σ - среднеквадратическое отклонение диаметров частиц; $C(x)$ - функция извлечения, которая известна для конкретного технологического процесса измельчения; a и b - границы интервала диаметров частиц, удачно извлекаемые на следующем этапе флотации.

Интеграл (3) является математическим ожиданием функции извлечения, которая тем точнее, чем шире диапазон интегрирования $b - a$. На рисунке показано изменение формы гранулометрической характеристики в процессе тонкого измельчения рудного сырья. Видно, что в зависимости от продолжительности процесса помола дисперсия гранулометрической характеристики постепенно увеличивается.

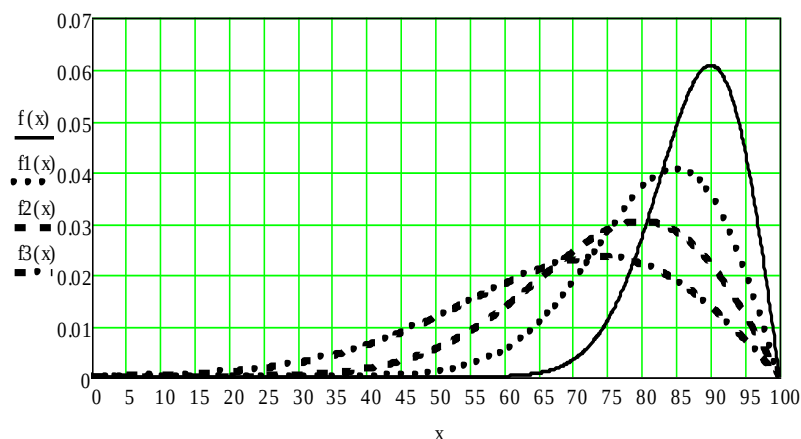


Рис. Текущие формы гранулометрической характеристики

В параметрическом интеграле (2), изменяя численные значения σ в разумных пределах с требуемым шагом $\Delta\sigma$, можно без аналитического решения уравнения (которое в общем случае может и не существовать)

$$\frac{\partial I(x, m, \sigma)}{\partial \sigma} = 0 \quad (4)$$

найти оптимальное численное значение среднеквадратического отклонения.

Практическое значение работы заключается в том, что путем определения изложенным методом оптимальной формы гранулометрической характеристики и ее поддержания в процессе тонкого измельчения при помощи управления потоком подающей в мельницу воды можно значительно повысить эффективность использования рудного сырья.

Численный пример. Пусть известны числовые характеристики закона распределения частиц конкретного технологического процесса тонкого измельчения при условных значениях $m=1$, $\sigma=1$. Примем заданной также функцию извлечения в виде функции второй степени, которая положительна в пределах (a, b) , внутри которого имеет максимум, проходит через заданные точки a и b , а вне диапазона (a, b) имеет отрицательные значения, т.е. частицы со средними размерами меньше a и больше b не флотируются. В частном случае принимаем, что $a=1$, $b=4$.

В качестве примера используем следующую функцию извлечения:

$$C(x) = -0,5x^2 + 2,5x - 2. \quad (5)$$

Тогда первоначальное значение эффективности (3) составит 0,365 ед. Принимая величину шага поиска оптимальной дисперсии $\Delta\sigma = 0,1$ единиц, исследуем поведение интеграла эффективности (3).

Исследование интеграла эффективности извлечения на максимум произведено в среде пакета программ MATHCAD-14. Изменяя величину среднеквадратического отклонения от 0,1 до 1,0, получим численные значения эффективности извлечения, представленные в таблице.

Таблица

<i>Результаты исследования интеграла эффективности</i>					
σ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$I(\sigma)$	0,300	0,318	0,334	0,347	0,358
σ	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$I(\sigma)$	0,366	0,371	0,373	0,371	0,365

Эффективность достигает максимального значения при $\sigma_{\text{опт}} = 0,7$, $I_{\text{max}} = 0,371$.

Таким образом, успех флотации, в смысле наилучшего извлечения металла, уже предreshен процессом тонкого измельчения. Отсюда следует, что для рационального использования рудного сырья необходимо на вход процесса флотации подавать пульпу не случайной формой гранулометрической характеристики, а уже оптимальной.

Заключение. Показано, что оптимальным выбором дисперсии (среднеквадратического отклонения) можно выявить и использовать скрытые возможности процесса измельчения руд, тем самым обеспечивая наиболее рациональное использование рудного сырья. Предложенный подход с успехом можно использовать для любых металлических руд.

Литература

1. Колмогоров А.Н. О логарифмически-нормальном распределении размеров частиц при дроблении // ДАН СССР.- 1941.- Т.31, №2.- С. 99-101.
2. Налчаджян Т.А., Амбарцумян Ю.Л. Определение оптимальной гранулометрической характеристики продуктов измельчения руд // Изв. Вузов. Горный журнал.- 1980.- N 6.- С. 136-138.
3. Налчаджян Т.А. Моделирование и оптимизация эффективности вероятностных технологических процессов обогащения руд цветных металлов: Автореф. дис. ...д.т.н.- Ереван, 1984.- 32с.
4. Жаргалцайхан Эрдэнэзул. Оптимизация технологии обогащения медномolibденовых руд на основе комплексной системы технологических и экономических критериев: Дис. ... к.т.н. / НИТУ МИСИС.-М., 2019.- 133с.
5. Оптимизация процесса измельчения на основе применения алгоритма взаимосвязанного регулирования производительности и водных режимов / З. Ганбаатор, Л. Дэлгэрбат, А.Ф. Кузнецов и др. // Горный журнал.-2011.- N 10.- С. 79-82.

6. Развитие методик визиометрического анализа руды на ГОКс Эрдэнэт / **В.В. Морозов, В.В. Рапшис и др.** // Горный информационно-аналитический бюллетень.- 2016.- N 12.- С. 279-292.
7. Оптимизация процессов дробления и измельчения медномолибденовых руд на основе применения оптических методов анализа / **Д. Давасамбу, Д. Эрдэнэцогт и др.** // Труды 10-го конгресса обогатителей стран СНГ, 26-28 февраля 2015.- М.: МИСИС.- С. 145-149.

*Поступила в редакцию 15.05.2020.
Принята к опубликованию 02.06.2020.*

ԱՂԱՑՄԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ ՀԱՏԻԿԱԶԱՓԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ԴԻՍՊԵՐՍԻԱՅԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԵԹՈԴ

Թ.Ա. Նալաջյան, Ն.Ա. Նիկոյան

Առաջարկվում է մետաղական հանքաքարի նուրբ աղացման գործընթացներում հատիկաչափային բնութագրի օպտիմալ դիսպերսիայի գնահատման մեթոդ: Հայտնի է, որ հանքաքարի աղացման գործընթացն ունի արտահայտված հավանականային բնույթ, հետևաբար՝ դրանց վերլուծության դետերմինացված մոտեցումները և մաթեմատիկական մոդելները մեզ հեռացնում են իրական խնդիրներից, իսկ այդ մեթոդներով ստացված արդյունքները կարող են բավական հեռու լինել իրականությունից և չապահովել աղացման գործընթացի օպտիմալ կառավարումը: Ուստի անհրաժեշտ է օգտվել գոյություն ունեցող անորոշությունները հաշվի առնող ժամանակակից ստոխաստիկ մեթոդներից, որոնք կարող են առաջադրվել կառավարման պարամետրերի հավանականությունների բաշխման օրենքների միջոցով: Այդ նպատակով անհրաժեշտ է հանքաքարի աղացման գործընթացի հետազոտման համար կառուցել ինտեգրալային մաթեմատիկական մոդելներ, որոնք կախված են հատիկաչափային բնութագրերի դիսպերսիայից, միաժամանակ հաշվի առնելով նաև արժեքավոր մետաղի կորզման ֆունկցիայի տեսքը: Եթե տեխնոլոգիապես թույլատրելի սահմաններում փոփոխենք հատիկաչափային բնութագրի դիսպերսիան, ապա կարող ենք ընտրել դիսպերսիայի այնպիսի օպտիմալ մեծություն, որն ապահովում է արժեքավոր մետաղի առավելագույն կորզումը, այսինքն՝ հանքաքարի ռացիոնալ օգտագործումը:

Առաջադրվում է նշված խնդրի ձևայնացումը, հիմնավորվում է օպտիմալ հատիկաչափային բնութագրի գոյությունը առաջադրված դասի հավանականությունների բաշխման անընդհատ ֆունկցիաների բազմությունից, և առաջարկվում է խնդրի լուծման եղանակ՝ օպտիմալ դիսպերսիայի մեթոդի կիրառմամբ: Քաջարանի պղնձամոլիբդենային կոմբինատի օրինակով լուծված է մոլիբդենի հանքաքարի նուրբ աղացման գործընթացում օպտիմալ հատիկաչափային բնութագրի որոշման կոնկրետ խնդիր, ընդ որում, դրա տեսքը փնտրվում է մեր կողմից առաջադրվող, հանրահայտ Ռելեյի բաշխման ֆունկցիայի հայելային անդրադարձում հանդիսացող բաշխման ֆունկցիաների դասում: Ցույց է տրված, որ դիսպերսիայի աճին զուգընթաց հատիկաչափային

բնութագրի ձախակողմյան ասիմետրիան մեծանում է: Օպտիմալ դիսպերսիայի փնտրման գործընթացն իրականացվել է MathCad-14 ծրագրային փաթեթի միջավայրում:
Առանցքային բառեր. հանքաքար, նուրբ աղացում, հատիկաչափային բնութագիր, օպտիմալ կորզում, ֆլոտացիա:

A METHOD FOR DETERMINING THE OPTIMAL GRANULOMETRIC CHARACTERISTICS OF THE GRINDING PRODUCTS

T.A. Nalchadzhyan, N.A. Nikoyan

A method for determining the optimal dispersion of the granulometric characteristics of ore grinding is proposed. It is known that the technological systems for grinding ore raw materials have a pronounced random character, therefore, deterministic approaches to their analysis and mathematical modeling take us far from real tasks, and results obtained through such methods are far from reality and cannot provide reasonable control over the studied grinding processes. Therefore, it is necessary to use modern methods of stochastic modeling, taking into account the existing uncertainties adhere to random distribution laws. From this point of view, for technological processes of grinding ore raw materials, it is necessary to construct mathematical integrated models containing controlled dispersions of granulometric characteristics while taking into account the contribution function, ensuring the maximum metal recovery in a subsequent flotation process. As an efficiency criterion using the integral, which is the mathematical expectation of the determinate contribution function, by varying the dispersion of the particle size distribution within technologically reasonable limits, we choose the optimal numerical value of the dispersion at which the maximum metal recovery is achieved.

A general statement of the problem is given, the existence of a solution of optimal form of particle size distribution in the class of continuous functions is shown, a solution method using the optimal dispersion method is proposed. Using the example of the technological process of grinding copper-molybdenum ore in the Kajaran copper-molybdenum combine, the specific problem of choosing the optimal shape of particle size distribution in the class of the proposed distribution law is solved, which is a mirror image of the well-known Rayleigh differential distribution density. It has been shown that the higher is the particle size distribution dispersion the higher is left-side asymmetry.

The process of searching for the optimal form of particle size distribution was carried out in the environment of the MathCad-14 software package.

Keywords: fine grinding, particle size distribution, optimal recovery, flotation.